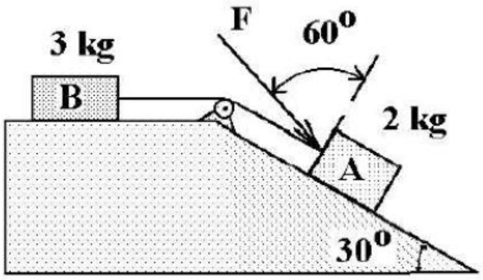
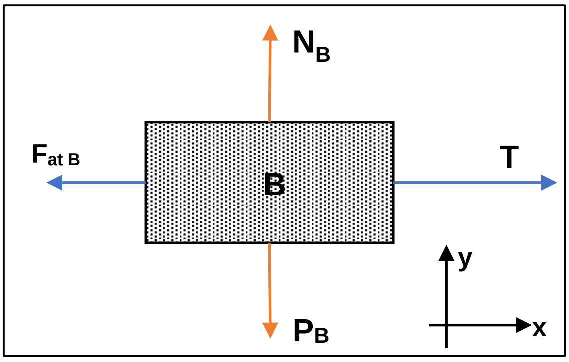
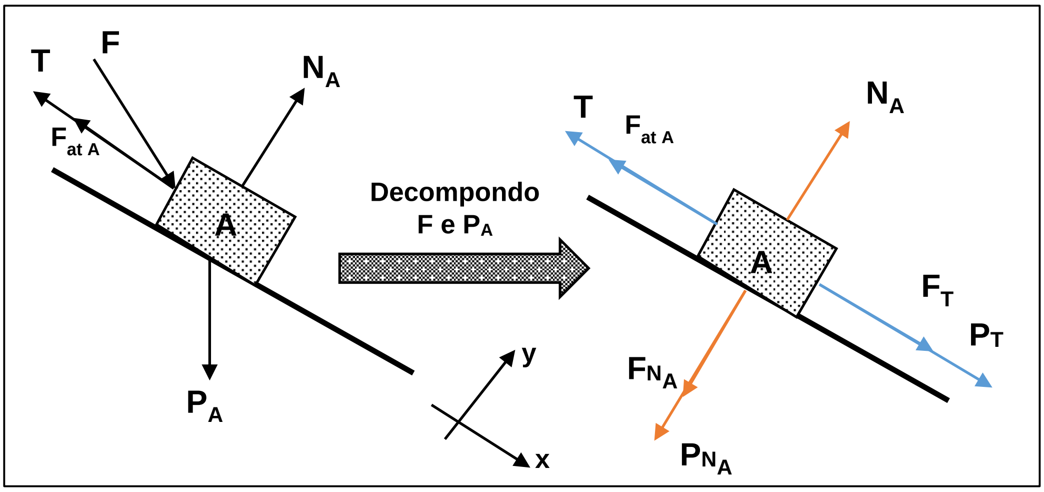
Gabarito – Exercício 2

1) Temos a seguinte configuração:



Vamos fazer o diagrama de forças dos dois blocos:





Vamos agora aplicar a 2ª Lei de Newton em cada um dos corpos, usando os seguintes dados:

$$m_A = 2kg \qquad \mu_A = 0{,}25$$
$$m_B = 3kg \qquad \mu_B = 0{,}15$$
$$g = 10\frac{m}{s^2} \qquad a = 3m/s^2$$

- Bloco B

$$\begin{cases} N_B = P_B \\ T - F_{at\ B} = m_B\ a \end{cases} \tag{1}$$

- Bloco A

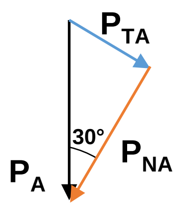
$$\begin{cases} N_A = P_{N_A} + F_{N_A} \\ (P_T + F_T) - (T + F_{at\ A}) = m_A\ a \end{cases} \tag{2}$$

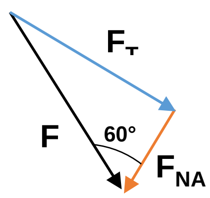
Temos que:

$$F_{at\ B} = \mu_B\ N_B$$
$$F_{at\ A} = \mu_A\ N_A$$

$$P_T = P_A \sin 30° = \frac{m_A\ g}{2}$$
$$P_{N_A} = P_A\ \cos 30° = \frac{\sqrt{3}\ m_A\ g}{2}$$

$$F_T = F\ \sin 60° = \frac{\sqrt{3}\ F}{2}$$
$$F_{N_A} = F\ \cos 60° = \frac{F}{2}$$





Vamos resolver primeiro o conjunto de equações (1) referentes ao bloco B. Então:

$$N_B = P_B = m_B\ g = 3.10 = 30\ N$$
$$T - F_{at\ B} = T - \mu_B\ m_B\ g = m_B\ g\ a \rightarrow T = m_B\ (a + \mu_B\ g)$$
$$T = 3\ (3 + 0{,}15.10) = 13{,}5\ N$$
$$F_{at\ B} = \mu_B\ m_B\ g = 0{,}15.10.3 = 4{,}5\ N$$

