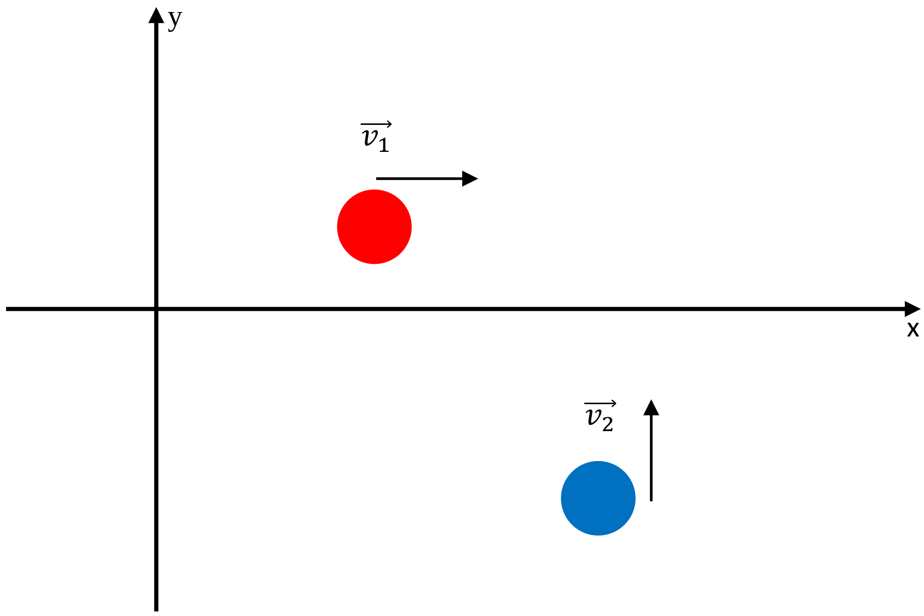
Gabarito – Exercício 2

1) Dados do problema:

$m_1 = 1\,kg$
$\overrightarrow{v_1} = 1\,\vec{\imath}\,m/s$

$m_2 = 2\,kg$
$\overrightarrow{v_2} = 1\,\vec{\jmath}\,m/s$



a) A velocidade do centro de massa do sistema é dada por:

$$\overrightarrow{V_{CM}} = \frac{m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2}}{m_1 + m_2}$$

Então teremos que:

$$\overrightarrow{V_{CM}} = \frac{1.1\,\vec{\imath} + 2.1\,\vec{\jmath}}{1 + 2} = \frac{1}{3}(\vec{\imath} + 2\,\vec{\jmath})\ m/s$$

b) O momento total antes da colisão é dado por:

$$\vec{p} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} = m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2}$$
$$\vec{p} = 1.1\,\vec{\imath} + 2.1\,\vec{\jmath} = 1\,\vec{\imath} + 2\,\vec{\jmath}\,N\,s$$

Ou ainda

$$\vec{p} = \overrightarrow{p_{CM}} = (m_1 + m_2)\overrightarrow{V_{CM}}$$
$$\vec{p} = (1+2)\frac{1}{3}(\vec{\imath} + 2\,\vec{\jmath}) = 1\,\vec{\imath} + 2\,\vec{\jmath}\;N\,s$$

A energia cinética total antes da colisão é dada por:

$$E_{C_i} = E_1 + E_2 = \frac{m_1|\overrightarrow{v_1}|^2}{2} + \frac{m_2|\overrightarrow{v_2}|^2}{2}$$
$$E_{C_i} = \frac{1.\left(\sqrt{1^2}\right)^2 + 2.\left(\sqrt{1^2}\right)^2}{2} = \frac{3}{2}\,J$$

c) Após a colisão:

$$\overrightarrow{v_{1_f}} = \frac{1}{2}(\vec{\imath} + 2\,\vec{\jmath})$$

Usando a conservação de momento linear teremos que:

$$\overrightarrow{p_i} = \overrightarrow{p_f}$$

com

$$\overrightarrow{p_i} = 1\,\vec{\imath} + 2\,\vec{\jmath}\;N\,s$$

como calculado anteriormente. Então

$$\overrightarrow{p_f} = m_1\overrightarrow{v_{1_f}} + m_2\overrightarrow{v_{2_f}}$$
$$\overrightarrow{p_f} = 1.\frac{1}{2}(\vec{\imath} + 2\,\vec{\jmath}) + 2\overrightarrow{v_{2_f}}$$

Igualando teremos que:

$$1\,\vec{\imath} + 2\,\vec{\jmath} = \frac{1}{2}(\vec{\imath} + 2\,\vec{\jmath}) + 2\overrightarrow{v_{2_f}}$$
$$\overrightarrow{v_{2_f}} = \frac{1}{2}\left[\left(1 - \frac{1}{2}\right)\vec{\imath} + (2-1)\vec{\jmath}\right]$$
$$\overrightarrow{v_{2_f}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\vec{\imath} + \vec{\jmath}\right)\;m/s$$

d) Se as partículas sofrem uma colisão completamente elástica, então elas permanecem unidas após a colisão, ou seja $\overrightarrow{v_1} = \overrightarrow{v_2} = \vec{v}$. Nesse caso usamos a conservação de momento linear para encontrar a velocidade final das partículas, pois a energia cinética não se conserva. Então:

$$\overrightarrow{p_i} = 1\,\vec{\imath} + 2\,\vec{\jmath}\;N\,s$$
$$\overrightarrow{p_f} = (m_1 + m_2)\overrightarrow{v_f} = (2+1)\overrightarrow{v_f}$$
$$1\,\vec{\imath} + 2\,\vec{\jmath} = 3\overrightarrow{v_f}$$
$$\overrightarrow{v_f} = \frac{1}{3}(\vec{\imath} + 2\,\vec{\jmath})\;m/s$$

Vamos calcula a energia cinética final:

$$E_{C_f} = \frac{(m_1 + m_2)\left|\overrightarrow{v_f}\right|^2}{2} = \frac{(2+1)\left(\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2}\right)^2}{2} = \frac{3}{2}\frac{5}{9} = \frac{5}{6}$$

Então a variação de energia vale:

$$\Delta E = E_{C_f} - E_{C_i} = \frac{5}{6} - \frac{3}{2} = -\frac{2}{3}$$

Como a variação é negativa, então houve perda de energia cinética.