INTRODUÇÃO À PESQUISA OPERACIONAL

8ª Edição

FREDERICK S. HILLIER
Stanford University

GERALD J. LIEBERMAN
Ex-Professor Titular da Stanford University

Tradução
ARIOVALDO GRIESI

Revisão Técnica
JOÃO CHANG JUNIOR
Doutor em Administração — FEA/USP
Professor Titular do Programa de Mestrado da UNIP
Professor Titular da FAAP

McGraw Hill

Bangcoc Bogotá Beijing Caracas Cidade do México
Cingapura Lisboa Londres Madri Milão Montreal Nova Delhi
Santiago São Paulo Seul Sydney Taipé Toronto

CAPÍTULO 20

Simulação

Neste capítulo final, estamos prontos para nos concentrarmos na última das técnicas-chave da pesquisa operacional. A *simulação* se destaca entre essas técnicas sendo a mais usada delas. Além disso, por ser uma ferramenta tão flexível, poderosa e intuitiva, ela continua a ganhar rapidamente popularidade.

Essa técnica envolve o uso de um computador para *imitar* (simular) a operação de um inteiro processo ou sistema. Por exemplo, a simulação é freqüentemente usada para realizar análises de risco em processos financeiros, imitando repetidamente a evolução das transações envolvidas para gerar um perfil de possíveis resultados. A simulação também é amplamente usada para analisar sistemas estocásticos que continuarão a operar indefinidamente. Para tais sistemas, o computador gera e registra, aleatoriamente, as ocorrências dos vários eventos que dirigem o sistema como se eles estivessem operando fisicamente. Em virtude de sua velocidade, o computador pode simular até mesmo anos de operação em uma questão de segundos. Registrar o desempenho da operação simulada do sistema para uma série de projetos ou procedimentos operacionais alternativos habilita então a avaliação e a comparação dessas alternativas antes de escolher uma.

A Seção 20.1 descreve e ilustra a essência da simulação. A Seção 20.2 apresenta uma série de aplicações comuns de simulação. As Seções 20.3 e 20.4 se concentram em duas ferramentas-chave da simulação: a geração de números aleatórios e a geração de observações aleatórias a partir das distribuições de probabilidades. A Seção 20.5 descreve o procedimento geral para aplicação da simulação. A Seção 20.6 mostra como as simulações agora podem ser executadas de forma eficiente em planilhas e, depois, a Seção 20.7 estende essa metodologia baseada em planilhas em busca de uma solução ótima para modelos de simulação. Um suplemento do capítulo contido no CD-ROM introduz algumas técnicas especiais para melhorar a precisão das estimativas das medidas de desempenho do sistema simulado. Um segundo suplemento no CD-ROM apresenta um método estatístico inovador para analisar a saída de uma simulação.

20.1 A ESSÊNCIA DA SIMULAÇÃO

A técnica de *simulação* tem sido há muito tempo uma importante ferramenta do projetista. Por exemplo, a simulação de vôo de um avião em um túnel de vento é uma prática comum quando se projeta um avião novo. Teoricamente, as regras da física poderiam ser usadas para se obter as mesmas informações sobre como o desempenho da aeronave muda à medida que forem alterados os parâmetros de projeto, porém, por questões práticas, a análise se tornaria muito complicada para resolver o problema todo. Outra opção seria construir aeronaves reais com projetos alternativos e testá-los em vôos reais para escolher o projeto final, no entanto, isso seria muito caro (além de não ser seguro). Portanto, após a realização de algumas análises teóricas preliminares para desenvolver um *pré-projeto*, a simulação de vôo em um túnel de vento é uma ferramenta vital para experimentar projetos *específicos*. Essa simulação equivale a *imitar* o desempenho de um avião de verdade em um ambiente controlado de modo a *estimar* qual será o real desempenho. Após um projeto detalhado ter sido desenvolvido dessa maneira, um modelo protótipo pode ser construído e testado em um vôo real para ajustar o projeto final.

