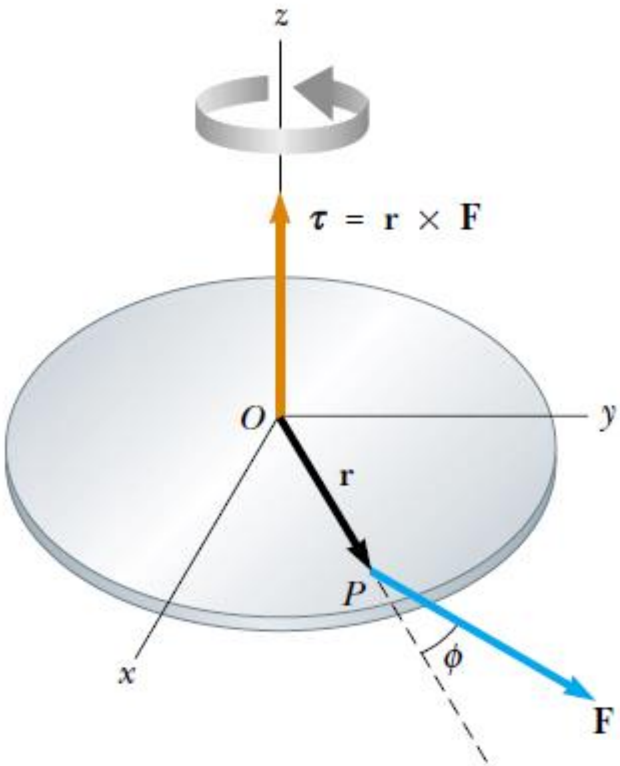
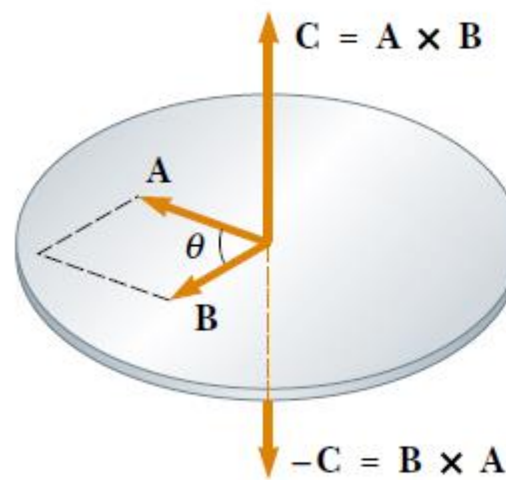
