

PARTE 3 do curso

Tycho Brahe, Kepler e Newton

O que será abordado neste curso:

O Caminho até a Teoria da Gravitação de Newton:

Parte 1 (4 aulas)

- Conceitos básicos de Astronomia: Movimento do Sol e dos Corpos Celestes, esfera celestes, “laçadas dos planetas”.
- Descobertas da Antiguidade: Aristarco, Eratóstenes, Hiparco

Parte 2 (4 aulas)

- Modelo de Ptolomeu (séc II): Epiciclos e deferentes.
- Copérnico (séc XV).

Parte 3 (4 aulas)

- Tycho Brahe e Kepler (séc XVI-XVII); As 3 Leis de Kepler.
- Teoria de Gravitação de Newton (séc XVII).

Tycho Brahe (1546-1601)



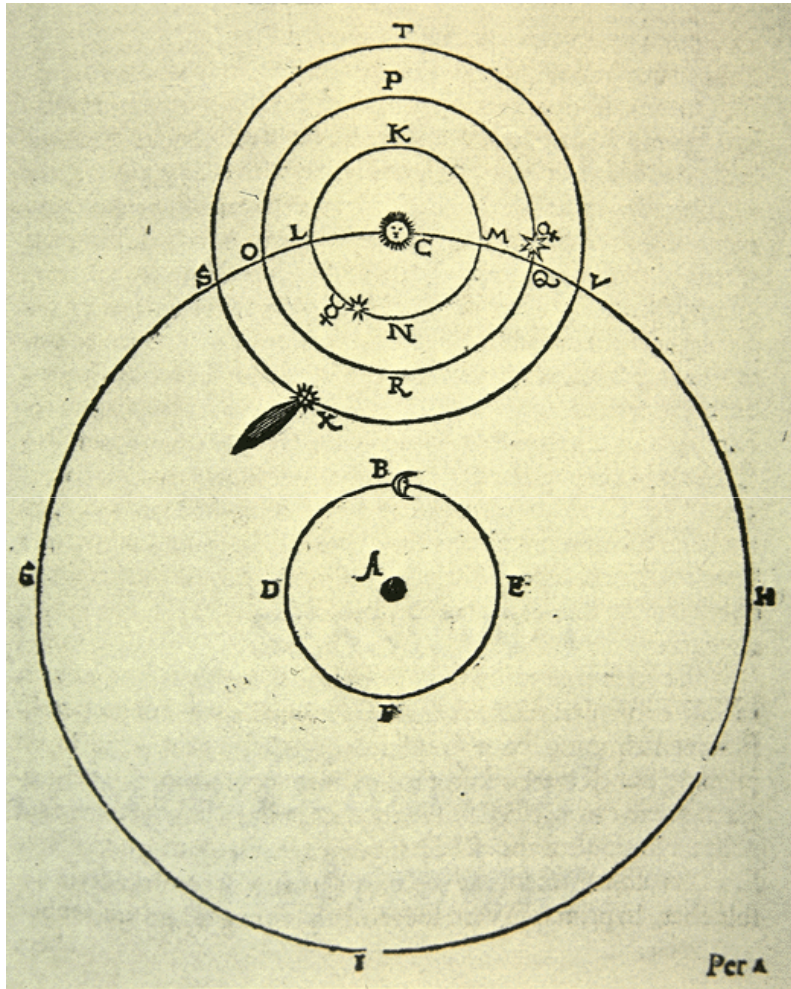
- “Um dos melhores astrônomos observacionais da história”.
- Medições com precisão de cerca de um *minuto de arco*⁽¹⁾. Extraordinário.

http://en.wikipedia.org/wiki/Tycho_Brahe

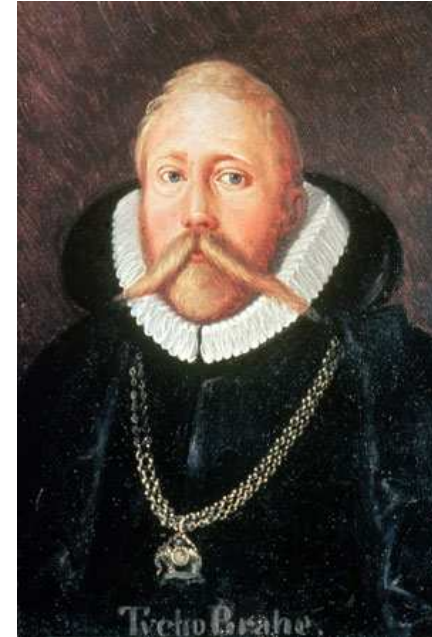
Pergunta: Uma moeda de 1cm de diâmetro subtende um arco de 1' na visão de um observador. A que distância do observador está a moeda?