Agora para o bloco A, vamos resolver as equações (2):

$$N_A = P_{N_A} + F_{N_A} = \frac{\sqrt{3}\, m_A\, g}{2} + \frac{F}{2}$$

$$(P_T + F_T) - (T + F_{at\,A}) = \frac{m_A\, g}{2} + \frac{\sqrt{3}\, F}{2} - T - \mu_A\, N_A = m_A\, a$$

Substituindo N_A na equação acima teremos que:

$$\frac{m_A\, g}{2} + \frac{\sqrt{3}\, F}{2} - T - \mu_A \left(\frac{\sqrt{3}\, m_A\, g}{2} + \frac{F}{2} \right) = m_A\, a$$

Isolando F:

$$F \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\mu_A}{2} \right) = m_A\, a + T + \frac{\sqrt{3}\, \mu_A\, m_A\, g}{2} - \frac{m_A\, g}{2}$$

$$F = \frac{\left(m_A\, a + T + \frac{\sqrt{3}\, \mu_A\, m_A\, g}{2} - \frac{m_A\, g}{2} \right)}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\mu_A}{2} \right)}$$

Substituindo os valores ficamos com:

$$F = \frac{\left(2.3 + 13{,}5 + \frac{\sqrt{3}.\, 0{,}25.2.10}{2} - \frac{2.10}{2} \right)}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{0{,}25}{2} \right)} = \frac{4\left(19 + 5\sqrt{3}\right)}{\left(4\sqrt{3} - 1\right)} \cong 18{,}66\, N$$

Substituindo F para encontrar N_A teremos:

$$N_A = P_{N_A} + F_{N_A} = 10\sqrt{3} + \frac{2\left(19 + 5\sqrt{3}\right)}{\left(4\sqrt{3} - 1\right)} \cong 26{,}65\, N$$

A resultante sobre o corpo A é dada por:

$$F_{RES} = (P_T + F_T) - (T + F_{at\,A}) = m_A\, a = 6\, N$$

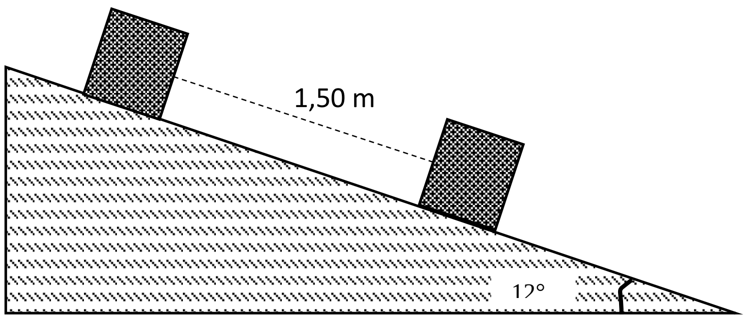
Resumindo as soluções temos:

a) $\mathrm{T} = 13{,}5\ \mathrm{N}$
b) $\mathrm{N}_A \cong 26{,}65\ \mathrm{N}$
c) $\mathrm{F} \cong 18{,}66\ \mathrm{N}$
d) $\mathrm{F_{RES}} = 6\ \mathrm{N}$

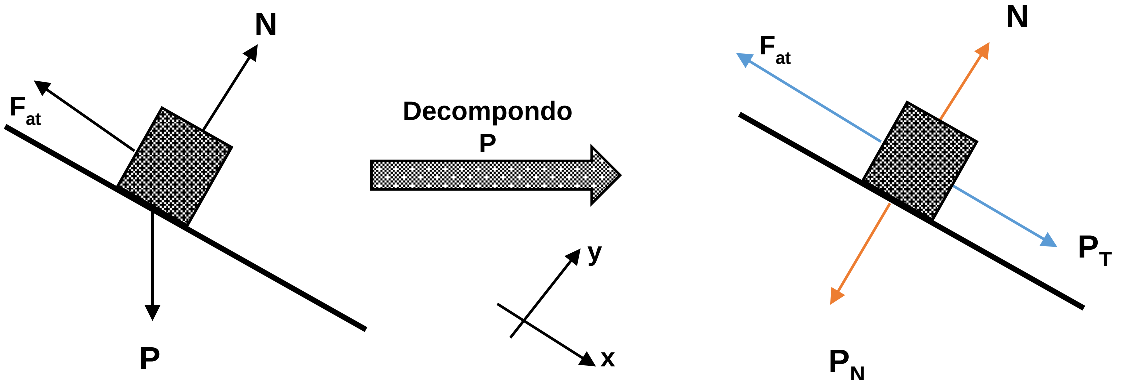
Se usarmos g=9,8m/s² os valores são

a) $\mathrm{T} \cong 13{,}41\ \mathrm{N}$
b) $\mathrm{N}_A \cong 26{,}32\ \mathrm{N}$
c) $\mathrm{F} \cong 18{,}70\ \mathrm{N}$
d) $\mathrm{F_{RES}} = 6\ \mathrm{N}$

2) Temos a seguinte situação:



O diagrama de forças nesse caso é:



O trabalho de uma força é dado por:

$$\tau = F\,.\,d\,.\cos\alpha$$

onde α é o ângulo entre a força F e o deslocamento d.