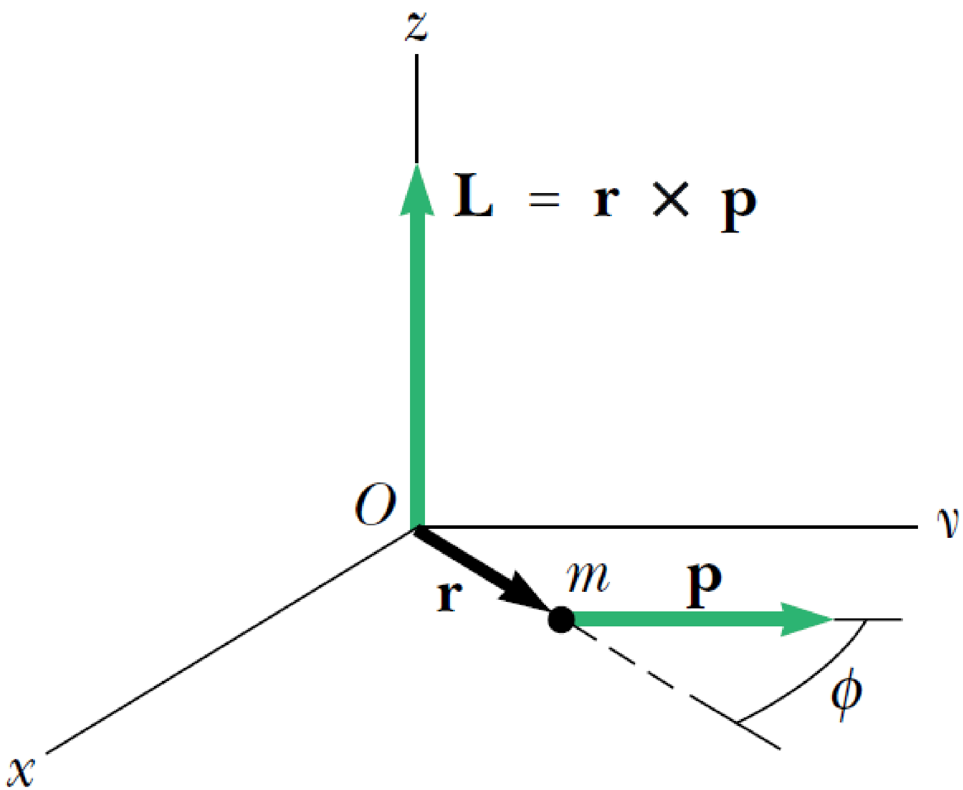
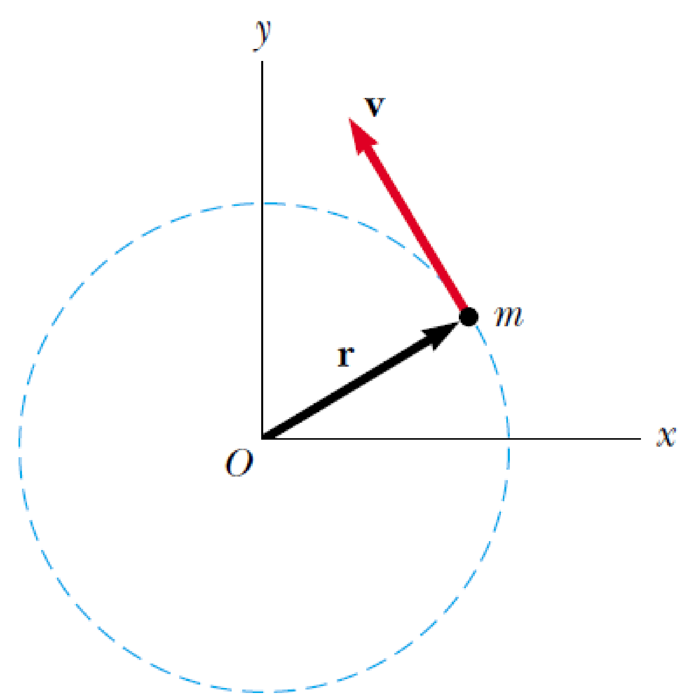
Torque e momento angular