(1) Wesley, W.G., *J. for the History of Astronomy*, 9, 42 (1978)

Tycho Brahe (1546-1601)



<http://galileo.rice.edu/sci/brahe.html>



http://en.wikipedia.org/wiki/Tycho_Brahe

- Observações importantes: “nova” de 1572 e cometa de 1577: provas de que o firmamento não é imutável.
- Porém, acreditava que a Terra estava no centro do Universo (modelo “misto”).

Johannes Kepler (1571-1630)

http://en.wikipedia.org/wiki/Johannes_Kepler



- Matemático e astrônomo alemão.
- Começou sua carreira como professor de matemática em um seminário em Gratz (Austria).
- Posteriormente, foi discípulo de Tycho Brahe (1600) em Praga.
- Procurava incansavelmente uma “ordem geométrica” no modelo de Copérnico.
- Obras:

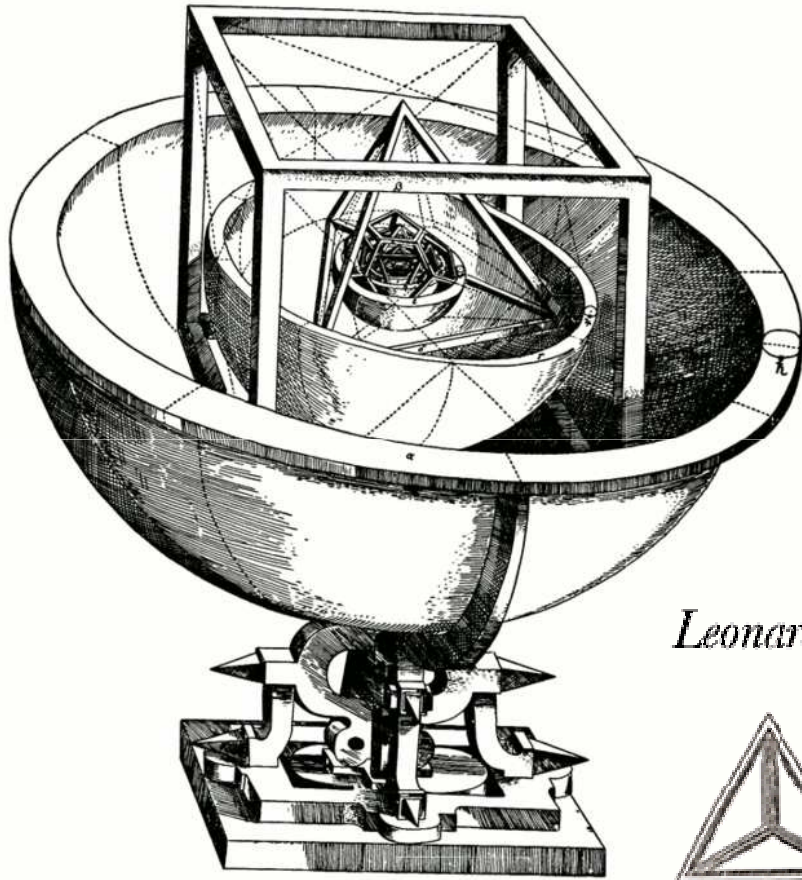
Mysterium Cosmographicum (1596)

Astronomiae Pars Optica (1604)

Astronomiae Nova (1609)

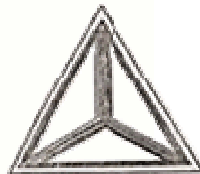
Harmonices Mundi (1618)

Mysterium Cosmographicum (1596)

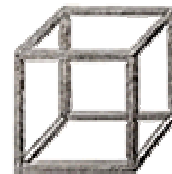


- Em *Mysterium Cosmographicum*, (O Mistério Cosmográfico) seu primeiro trabalho publicado, Kepler propôs que os 5 sólidos platônicos circunscritos em esferas que representariam as órbitas dos planetas.
- O trabalho chamou a atenção de Tycho Brahe, que convidou Kepler a trabalhar em seu observatório.