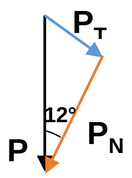
Temos da lei de Newton que:

$$\begin{cases} N = P_N \\ P_T - F_{at} = m\,a \end{cases}$$

pois o bloco desliza para baixo. Temos ainda que:

$$P_T = P\sin 12° = m\,g\,\sin 12°$$
$$P_N = P\cos 12° = m\,g\,\cos 12°$$

$$F_{at} = \mu_C\,N = \mu_C\,P_N$$
$$= m\,g\,\cos 12°\,\mu_C$$



Vamos então calcular o trabalho de todas as forças envolvidas.

- Força Normal

$$\tau_N = N \,.\, d \,.\, \cos\alpha$$

com

$$N = m\ g\ \ \cos 12° = 47{,}93\ \text{N}$$
$$d = 1{,}5\ m;\ \ \alpha = 90°;\ \ g = 10 m/s^2$$

Então teremos que

$$\tau_N = m\ g\ \ \cos 12°\ \ d\ \ \cos 180° = 5.10. \cos 12°\,.\, 1{,}5. \cos 90° = 0\ J$$

- Força Peso tangencial ao plano

$$\tau_{P_T} = P_T \,.\, d \,.\, \cos\alpha$$

com

$$P_T = m\ g\ \ \sin 12° =\ 10{,}19 N$$
$$d = 1{,}5\ m; \alpha = 0°; g = 10 m/s^2$$

Então teremos que

$$\tau_{P_T} = m\ g\ \ \sin 12°\, d\ \ \cos 0° = 5.10. \sin 12°\,.\, 1{,}5. \cos 0° \cong 15{,}59\ J$$

- Força Peso normal ao plano

$$\tau_{P_N} = P_N \,.\, d \,.\, \cos\alpha$$

com

$$P_N = m\ g\ \ \cos 12° = 47{,}93\ \text{N}$$
$$d = 1{,}5\ m;\ \ \alpha = 90°;\ \ g = 10 m/s^2$$

Então teremos que

$$\tau_{P_T} = m\ g\ \ \cos 12°\, d\ \ \cos 0° = 5.10. \cos 12°\,.\, 1{,}5. \cos 90° = 0\ J$$

- Força de atrito

$$\tau_{F_{at}} = F_{at} \,.\, d \,.\, \cos\alpha$$

com

$$F_{at} =\ m\ g\ \ \cos 12°\ \ \mu_C = 14{,}86\ \text{N}$$
$$d = 1{,}5\ m;\ \ \alpha = 180°;\ \ g = 10 m/s^2$$

Então teremos que

$$\tau_{F_{at}} = m\ g\ \ \cos 12°\, \mu_C\ d \cos 180° = 5.10. \cos 12°\,.\, 0{,}31.1{,}5. \cos 180°$$
$$\tau_{F_{at}} \cong\ -22{,}74\ J$$

O trabalho total então é dado por

$$\tau_{TOTAL} = \tau_N + \tau_{P_T} + \tau_{P_N} + \tau_{F_{at}} = 0 + 15,59 + 0 - 22,74 \cong -7,15\,J$$

Note que o trabalho realizado pela gravidade é a soma do trabalho realizado pelas componentes tangencial e normal ao plano, logo:

$$\tau_{GRAVIDADE} = \tau_{P_T} + \tau_{P_N} = 0 + 15,59 = 15,59\,J$$

Usando o teorema trabalho-energia com a velocidade inicial de 2,2m/s temos que:

$$\tau_{TOTAL} = \frac{m\,{v_f}^2}{2} - \frac{m\,{v_i}^2}{2}$$

$$\tau_{TOTAL} = \frac{m}{2}\left({v_f}^2 - {v_i}^2\right)$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2.\tau_{TOTAL}}{m} + {v_i}^2} = \sqrt{\frac{2.-7,15}{5} + 2,2^2} \cong 1,41\,m/s$$

Resumindo as soluções temos:

a) $\tau_{F_{at}} \cong -22,74\,J$
b) $\tau_{GRAVIDADE} \cong 15,59\,J$
c) $\tau_N = 0\,J$
d) $\tau_{TOTAL} \cong -7,15\,J$
e) $v_f \cong 1,41\,m/s$

Se usarmos g=9,8m/s² os valores são

a) $\tau_{F_{at}} \cong -22,29\,J$
b) $\tau_{GRAVIDADE} \cong 15,28\,J$
c) $\tau_N = 0\,J$
d) $\tau_{TOTAL} \cong -7,01\,J$
e) $v_f \cong 1,43\,m/s$