

# **A ANÁLISE MULTICRITÉRIO NA TOMADA DE DECISÃO - O Método Analítico Hierárquico de T. L. Saaty**

Desenvolvimento do método com recurso à  
análise de um caso prático explicado ponto a  
ponto.

**Bruno Miguel da Cruz Jordão**

Aluno N.º 20001012

**Susete Rodrigues Pereira**

Aluna N.º 20001073

**RESUMO:** O presente trabalho pretende falar sobre o Método Analítico Hierárquico (AHP) de Saaty, recorrendo a um exemplo prático explicando etapa a etapa o método. Este exemplo consiste na escolha da melhor alternativa de emprego por parte de um Engenheiro Civil. Deste modo pode-se confirmar o quanto este método é útil aos decisores na resolução de problemas. Assim, pretende-se mostrar a importância que este tem vindo a ter, nas tomadas de decisões de inúmeras situações, desde as mais simples até às mais complexas.

**INSTITUTO POLITÉCNICO DE COIMBRA**

**INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**GESTÃO DE EMPREENDIMENTOS (5º ANO)**

DEZEMBRO DE 2006

<b>1- INTRODUÇÃO</b> .....	3
1.1- O “método”, e onde se pode aplicar .....	3
1.2- Breve descrição das etapas do método .....	4
<b>2- DESENVOLVIMENTO</b> .....	5
2.1- Exemplo prático explicando etapa a etapa o método .....	5
<b>3- CONCLUSÕES</b> .....	13

#### **4- BIBLIOGRAFIA**

Bibliografia utilizada  
Sites importantes para consulta

# 1- INTRODUÇÃO

## 1.1- O “método”, e onde se pode aplicar

O método no qual nos estamos referindo é o Processo Analítico Hierárquico (AHP). A sua origem data de 1971, quando o Dr. Thomas L. Saaty trabalhava no Departamento de Defesa dos Estados Unidos. Foi desenvolvido em 1972, num estudo para o NSF sobre o racionamento de energia para indústrias (durante o mesmo ano Dr. Saaty também criou a escala que relaciona as opiniões aos números). Chegou à sua maturidade aplicativa com o Estudo dos Transportes do Sudão em 1973 e houve um grande enriquecimento teórico entre 1974 e 1978.

O homem é levado a tomar decisões no decorrer de sua vida, sempre confrontando-se com situações onde é necessário escolher. A tomada de decisão torna-se comum e, muitas vezes, é baseada na intuição, sentimento, experiência ou outro parâmetro subjectivo.

Um problema de decisão do tipo multicritério, geralmente envolve a escolha de um número finito de alternativas baseadas num conjunto de critérios seleccionados.

Os problemas complexos da tomada de decisão são comuns numa infinidade de áreas, e desde os tempos remotos o homem tenta resolvê-los, apoiando-se em raciocínios dedutivos, a fim de guiar e validar as suas escolhas.

O Método de Análise Hierárquica é um método simples e confiável. Permite a utilização de dados qualitativos e/ou quantitativos mensuráveis, sendo estes tangíveis ou intangíveis, na análise de critérios. Tem sido mundialmente utilizado para auxiliar os processos de decisão considerando os mais diversos fins, indo da análise do terrorismo (feita para a Agência de Controle de Armas e Desarmamento) até à disposição de recursos em questões governamentais.

O Método AHP tem aplicações em diferentes áreas, tais como:

- Economia/ Problemas administrativos
  - Design
  - Arquitectura
  - Finanças
  - Marketing
  - Benchmarking
  - Planeamento Estratégico
  - Selecção de Portfólio
  - Previsão
  - Alocação de Recursos
  - Análise de Benefício / Custo
  - Análise de Investimentos
  - Avaliação de Aquisições
- Problemas Políticos
  - Resolução de Conflitos e Negociações

- Jogos de Guerra
- Problemas Sociais
  - Educação
  - Medicina
  - Direito
  - Sector Público
  - Comportamento em competição
  - Contratação e Avaliação de Desempenho de Profissionais
- Problemas Tecnológicos
  - Selecção de Mercado
  - Tecnologia de Transferência
  - Selecção de Fornecedores
  - Satisfação do Cliente
  - Qualidade Total

(adaptado de [1,2,3,5])

## **1.2- Breve descrição das etapas do método**

Inicia-se o estudo do método AHP, decompondo os elementos de um problema como hierarquia. De seguida efectua-se as comparações binárias entre elementos de um nível em relação ao critério do nível superior. Estas comparações determinaram as prioridades e finalmente, devido à síntese, as prioridades globais. Faz-se a avaliação da coerência e do tratado de interdependência.