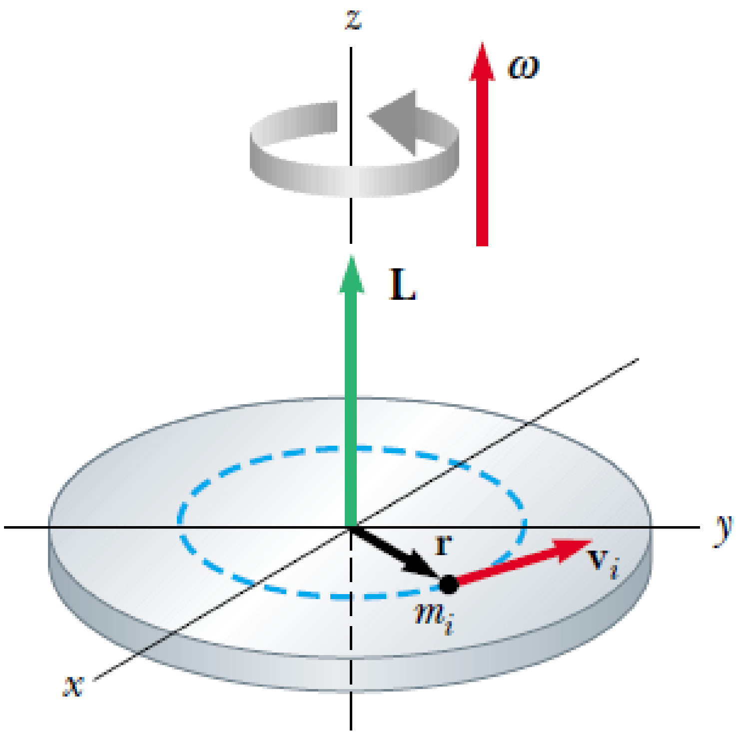


Momento angular

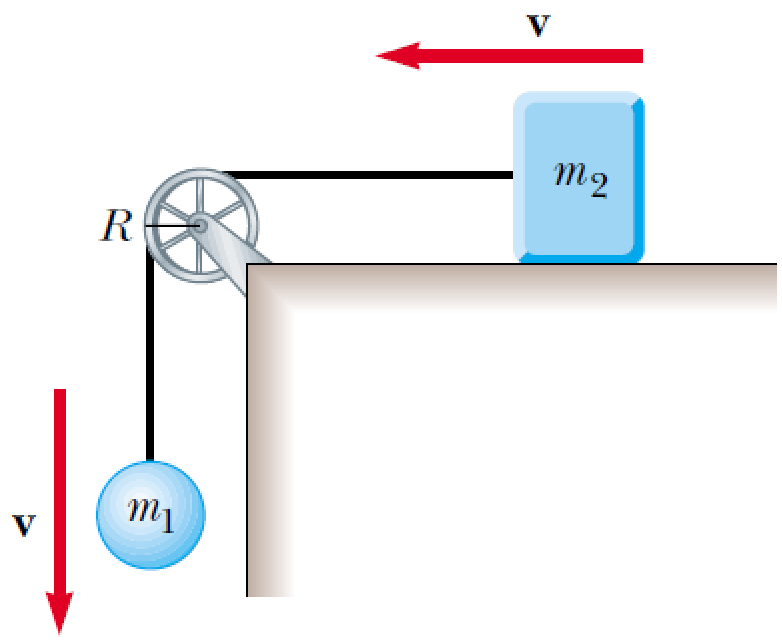




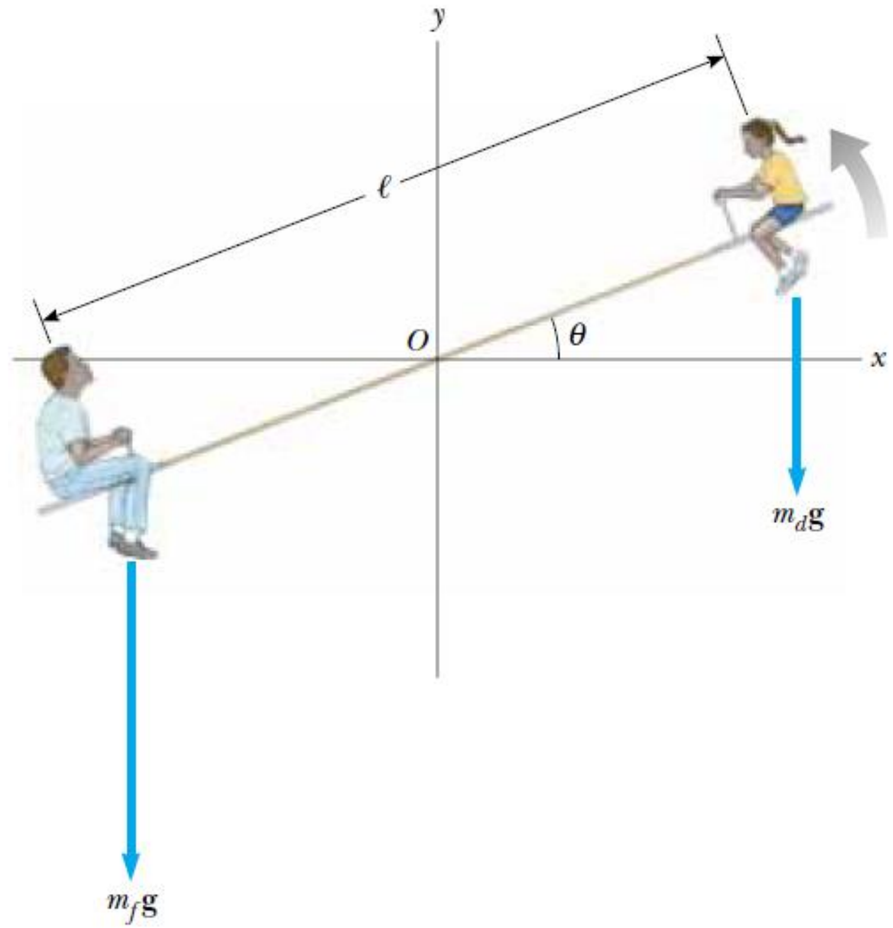
Momento angular de um corpo rígido rodando ao redor de um eixo fixo (eixo z)