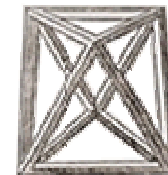
Leonardo Da Vinci's Drawings of the Platonic Solids



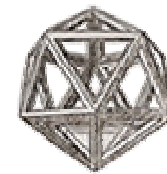
Tetrahedron



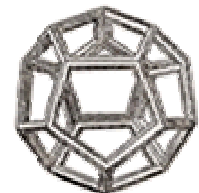
Cube



Octahedron



Icosahedron



Dodecahedron

As Leis de Kepler

Leis de Kepler do Movimento Orbital

1a Lei de Kepler: *A órbita descrita pelos planetas ao redor do Sol é uma elipse, com o Sol ocupando um dos focos.*

2a Lei de Kepler: *O raio vetor que liga um planeta ao Sol descreve áreas iguais em tempos iguais.*

3a Lei de Kepler: *Os quadrados dos períodos de revolução de dois planetas quaisquer estão entre si como os cubos das suas distâncias médias ao Sol.*

<http://astro.unl.edu/naap/pos/animations/kepler.swf>

Medições da posição de Marte

	Date, Old Style			Longitude					Sign	Latitude			Mean Longitude			
	Year	Day	Month	H	M	D	M	S		D	M	S	D	M	S	
I	1580	18	November	1	31	6	28	35	Gemeni	1	40	N.	1	25	49	31
II	1582	28	December	3	58	16	55	30	Cancer	4	6	N.	3	9	24	55
III	1585	30	January	19	14	21	36	10	Leo	4	32	N.	4	20	8	9
IV	1587	6	March	7	23	25	43	0	Virgo	3	41	N.	6	0	47	40
V	1589	14	April	6	23	4	23	0	Scorpio	1	12	N.	7	14	18	26
VI	1591	8	June	7	43	26	43	0	Sagitt.	4	0	S.	9	5	43	55
VII	1593	25	August	17	27	12	16	0	Psices	6	2	S.	11	9	49	31
VIII	1595	31	October	0	39	17	31	40	Taurus	0	8	N.	1	9	55	4
IX	1597	13	December	15	44	2	28	0	Cancer	3	33	N.	2	23	11	56
X	1600	18	January	14	2	8	38	0	Leo	4	30	N.	4	4	35	50
XI	1602	20	Febuary	14	13	12	27	0	Virgo	4	10	N.	5	14	59	37
XII	1604	28	March	16	23	18	37	10	Libra	2	26	N.	6	27	0	12

<http://www.keplersdiscovery.com/CorrectedTable.html>

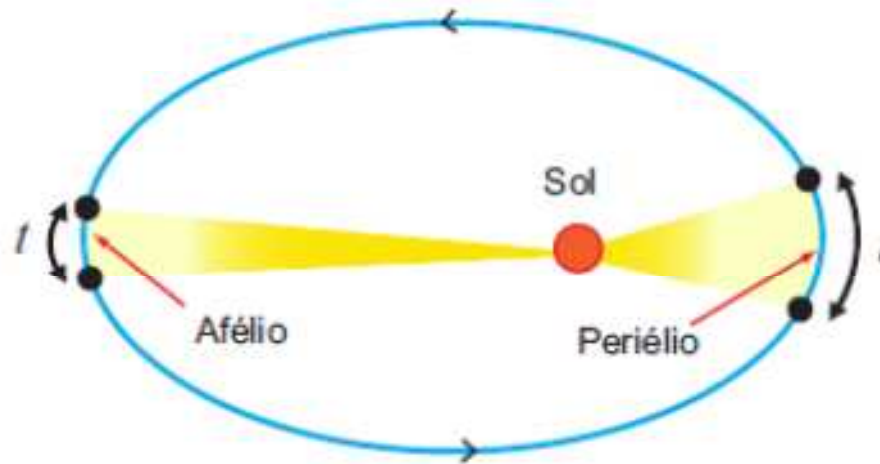
Capítulo 16 de Astronomia Nova

- **Órbita de Marte:** com base em 12 observações da posição de Marte, Kepler mostrou que o **melhor ajuste** com epiciclos de Ptolomeu levava a um erro de 8' de arco.
- Isso é muito maior que a precisão das observações de Tycho Brahe (<2-3').
- Kepler mostrou que a única possibilidade é uma órbita "oval" para Marte:

<http://www.keplersdiscovery.com/NotaCircle.html>

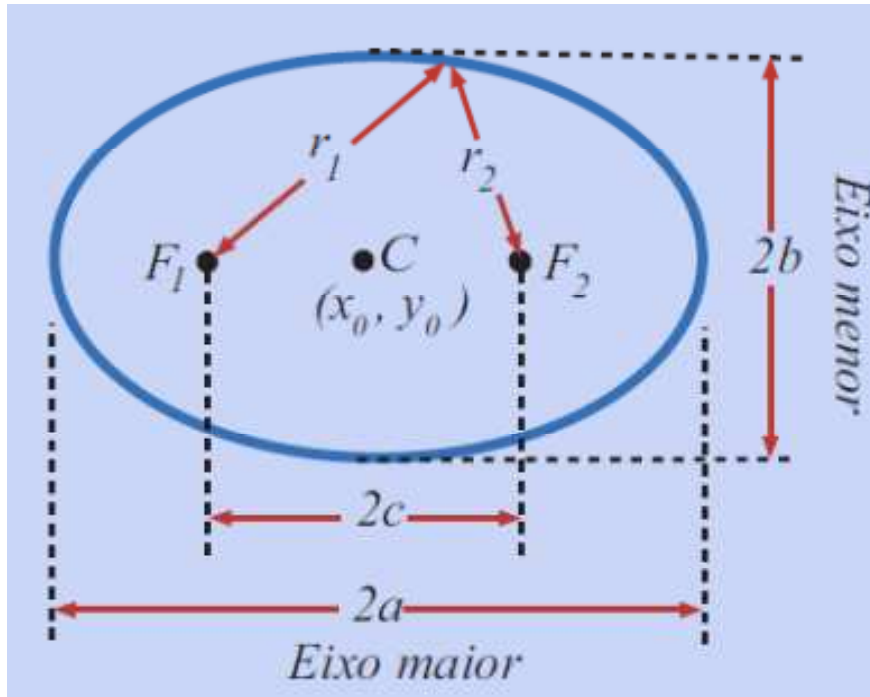
1ª Lei de Kepler *Astronomia Nova* (1609).

- *“Marte sozinho nos permite desvendar os segredos da astronomia.”*
- Kepler foi levado à conclusão que a órbita de Marte não poderia ser circular e generalizou isso aos demais planetas:



A órbita descrita pelos planetas ao redor do Sol é uma elipse, com o Sol ocupando um dos focos.

Elipses



- Conjunto dos pontos (x,y) que satisfazem a equação:

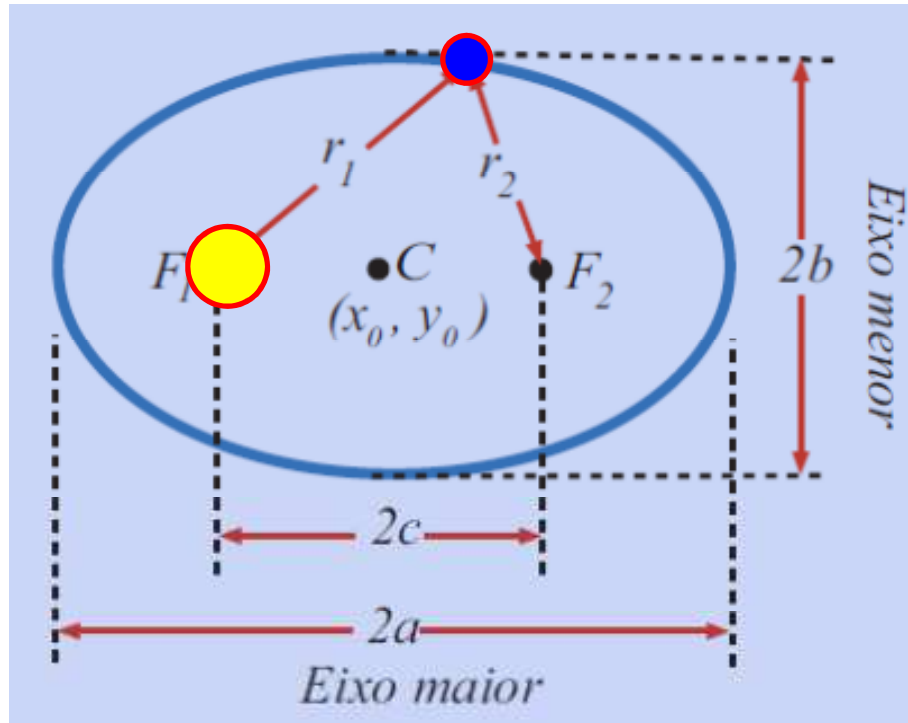
$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$