Estas etapas fundamentais do método podem-se resumir brevemente. Simplificando, o processo é estável mesmo que seja possível dar particular importância a certas etapas, para resolver alguns problemas. De seguida vem a descrição de como se deve fazer.

1- Definir o problema e a decisão designada

2- Estruturar a hierarquia de um ponto de vista global de gestão

3- Construir uma matriz de comparações binárias, criando o impacto de cada elemento sobre cada critério de referência do nível superior.

Quando conjugados dois elementos, a maioria dos indivíduos preferem formular uma apreciação que exprime as suas preferências para um número inteiro.

A matriz permite transcrever este valor a uma dada posição e o recíproco (inverso) na outra posição simétrica.

Um elemento situado à esquerda é por convenção examinado em sua função, relativamente ao elemento situado no topo da matriz.

4- Obter todas as apreciações necessárias para desenvolver o conjunto de matrizes da terceira etapa.

As apreciações múltiplas podem ser sintetizadas utilizando os meios geométricos.

5- Obter as prioridades depois de ter colectado todos os dados fornecidos pelas comparações binárias, ter levado os recíprocos e os valores unitários sobre a diagonal principal, para testar a coerência.

6- Efectuar todas as operações previstas nas etapas 3,4 e 5 para todos os níveis e todos os grupos hierárquicos.

7- Utilizar a composição hierárquica para ponderar os vectores das prioridades pelo peso dos critérios e levar a soma em relação a todos os valores de prioridades ponderadas correspondendo aos dos níveis imediatamente inferiores, e assim sucessivamente.

Estas operações vão dar um vector de prioridades globais para o nível mais baixo da hierarquia.

8- Avaliar a coerência de todas as hierarquias multiplicando cada índice de coerência pela prioridade do critério correspondente e adicionando os produtos.

O resultado é dividido pelo mesmo tipo de avaliação utilizando o índice de coerência aleatória correspondente à dimensão de cada matriz ponderada pelas prioridades, como anteriormente.

O rácio de coerência da hierarquia deve ser inferior ou no máximo igual a 10%, caso contrário, deve ser revista a qualidade da informação.

Estas são as etapas que vamos seguir no estudo do exemplo proposto.

(adaptado de [4])

## **2- DESENVOLVIMENTO**

Diante de uma variedade de áreas tão grande, escolher onde aplicar o método é tarefa fácil. Para citar algumas decisões apoiadas pelo método AHP, tem-se: a escolha de um automóvel, de um imóvel, da localização de uma empresa, da melhor alternativa de emprego, entre muitas outras.

### **2.1- Exemplo prático explicando etapa a etapa o método**

A escolha da melhor alternativa de emprego foi o exemplo escolhido para aplicação do método AHP neste trabalho.

Exemplo:

Um Engenheiro Civil recebeu duas ofertas de emprego (Emprego 1 e 2). Ele reside actualmente na cidade de Coimbra, mas está disposto a mudar de cidade, caso as vantagens oferecidas por outros factores sejam melhores. Para realizar a escolha do melhor emprego, ele considerou os seguintes factores ou critérios: salário, oportunidade de progresso profissional, localização e custo de vida no local de trabalho.

De seguida foram recolhidos alguns dados complementares, para auxiliar na avaliação na tomada de decisão:

Tabela 1 – Dados complementares

Critérios	Emprego 1	Emprego 2
C1 - Salário anual (14 meses)	14.000,00€	21.000,00€
C2 - Oportunidade profissional	Alta	Baixa
C3 - Localização	Lisboa	Coimbra
C4 - Custo de vida	Alto	Médio

Etapas do Método de análise hierárquica de Saaty:

1) Depois de definir o problema e os respectivos critérios<sup>1</sup>, passamos para a fase seguinte.