Exemplo 1- Uma esfera de massa m_1 e um bloco de massa m_2 são conectados por uma corda que passa por uma polia, como mostrado na figura. O raio da polia é R e a massa do arco é M. As massas dos aros são desprezíveis. O bloco desliza sem atrito com a superfície horizontal. Encontre a expressão para a aceleração linear dos dois objetos usando o conceito de momento linear e torque.

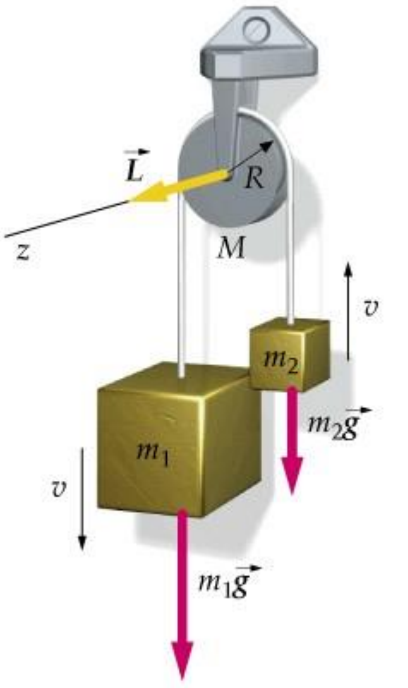


Exemplo 2- Um pai de massa m_f e sua filha de massa m_d sentam nas extremidades opostas de uma gangorra à mesma distância do eixo fixo central. A gangorra pode ser considerada como uma barra de massa M e comprimento l e o conjunto gira ao redor do eixo sem atrito. Em um dado momento, a velocidade do sistema é ω. (a) Encontre A expressão para o módulo do momento angular do sistema. (b) Encontre a expressão para o módulo da aceleração angular do sistema quando a gangorra faz um ângulo θ com a horizontal.



Exemplo 3

Uma polia sem atrito nos mancais, tem dois blocos, de massas m1 > m2, ligadas por um fio de massa desprezível. A polia é disco de massa M e raio R. Determine a aceleração dos blocos.



Vamos fixar o sistema de coordenadas no eixo da polia, com o eixo z paralelo ao eixo da polia.

Vamos considerar o sistema como constituído das massas, polia e fio.

$$\vec{\tau}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Como os vetores torque, velocidade angular e quantidade de movimento angular são paralelos ao eixo z, podemos tratar este problema, como unidimensional e trabalhar escalarmente.