- **Eixo maior:** comprimento $2a$
- **Eixo menor:** comprimento $2b$
- **Focos:** localizados em: $(x_0 \pm c, y_0)$

onde c é dado por

$$c^2 = a^2 - b^2$$

Excentricidade das órbitas



- **Círculo:** $e=0$
- **Elipse:** $0 < e < 1$ “achatada” ($a > c$)

<i>Planeta</i>	<i>Semi-eixo maior a (UA)</i>	<i>Excentricidade e</i>
<i>Mercúrio</i>	<i>0,387096</i>	<i>0.2056</i>
<i>Vênus</i>	<i>0,723342</i>	<i>0.0068</i>
<i>Terra</i>	<i>1</i>	<i>0.0167</i>
<i>Marte</i>	<i>1,523705</i>	<i>0.0934</i>
<i>Júpiter</i>	<i>5,204529</i>	<i>0.0483</i>
<i>Saturno</i>	<i>9,575133</i>	<i>0.0560</i>
<i>Urano</i>	<i>19,30375</i>	<i>0.0461</i>
<i>Netuno</i>	<i>30,20652</i>	<i>0.0097</i>

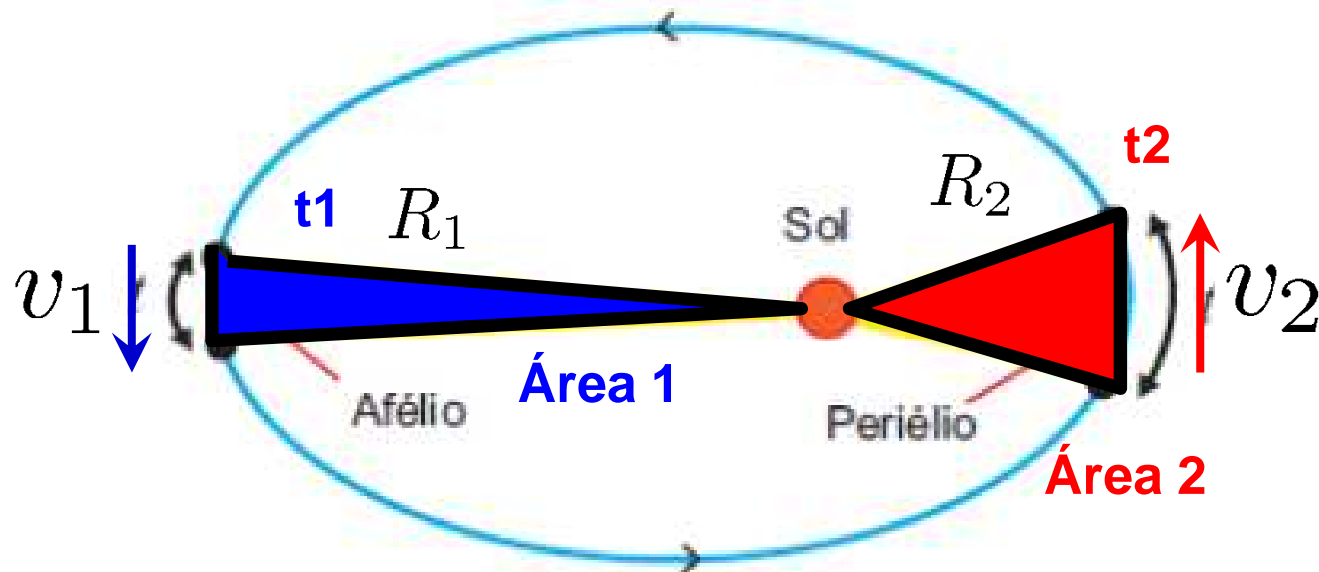
- **Excentricidade da elipse:**

$$e = \frac{c}{a} \quad c^2 = a^2 - b^2$$

2a Lei de Kepler (*Astronomia Nova*)

O raio vetor que liga um planeta ao Sol descreve **áreas iguais** em **tempos iguais**.

