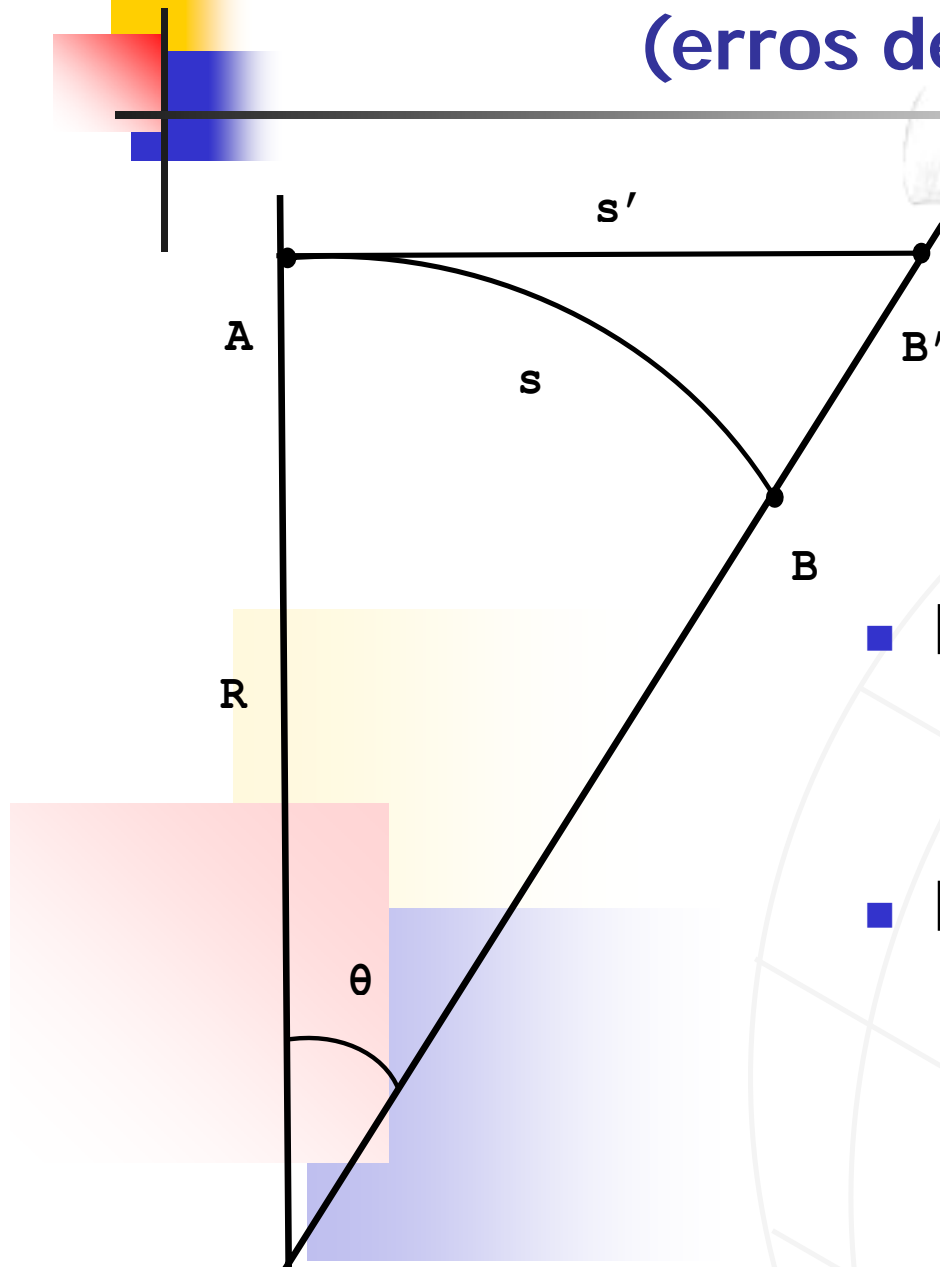


Efeitos da Curvatura

Terra Plana e conceitos associados

- Limite da topografia: 25 a 30km;
- Efeito da curvatura dentro dos limites: aceitável
- Plano topográfico local
- Vertical do lugar
- Plano meridiano / linha N-S

Efeitos da curvatura (erros de aproximação)



- Erro absoluto:

$$\Delta s = s^3 / (3 * R^2)$$

- Erro relativo:

$$(\Delta s / s) = s^2 / (3 * R^2)$$

Efeito da curvatura na distância

s	Δs	$\Delta s/s$
1 km	0,008 mm	1:120.000.000
10 km	8,2 mm	1:1.200.000
25 km*	12,8 cm	1:200.000
50 km	1,03 m	1:50.000

(*) limite do plano topográfico em planimetria.