2) Construção da Estrutura de decisão hierárquica em três níveis:

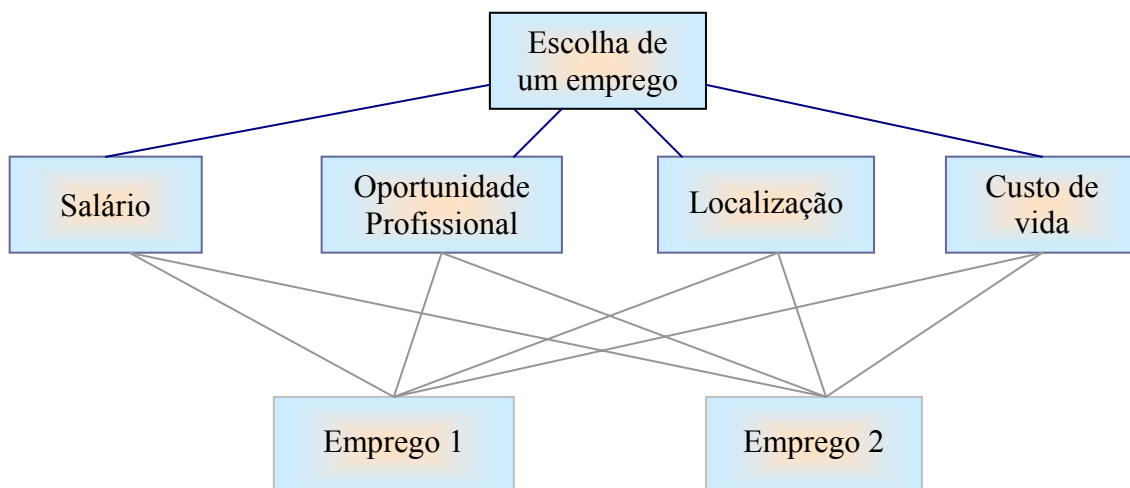


Figura 1 – Estrutura de decisão hierárquica em três níveis

3) Construção das matrizes de preferência para cada critério: depois de se ter construído a hierarquia, deve-se fazer uma comparação, par a par, de cada elemento no nível hierárquico dado, criando-se uma matriz de decisão quadrada. Nessa matriz, o decisor representará, a partir de uma escala predefinida de comparações binárias entre os elementos comparados, sob o enfoque de um elemento do nível imediatamente superior. As comparações par a par são realizadas em todos os níveis hierárquicos. A comparação par a par das alternativas é realizada utilizando uma escala própria, que varia de 1 a 9. Saaty (1991) propôs essa escala, denominada a Escala Fundamental, como é mostrado na Tabela 2.

Então, determinar os graus de preferência para cada critério, com o desenvolvimento de 4 matrizes que comparam os graus de intensidade por pares em função de cada característica, referentes aos 4 critérios adoptados.

<sup>1</sup> Recomenda-se que os critérios não sejam mais que 9, sendo recomendado a utilização de 3 a 7 critérios, para que o método seja fiável.

Tabela 2 – Escala Fundamental de Saaty (de comparações binárias)

Intensidade de importância	Definição	Explicação
1	Igual importância	As duas actividades contribuem igualmente para o objectivo.
3	Fraca importância	A experiência e o julgamento favorecem levemente uma actividade em relação a outra.
5	Forte importância	A experiência e o julgamento favorecem fortemente uma actividade em relação a outra.
7	Muito forte importância	Uma actividade é muito fortemente favorecida em relação a outra; sua dominação de importância é demonstrada na prática.
9	Importância absoluta	A evidência favorece uma actividade em relação a outra com o mais alto grau de certeza.
2, 4, 6, 8	Valores intermediários	Quando se procura uma condição de compromisso entre duas definições.
Recíprocos dos valores	Se a actividade i recebe uma das designações diferentes de zero, quando comparada com a actividade j, então j tem o valor recíproco quando comparada com i.	Uma designação razoável.