$$\tau_{ext} = \tau_n + \tau_g + \tau_1 + \tau_2$$

$$\tau_{ext} = m_1 gR - m_2 gR$$

$$L_z = L_p + L_1 + L_2$$

$$L_z = I\omega + m_1 vR + m_2 vR$$

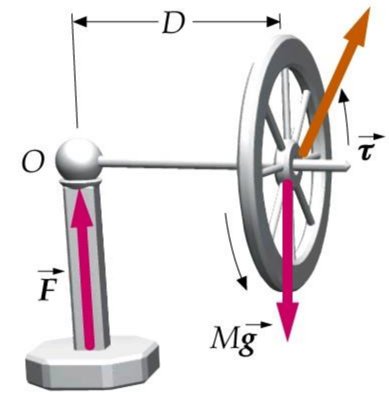
$$\tau_{ext} = \frac{dL}{dt} = I\alpha + (m_1 + m_2)aR$$

$$a = R\alpha \qquad I = 1/2MR^2$$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + M/2} g$$

Exemplo 4- Roda de bicicleta

A “roda de bicicleta” vista na aula consiste em um corpo em rotação, com o seu eixo livre para alterar a sua direção.



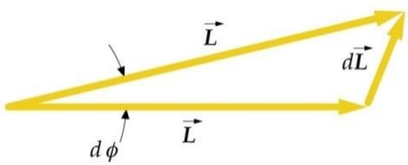
A quantidade de movimento angular da roda é:

$$\vec{L} = I_{cm}\vec{\omega}$$

Aplicando-se a segunda lei de Newton para a rotação, temos:

$$\vec{\tau}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt} \qquad \vec{\tau}_{ext} = \vec{r}_{cm} \times M\vec{g}$$

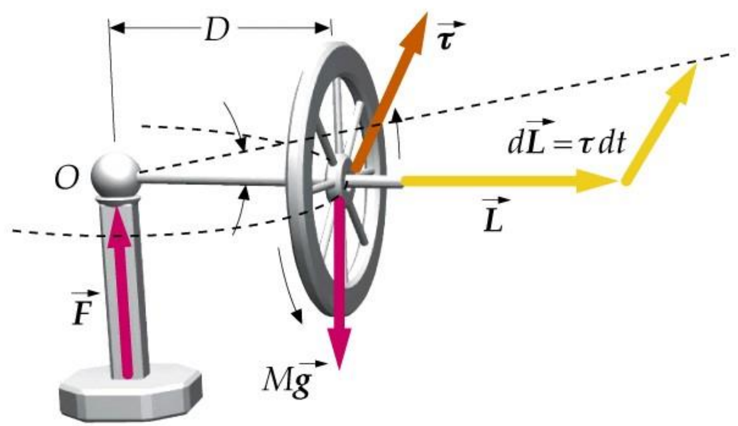
$$d\vec{L} = \vec{\tau}_{ext}dt$$



$$dL = Ld\phi$$

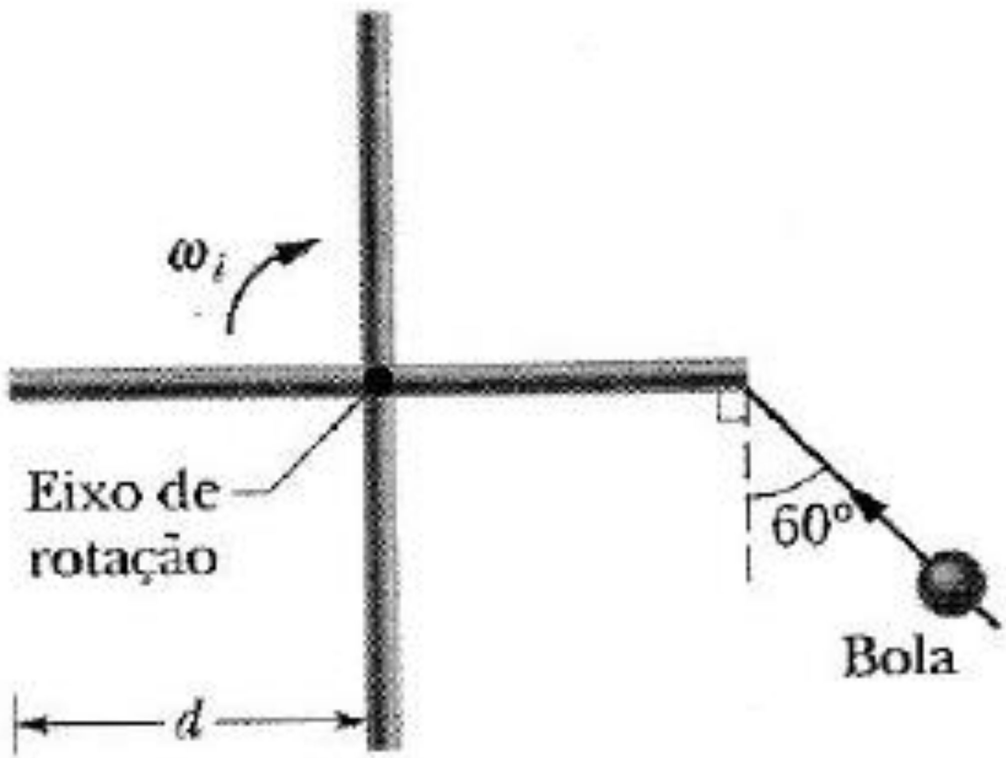
A velocidade de precessão da roda em torno do eixo vertical é dada por:

$$\omega_p = \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{L}\frac{dL}{dt} = \frac{\tau_{ext}}{L} = \frac{MgD}{I_{cm}\omega}$$



Translacional		Rotacional	
Força	$\mathbf{F}$	Torque	τ (=$\mathbf{r}\times\mathbf{F}$)
Momento linear	$\mathbf{P}$	Momento angular	L (=$\mathbf{r}\times\mathbf{p}$)
Momento linear	$\mathbf{P}(= \Sigma \mathbf{p}_i)$	Momento angular	$\mathbf{L}(= \Sigma \mathbf{l}_i)$
Momento linear	$\mathbf{P}=M\mathbf{v}_{CM}$	Momento angular	$L=I\omega$
Segunda Lei de Newton	$\mathbf{F}_{res}=d\mathbf{P}/dt$	Segunda Lei de Newton	$\boldsymbol{\tau}_{res}=d\mathbf{L}/dt$
Lei de conservação	$\mathbf{P}=$ const.	Lei de conservação	$\mathbf{L}=$const.

Exemplo 5- Quatro hastes finas e uniformes, cada uma com massa M e comprimento D=0.50 m, estão rigidamente conectadas a um eixo vertical formando uma roleta. A roleta gira em sentido horário em torno do eixo, o qual está preso ao piso, com velocidade angular inicial ω_i=-2.0 rad/s. Uma bola de argila de massa $m=M/3$ e velocidade inicial v_i=12 m/s é lançada ao longo da trajetória mostrada e se gruda na extremidade de uma das hastes. Qual é a velocidade angular ω_f do sistema bola-roleta?



Exemplo 6- A Figura abaixo mostra um estudante sentado em um banco que pode girar livremente em torno de um eixo vertical. Um estudante, inicialmente em repouso, está segurando uma roda de bicicleta cuja borda está carregada com chumbo e cujo momento de inércia I_r em torno do seu eixo central é 1.2 kg.m^2. A roda está girando a uma velocidade de 3.9 rev/s; quando vista de cima a rotação é anti-horária. O eixo da roda é vertical e o seu momento angular $\boldsymbol{L}_r$ aponta verticalmente para cima. O estudante então inverte a roda, de forma que, quando vista de cima, ela gira no sentido horário Seu momento angular é agora $-\boldsymbol{L}_r$. A inversão resulta em estudante, banco e centro da roda girando juntos com momento de inércia I_c=6.8 kg.m^2 (o fato de a roda também estar girando em torno do seu eixo não afeta a distribuição de massa desse corpo composto; assim, I_c possui o mesmo valor independente da roda estar girando ou não). Com que velocidade angular ω_c e em que sentido o corpo composto gira após inversão da roda?