Qual a distância máxima para um dado erro?

$$\Delta s = 10 \text{ cm}$$

$$s = \sqrt[3]{\Delta s \cdot 3 \cdot R^2}$$

$$s \approx 23 \text{ km}$$

■ Erro absoluto:

$$- \Delta s = s^3 / (3 \cdot R^2)$$

Qual a distância para um erro relativo?

$$e_r = 1:5000$$

$$s \approx 156 \text{ km}$$

$$e_r = 1:10.000$$

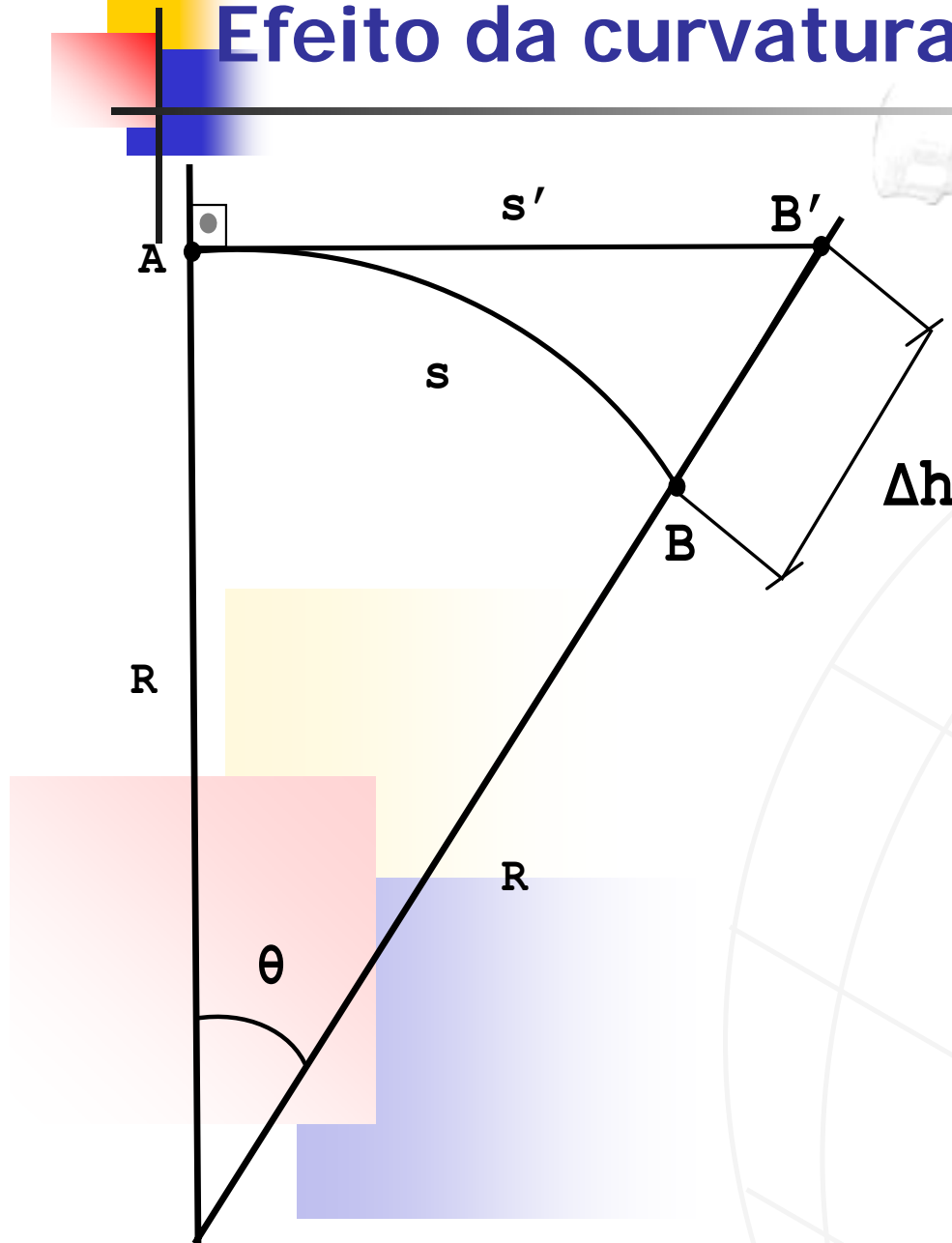
$$s \approx 110 \text{ km}$$

$$s = R \cdot \sqrt{3 \frac{\Delta s}{s}}$$

Erro relativo:

$$(\Delta s/s) = s^2 / (3 * R^2)$$

Efeito da curvatura na altimetria



$$\cos \theta = \frac{R}{R + \Delta h}$$

$$\Delta h = R(\sec \theta - 1)$$

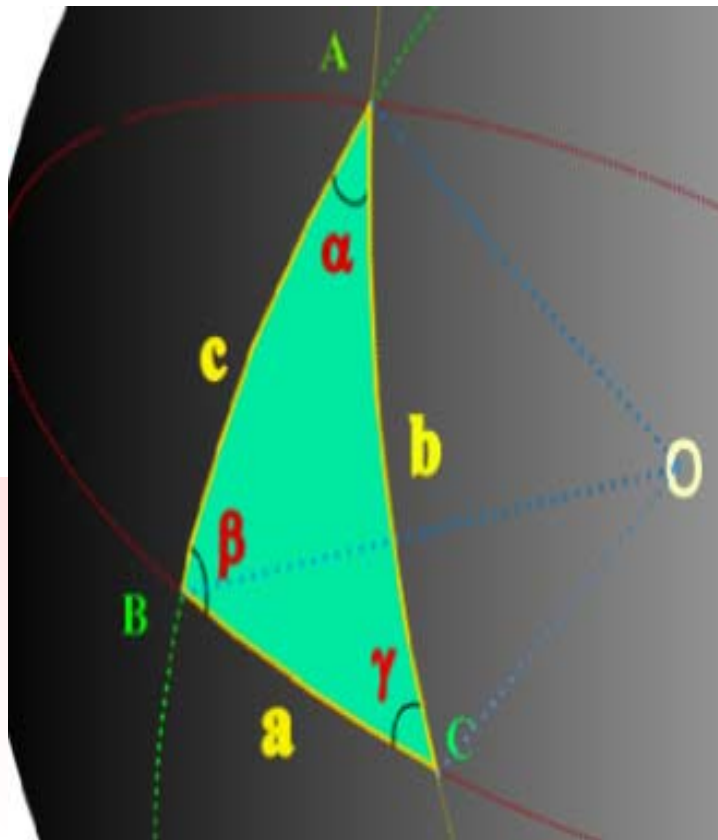
$$\Delta h = \frac{s^2}{2R}$$

Efeito da curvatura na altimetria

s	Δh
10 km	7,8 m
1 km	78 mm
500 m	20 mm
100 m*	0,8 mm

* Limite do plano topográfico em altimetria

Efeito da curvatura nos ângulos



- $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ + \varepsilon;$

$$\varepsilon = \frac{S}{R^2}$$

onde:

S = área do triângulo;

R = raio da Terra
(6.371km);

ε = excesso esférico em
radianos.

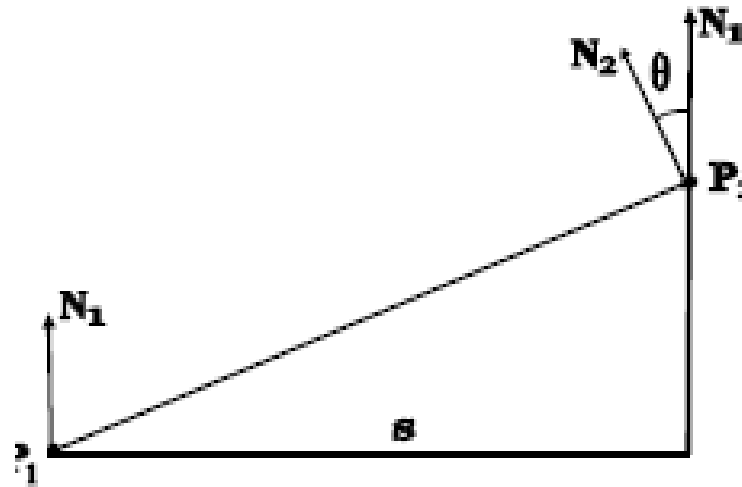
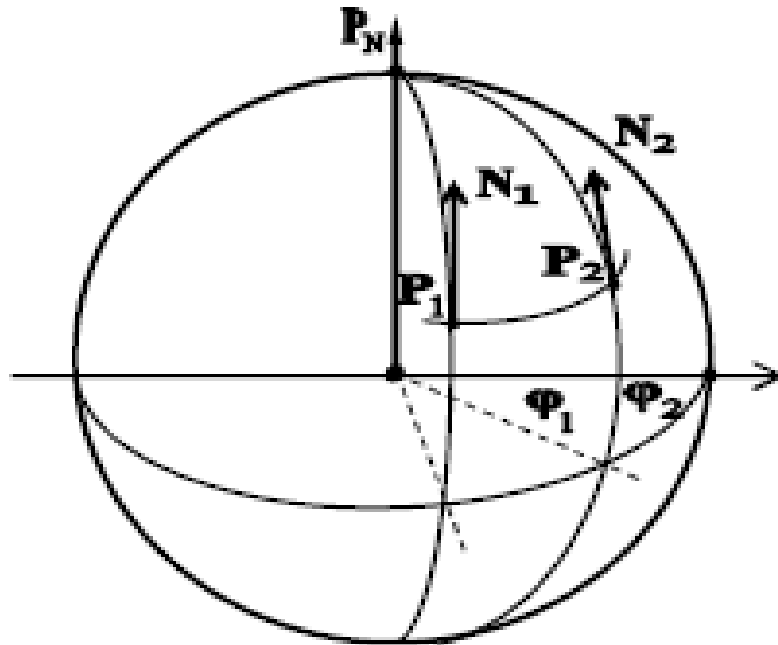
Efeito da curvatura nos ângulos