A seguir são apresentadas as matrizes segundo os critérios de preferências estabelecidos no exemplo:

Tabela 3 – Preferência por **Salário**

C1	Emprego 1	Emprego 2
Emprego 1	1	1/6
Emprego 2	6	1

Tabela 4 – Preferência por **Oportunidade profissional**

C2	Emprego 1	Emprego 2
Emprego 1	1	8
Emprego 2	1/8	1

Tabela 5 – Preferência por **Localização**

C3	Emprego 1	Emprego 2
Emprego 1	1	1/5
Emprego 2	5	1

Tabela 6 – Preferência por **Custo de vida**

C4	Emprego 1	Emprego 2
Emprego 1	1	4
Emprego 2	1/4	1

4) Normalizar as matrizes: deve-se dividir cada elemento da matriz pela soma da coluna a que pertence. Normalizar os valores de cada coluna de tal forma que a soma de todos os seus elementos seja igual a 1.

Tabela 7 e Tabela 7.1 – Cálculos para normalização do critério **Salário**

C1	Emprego 1	Emprego 2
Emprego 1	1	1/6
	+	+
Emprego 2	6	1
	=	=
	7	7/6

→

C1	Emprego 1	Emprego2
Emprego 1	$1 / 7 = 1/7$	$(1/6)/(7/6) = 1/7$
	+	+
Emprego 2	$6/7=6/7$	$1 / (7/6) = 6/7$
	=	=
	1	1

Tabela 8 e Tabela 8.1 – Cálculos para normalização do critério **Oportunidade profissional**

C2	Emprego 1	Emprego 2
Emprego 1	1	8
	+	+
Emprego 2	1/8	1
	=	=
	9/8	9

C2	Emprego 1	Emprego2
Emprego 1	$1/(9/8)=8/9$	$8/9=8/9$
	+	+
Emprego 2	$(1/8)/(9/8)=1/9$	$1/9=1/9$
	=	=
	1	1

Tabela 9 e Tabela 9.1 – Cálculos para normalização do critério **Localização**

C3	Emprego 1	Emprego 2
Emprego 1	1	1/5
	+	+
Emprego 2	5	1
	=	=
	6	6/5

C3	Emprego 1	Emprego2
Emprego 1	$1/6=1/6$	$(1/5)/(6/5)=1/6$
	+	+
Emprego 2	$5/6=5/6$	$1/(6/5)=5/6$
	=	=
	1	1

Tabela 10 e Tabela 10.1 – Cálculos para normalização do critério **Custo de vida**

C4	Emprego 1	Emprego 2
Emprego 1	1	4
	+	+
Emprego 2	1/4	1
	=	=
	5/4	5

C4	Emprego 1	Emprego2
Emprego 1	$1/(5/4)=4/5$	$4/5=4/5$
	+	+
Emprego 2	$(1/4)/(5/4)=1/5$	$1/5=1/5$
	=	=
	1	1

5) Obter a média de cada critério: converte-se as frações em decimais e encontra-se a média aritmética de cada linha da matriz normalizada. O resultado é um vector representando um dado critério.



Tabela 11 – Cálculo da média do critério **Salário**

<b>C1</b>	Emprego 1		Emprego 2		<b>Média</b>
Emprego 1	1/7≈0,143	+	1/7≈0,143	=	0,143
Emprego 2	6/7≈0,857	+	6/7≈0,857	=	0,857

Tabela 12 – Cálculo da média do critério **Oportunidade profissional**

<b>C2</b>	Emprego 1		Emprego 2		<b>Média</b>
Emprego 1	8/9≈0,889	+	8/9≈0,889	=	0,889
Emprego 2	1/9≈0,111	+	1/9≈0,111	=	0,111

Tabela 13 – Cálculo da média do critério **Localização**

<b>C3</b>	Emprego 1		Emprego 2		<b>Média</b>
Emprego 1	1/6≈0,167	+	1/6≈0,167	=	0,167
Emprego 2	5/6≈0,833	+	5/6≈0,833	=	0,833

Tabela 14 – Cálculo da média do critério **Custo de vida**

<b>C4</b>	Emprego 1		Emprego 2		<b>Média</b>
Emprego 1	4/5≈0,800	+	4/5≈0,800	=	0,800
Emprego 2	1/5≈0,200	+	1/5≈0,200	=	0,200

6) Construir matriz de prioridade: com os vetores encontrados na etapa anterior, deve-se construir uma matriz. As linhas constituirão as alternativas e as colunas os critérios.