- Ou seja, se $t_1 = t_2$
então $\text{Área 1} = \text{Área 2}$



Harmonices Mundi (1618)

- Em *Harmonices Mundi* (Harmonia dos Mundos), Kepler retorna à sua busca obsessiva por um significado mais profundo para as órbitas dos planetas.
- Relaciona, por exemplo, **a razão das velocidades angulares no afélio e periélio** dos planetas (aproximadamente) com intervalos entre notas musicais.

Planeta	ω_2/ω_1	Intervalo musical
Vênus	$\sim 25/24$	semitom (C-C#)
Terra	$\sim 16/15$	semitom (E-F)
Marte	$\sim 3/2$	quinta justa
Júpiter	$\sim 6/5$	terça menor
Saturno	$\sim 5/4$	terça maior

Escala Natural de Dó

C	D	E	F	G
1	$9/8$	$5/4$	$4/3$	$3/2$
1	1,125	1,25	1,33	1,5

1:2 (octave)

2:3 (fifth)

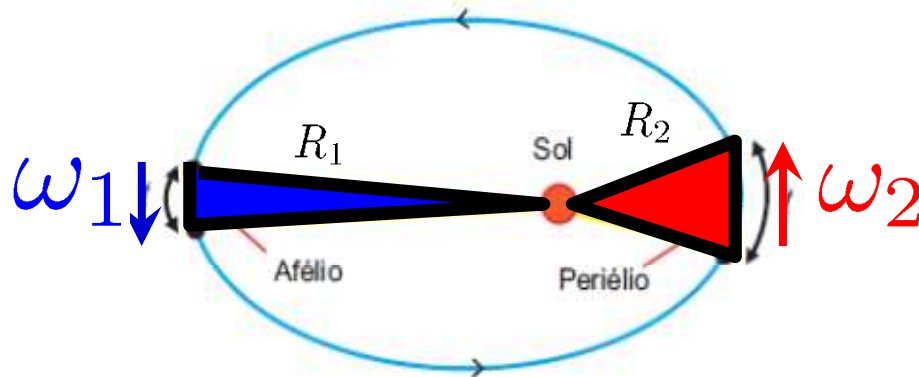
3:4 (fourth)

5:6 (minor third)

4:5 (major third)

5:8 (minor sixth)

4:5 (major sixth)



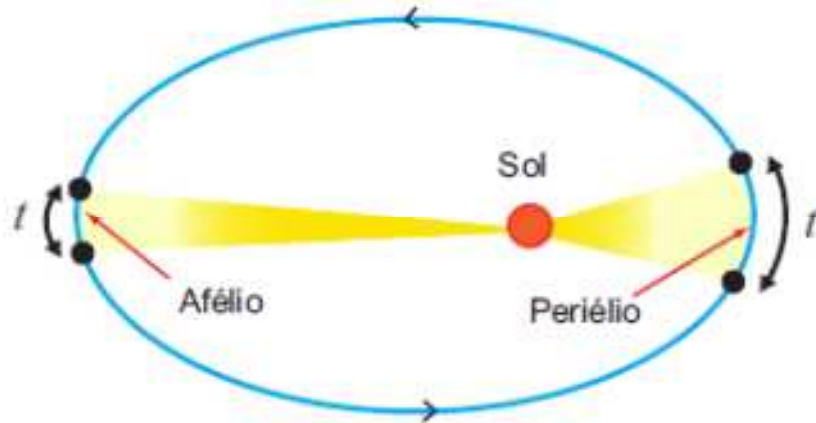
3a Lei de Kepler (*Harmonices Mundi*)

- No Livro 5, cap 3, proposição viii de *Harmonices Mundi*, Kepler enuncia:

“A razão entre os períodos de revolução de quaisquer dois planetas é precisamente a razão da potência 3/2 das suas distâncias médias ao Sol.”