O Papel da Simulação em Estudos de Pesquisa Operacional

A *simulação* desempenha o mesmo papel em muitos estudos de PO. Entretanto, em vez de projetar um avião, a equipe de PO se preocupa com o desenvolvimento de um projeto ou procedimento operacional para algum *sistema estocástico* (um sistema que evolui *probabilisticamente* ao longo do tempo). Alguns desses sistemas estocásticos lembram os exemplos das cadeias de Markov e sistemas de filas descritos nos Capítulos 16 e 17, e outros são mais complexos. Em vez de usar um túnel de vento, o desempenho do sistema real é *imitado* usando-se distribuições de probabilidades para *gerar aleatoriamente* diversos eventos que ocorrem no sistema. Portanto, um modelo de simulação *sintetiza* o sistema construindo-o, componente por componente, e evento por evento. Em seguida, o modelo *executa* o sistema simulado para obter *observações estatísticas* do desempenho do sistema resultante de diversos eventos gerados aleatoriamente. Como as *execuções de simulação* normalmente exigem a geração e o processamento de um enorme volume de dados, esses experimentos estatísticos simulados são, inevitavelmente, realizados em um computador.

Quando a simulação for usada como parte de um estudo de PO, ele é comumente precedido e seguido pelas mesmas etapas descritas anteriormente para o projeto de um avião. Particularmente, é feita alguma análise preliminar (talvez com modelos matemáticos aproximados) para se obter um esboço do sistema (inclusive de seus procedimentos operacionais). Em seguida, é usada a simulação para experimentar projetos específicos para estimar o desempenho de cada um deles. Após um projeto detalhado ter sido desenvolvido e selecionado dessa maneira, o sistema provavelmente é testado na prática para ajustes no projeto final.

Para preparar a simulação de um sistema complexo, um **modelo de simulação** detalhado precisa ser formulado para descrever a operação do sistema e como ele deve ser simulado. Um modelo de simulação tem diversos blocos construtivos básicos:

1. Uma definição do *estado do sistema* (por exemplo, o número de clientes em um sistema de filas).
2. Identificar os *possíveis estados* do sistema que podem ocorrer.
3. Identificar os *possíveis eventos* (por exemplo, chegadas e términos de atendimento em um sistema de filas) que mudariam o estado do sistema.
4. Uma provisão para um *relógio simulado,* localizado no mesmo endereço do programa de simulação, que vai registrar a passagem do tempo (simulado).
5. Um método para *gerar eventos aleatoriamente* de diversos tipos.
6. Uma fórmula para identificar as *transições de estado* que são geradas pelos diversos tipos de eventos.

Grandes avanços têm sido feitos no sentido do desenvolvimento de software especial (descrito na Seção 20.5) para integrar de forma eficiente o modelo de simulação em um programa de computador e então realizar as simulações. Não obstante, ao lidar com sistemas relativamente complexos, a simulação tende a ser um procedimento relativamente caro. Após formular um modelo de simulação detalhado, é necessário um tempo considerável para desenvolver e depurar os programas de computador necessários para executar a simulação. Em seguida, talvez sejam necessários diversos processamentos longos para se obter dados de qualidade sobre como será o desempenho de todos os projetos alternativos do sistema. Finalmente, todos esses dados (que apenas fornecem *estimativas* do desempenho dos projetos alternativos) deveriam ser analisados cuidadosamente antes de se chegar a qualquer conclusão final. Todo esse processo normalmente consome muito tempo e esforço. Portanto, a simulação não deveria ser usada quando existir um procedimento menos oneroso capaz de fornecer as mesmas (ou melhores) informações.

Normalmente a simulação é usada quando o sistema estocástico envolvido for muito complexo para ser analisado satisfatoriamente pelos tipos de modelos matemáticos (por exemplo, modelos de filas) descritos em capítulos precedentes. Um dos principais pontos fortes de um modelo matemático é o fato de ele abstrair a essência do problema e revelar sua estrutura subjacente fornecendo, portanto, as relações causa-efeito contidas no sistema. Assim, se o modelador for capaz de construir um modelo matemático que seja, ao mesmo tempo, uma idealização razoável do problema e tratável para solução, essa abordagem geralmente é superior em relação à simulação. Entretanto, diversos problemas são muito complexos para permitir o uso dessa metodologia. Logo, a simulação normalmente é a única abordagem prática a um problema.