Tabela 15 – Matriz de preferências

	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>
<b>Emprego 1</b>	0,143	0,889	0,167	0,800
<b>Emprego 2</b>	0,857	0,111	0,833	0,200

7) Construir a matriz de comparação dos critérios: depois de obtido o vector de prioridades ou de impacto das alternativas sob cada critério continua-se com o nível dos critérios. Construir uma matriz de comparação dos critérios e repetir as etapas 4 e 5 para a classificação par a par. O resultado será um vector que contém a média das preferências de cada critério.

Tabela 16 – Comparação entre critérios

	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>
<b>C1 - Salário</b>	1	1/7	1/3	1/2
<b>C2 - Oportunidade</b>	7	1	5	5
<b>C3 - Localização</b>	3	1/5	1	3
<b>C4 - Custo de vida</b>	2	1/5	1/3	1

Etapa 4:

Tabela 17 – Cálculos para normalização dos critérios

	C1	C2	C3	C4
C1 - Salário	1	1/7	1/3	1/2
	+	+	+	+
C2 - Oportunidade	7	1	5	5
	+	+	+	+
C3 - Localização	3	1/5	1	3
	+	+	+	+
C4 - Custo de vida	2	1/5	1/3	1
	=	=	=	=
Totais	13	54/35	20/3	19/2

Tabela 17.1 – Cálculos para normalização dos critérios

	C1	C2	C3	C4
C1 - Salário	1/13=1/13	(1/7)/(54/35)=5/54	(1/3)/(20/3)=1/20	(1/2)/(19/2)=1/19
	+	+	+	+
C2 - Oportunidade	7/13=7/13	1/(54/35)=35/54	5/(20/3)=3/4	5/(19/2)=10/19
	+	+	+	+
C3 - Localização	3/13=3/13	(1/5)/(54/35)=7/54	1/(20/3)=3/20	3/(19/2)=6/19
	+	+	+	+
C4 - Custo de vida	2/13=2/13	(1/5)/(54/35)=7/54	(1/3)/(20/3)=1/20	1/(19/2)=2/19
	=	=	=	=
Totais	1	1	1	1

Etapa 5:

Tabela 17.2 – Cálculo da média dos critérios

	C1		C2		C3		C4		Média
C1	1/13 ≈ 0,077	+	5/54 ≈ 0,092	+	1/20 ≈ 0,050	+	1/19 ≈ 0,053	=	0,067
C2	7/13 ≈ 0,538	+	35/54 ≈ 0,648	+	3/4 ≈ 0,75	+	10/19 ≈ 0,526	=	0,616
C3	3/13 ≈ 0,231	+	7/54 ≈ 0,130	+	3/20 ≈ 0,15	+	6/19 ≈ 0,316	=	0,207
C4	2/13 ≈ 0,154	+	7/54 ≈ 0,130	+	1/20 ≈ 0,05	+	2/19 ≈ 0,105	=	0,110
Totais	1,000		1,000		1,000		1,000		1,000

8) Obter o resultado: multiplicar a matriz obtida na etapa 6 pelo vector da Média obtido na etapa 7. O resultado será um vector que contém a quantificação final de cada alternativa.

Tabela 18 – Cálculo do Resultado Final

	C1	C2	C3	C4	Média	Resultado
<b>Emprego 1</b>	0,143	0,889	0,167	0,800	X 0,067	= <b>0,679</b>
<b>Emprego 2</b>	0,857	0,111	0,833	0,200	0,616	<b>0,321</b>
					0,207	
					<u>0,110</u>	

$$\text{Emprego 1} = ((0,143*0,067)+(0,889*0,616)+(0,167*0,207)+(0,800*0,110)) = \mathbf{0,679}$$

$$\text{Emprego 2} = ((0,857*0,067)+(0,111*0,616)+(0,833*0,207)+(0,200*0,110)) = \mathbf{0,321}$$