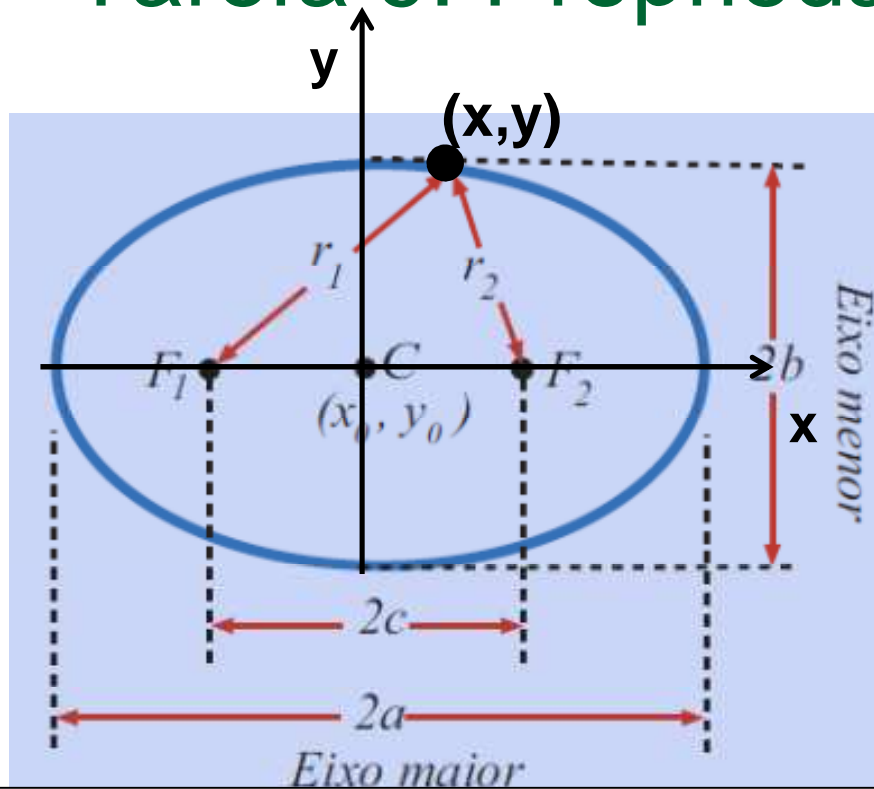
Ou seja, os períodos T e semi-eixos maiores a das órbitas obedecem:

$$\frac{T_A^2}{a_A^3} = \frac{T_B^2}{a_B^3} = \text{const.}$$



Planeta	Semi-eixo maior a (UA)	Período ($T_{Terra}=1$)	T^2 / a^3
<i>Mercúrio</i>	0,387096	0,24085	1,00009
<i>Vênus</i>	0,723342	0,61521	1,00004
<i>Terra</i>	1	1	1
<i>Marte</i>	1,523705	1,88089	1,00006
<i>Júpiter</i>	5,204529	11,8622	0,998128
<i>Saturno</i>	9,575133	29,4577	0,988469
<i>Urano</i>	19,30375	84,0139	0,981245
<i>Netuno</i>	30,20652	164,793	0,985316
<i>Plutão</i>	39,91136	247,686	0,964969

Tarefa 9: Propriedades da Elipse



- Considere a elipse dada pelo conjunto dos pontos (x,y) tais que:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- **Eixo maior:** comprimento $2a$
- **Eixo menor:** comprimento $2b$
- **Focos:** localizados em: $(\pm c, 0)$

onde c é dado por

$$c^2 = a^2 - b^2$$

- 1) Calcule as coordenadas y dos pontos da elipse com $x=0$.
- 2) Calcule as distâncias r_1 e r_2 destes pontos aos focos 1 e 2 e mostre que $r_1 + r_2 = 2a$.

1) Mostre que, para **qualquer ponto (x,y)** da elipse, valem as relações:

$$\begin{cases} r_1^2 = (x+c)^2 + y^2 \\ r_2^2 = (x-c)^2 + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = a + \frac{xc}{a} \\ r_2 = a - \frac{xc}{a} \end{cases} \Rightarrow r_1 + r_2 = 2a$$