- **Exemplo:**
- Dado um triângulo com $\varepsilon = 1''$, calcular sua área e a ordem de grandeza dos lados.

Resposta:

$S = 196,7 \text{ km}^2$ e lados da ordem de 20 km

Efeito da curvatura nos azimutes



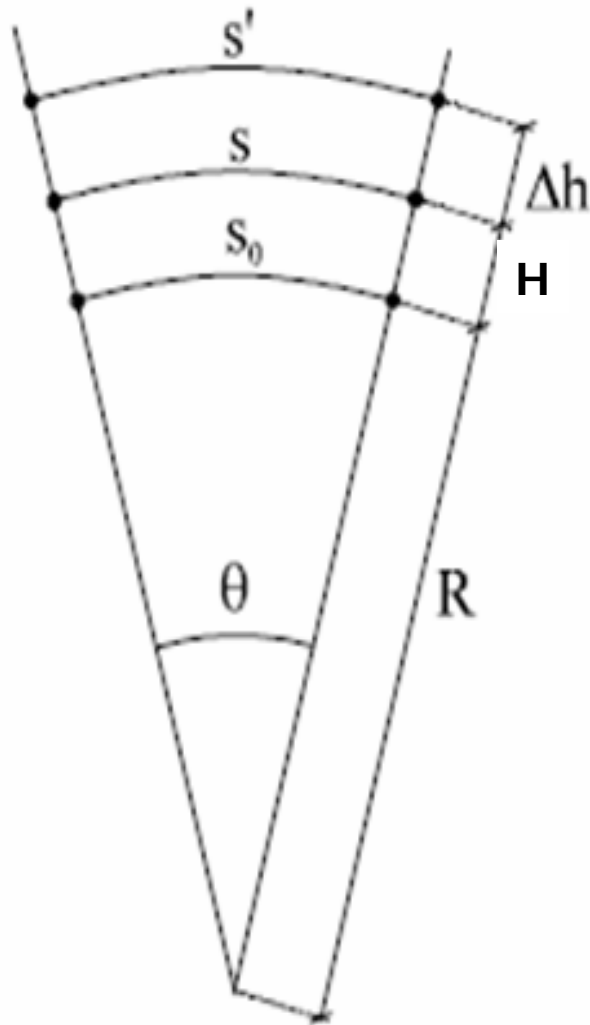
$$\theta = (s/R) * \text{sen} \varphi \text{ (rad.)}$$

Efeito da curvatura nos azimutes: Exemplos

- 1) Seja
- $\varphi = -23^\circ 30'$ (São Paulo) e
- $s = 1 \text{ km}$
- então, $\theta = 13''$;

- 2) Seja
- $\varphi = -23^\circ 30'$ e
- $\theta = 1'$
- então, $s = 4,6 \text{ km}$.

Efeito da altitude nas distâncias



$$\theta = \frac{s_0}{R} = \frac{s}{R+H} = \frac{s'}{R+H+\Delta h}$$

$$\Delta s' = s' - s = s \cdot \frac{\Delta h}{R+H} \cong s \cdot \frac{\Delta h}{R}$$

$$\Delta s = s - s_0 = s \cdot \frac{\Delta h}{R} = s \cdot \frac{H}{R}$$

Efeito da altitude nas distâncias: Exemplo

- $H = 800\text{m}$

$$\Delta h = 1.000\text{m}$$



$$\Delta s = 12,6\text{cm (em relação ao geóide)}$$

$$\Delta s/s = 1/5.000$$



$$\Delta h = 1.274\text{m (máximo desnível)}$$

- Limite de $\Delta h = 500$ a 1.000m