Ou seja: **Emprego 1 = 67,9%**

Emprego 2 = 32,1%

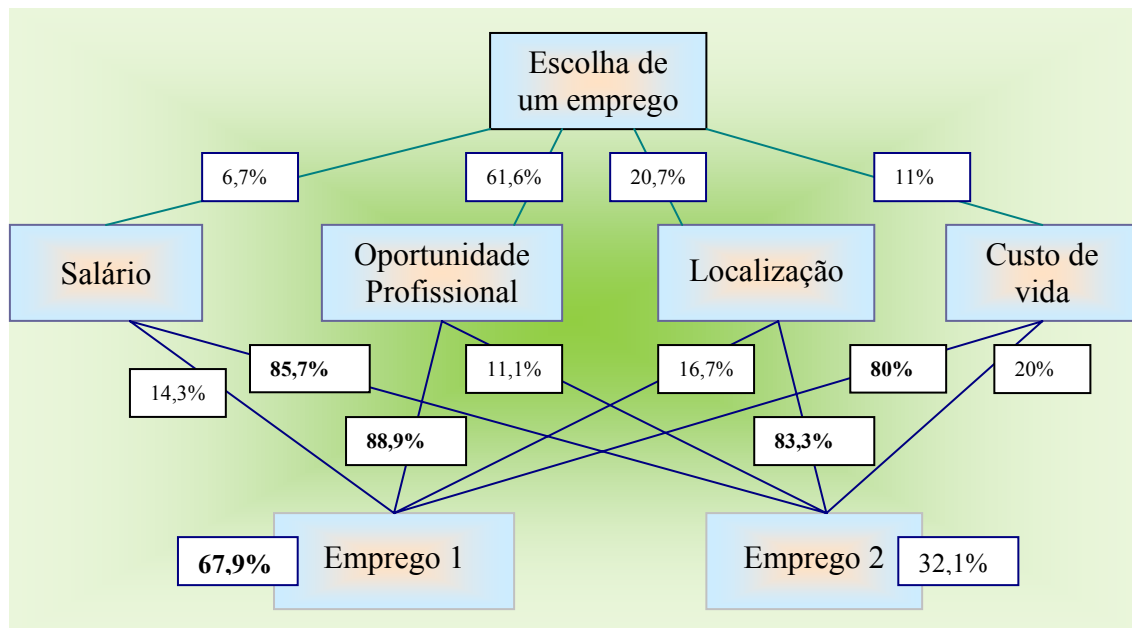


Figura 2 – Estrutura de preferências para os vários graus hierárquicos e a respectiva solução

9) Calcular a coerência: o cálculo da coerência deve ser tido em consideração para todas as matrizes binárias do problema, mas só se justifica para matrizes de dimensão igual ou superiores a 3x3. Neste caso, só temos uma matriz de dimensão aceitável (4x4), que é a da comparação entre critérios.

Esta etapa 9) é constituída por 4 passos.

Tabela 19 – Matriz inicial da comparação entre critérios

	C1	C2	C3	C4
C1 - Salário	1	1/7	1/3	1/2
C2 - Oportunidade	7	1	5	5
C3 - Localização	3	1/5	1	3
C4 - Custo de vida	2	1/5	1/3	1

9.1) Determinar a totalização das entradas: resume-se ao produto da matriz inicial com o respectivo vector da Média, obtido na etapa 7 que está abaixo representado.

Tabela 19.1 – Matriz inicial normalizada e respectiva média dos critérios

	C1		C2		C3		C4		Média
C1	1/13 ≈ 0,077	+	5/54 ≈ 0,092	+	1/20 ≈ 0,050	+	1/19 ≈ 0,053	=	0,067
C2	7/13 ≈ 0,538	+	35/54 ≈ 0,648	+	3/4 ≈ 0,75	+	10/19 ≈ 0,526	=	0,616
C3	3/13 ≈ 0,231	+	7/54 ≈ 0,130	+	3/20 ≈ 0,15	+	6/19 ≈ 0,316	=	0,207
C4	2/13 ≈ 0,154	+	7/54 ≈ 0,130	+	1/20 ≈ 0,05	+	2/19 ≈ 0,105	=	0,110
Totais	1,0		1,0		1,0		1,0		1,0

Tabela 20 – Totalização das entradas

	C1	C2	C3	C4	Média	Totais
C1 - Salário	1	0,143	0,333	0,500	X 0,067	= 0,2797
C2 - Oportunidade	7	1	5	5	0,616	2,6731
C3 - Localização	3	0,200	1	3	0,207	0,8629
C4 - Custo de vida	2	0,200	0,333	1	0,110	0,4378

9.2) Determinar o  $\lambda$  máximo: considera-se o n.º de critérios, que neste caso são 4. Divide-se o vector do Total de entradas pelo vector da Média e obtêm-se um novo vector. Deste vector resultante, somam-se as suas parcelas (4) e divide-se pelo n.º de critérios (4), e resultado é o  $\lambda$  máximo.

Tabela 21 – vector para determinar  $\lambda$  máximo

Totais	Média	
0,2797	0,067	= 4,1109
2,6731	0,616	4,3414
0,8629	0,207	4,1775
0,4378	0,110	3,9910

Calculo do  $\lambda$  máximo:

$$\lambda \text{ máx} = \frac{4.1109 + 4.3414 + 4.1775 + 3.9910}{4} = 4.15521$$

9.3) Calcular o Índice de Coerência, IC:

$$IC = \frac{\lambda \text{ máx} - n}{n - 1} = \frac{4.15521 - 4}{3} = 0.0517$$

**9.4)** Comparar o Índice de Coerência, IC com o Índice Aleatório, IA e verificar se é  $\leq 0,10$  (10%): O índice aleatório está representado na tabela abaixo descrita.

$$RC = \frac{IC}{IA} = \frac{0.0517}{0.90} = \mathbf{0.05748} < 0.1 \quad \text{verifica}$$

Tabela 22 – tabela do Índice Aleatório

Dimensão da matriz	1	2	3	<b>4</b>	5	6	7	8	9	10
Coerência aleatória	0,00	0,00	0,58	<b>0,90</b>	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Neste exemplo, o emprego 1 possui resultado numérico, **0,679** (67,9%), maior que o emprego 2, 0,321 (32,1%), e deve ser a alternativa escolhida pelo interessado, segundo as comparações paritárias fornecidas e pela verificação da coerência da matriz implicada.

O AHP tem um resultado numérico directo e pode ser utilizado em qualquer tomada de decisão, onde o decisor seja capaz de comparar as opções, segundo critérios previamente estabelecidos.

(adaptado de [1,4])

### 3- CONCLUSÕES

Pode observar-se que, mesmo um decisor, pode ser induzido a alguma alternativa específica, alterando a decisão e consequentemente o resultado.

Acredita-se que esta é uma característica não só do método AHP. É facto comprovado que a experiência e o conhecimento das pessoas que vão realizar as decisões são muito importantes. No entanto, é necessário algum treino para utilizar esta ferramenta de tomada de decisão.

A estruturação de uma decisão segundo esta metodologia orienta-nos a analisar todos os critérios e as alternativas à luz de cada critério.

Considera-se que o objectivo deste trabalho, o de “estudar a metodologia de apoio à tomada de decisão multicritério, AHP, e aplicá-la na escolha da melhor alternativa de emprego” tenha sido atingido.

(adaptado de [1])

#### 4- BIBLIOGRAFIA

##### **Bibliografia utilizada**

[1] [http://www.arcos.pucminas.br/si/documentos/monografias/SI\\_PUC\\_ARCOS\\_monografia\\_edilene\\_lopes.pdf](http://www.arcos.pucminas.br/si/documentos/monografias/SI_PUC_ARCOS_monografia_edilene_lopes.pdf)

[2] <http://www.tipec.com.br/editor/mostrarpag.asp?id=42>

[3] [http://www.pucminas.br/documentos/geografia\\_24\\_art06.pdf?PHPSESSID=d7619ceb42d2e34c8c41b23ce8b7f054](http://www.pucminas.br/documentos/geografia_24_art06.pdf?PHPSESSID=d7619ceb42d2e34c8c41b23ce8b7f054)

[4] Saaty, Thomas L. ; *Decider face à la complexité*, “Une approche analytique multicritère d’aide à la décision”, tradução de Lionel Dahan. Paris, 1984, ISBN2-7101-0491-1 , pág. 18 à 120

[5] Apontamentos fornecidos pelo Professor da Disciplina

##### **Sites importantes para consulta:**

<http://www.expertchoice.com>

<http://www.infoharvest.com>

<http://www.hut.fi/Units/Systems.Analysis>