Simulação por Eventos Discretos *versus* Simulação Contínua

Duas amplas categorias de simulações são as simulações por eventos discretos e as simulações contínuas.

A **simulação por eventos discretos** é aquela em que as mudanças no estado do sistema ocorrem instantaneamente em pontos aleatórios no tempo como resultado da ocorrência de *eventos discretos.* Por exemplo, em um sistema de filas no qual o estado do sistema é o número de clientes no sistema, os eventos discretos que mudam esse estado são a chegada e a saída de um cliente em decorrência da finalização desse serviço. A maioria das aplicações de simulação, na prática, é simulação por eventos discretos.

A **simulação contínua** é aquela na qual as mudanças no estado do sistema ocorrem *continuamente* ao longo do tempo. Por exemplo, se o sistema de interesse for um avião em vôo e seu estado for definido como a posição atual da aeronave, então o estado está mudando continuamente ao longo do tempo. Algumas aplicações de simulações contínuas ocorrem em estudos de projetos de tais sistemas de engenharia.

As simulações contínuas normalmente exigem o emprego de equações diferenciais para descrever a taxa de mudança das variáveis de estado. Logo, a análise tende a ser relativamente complexa.

Aproximando as mudanças contínuas do estado de um sistema por mudanças ocasionais discretas, muitas vezes é possível usar a simulação por eventos discretos para aproximar o comportamento de um sistema contínuo. Isso tende a simplificar enormemente a análise.

Este capítulo se concentra daqui em diante nas simulações por eventos discretos. Assumimos esse tipo em todas as referências feitas posteriormente à simulação.

Vejamos agora dois exemplos para ilustrar as idéias básicas da simulação. Esses exemplos são consideravelmente mais simples do que a aplicação usual dessa técnica de modo a destacar as principais idéias de forma mais rápida. De fato, o primeiro sistema é tão simples que a simulação nem mesmo precisa ser realizada em um computador. O segundo sistema incorpora um número maior de características comuns de uma simulação, embora ela seja, também, suficientemente simples para ser resolvida analiticamente.

EXEMPLO 1 Um Jogo de Lançamento de Moeda

Você é o felizardo de uma rifa. Seu prêmio é uma viagem com todas as despesas pagas em um luxuoso hotel em Las Vegas, incluindo algumas fichas para apostas no cassino do hotel.

Após entrar no cassino, você descobre que, além dos jogos usuais (*blackjack,* roleta etc.), eles dispõem de um novo e interessante jogo com as seguintes regras.

Regras do Jogo

1. Cada rodada do jogo envolve lançar repetidamente uma moeda não viciada até que a *diferença* entre o número de caras obtido e o número de coroas seja 3.

2. Caso decida participar do jogo, é exigido uma aposta de US$ 1 para cada lançamento da moeda. Não é permitido abandonar o jogo durante uma rodada.
3. Você receberá US$ 8 no final de cada rodada do jogo.

Logo, você ganhará dinheiro caso o número de lançamentos necessário for menor que 8, porém perderá dinheiro caso sejam necessários mais de 8 lançamentos. Eis alguns exemplos (em que H representa cara e T coroa).

HHH	3 lançamentos.	Você ganha US$ 5
THTTT	5 lançamentos.	Você ganha US$ 3
THHTHTHTTTT	11 lançamentos.	Você perde US$ 3

Como você decidiria se deve ou não participar desse jogo?

Muitas pessoas baseariam sua decisão em *simulação*, embora elas provavelmente não usasse essa denominação. Nesse caso, a simulação equivale a nada mais do que simplesmente participar do jogo muitas vezes sem apostar até que se torne claro se vale a pena ou não jogar por dinheiro. Meia hora jogando repetidamente uma moeda e registrando os ganhos ou perdas resultantes talvez seja suficiente. Essa é uma simulação verdadeira, pois estamos *imitando* a realização do jogo *sem*, na verdade, ganhar ou perder qualquer dinheiro.

Vejamos agora como um computador pode ser usado para realizar esse mesmo *experimento simulado.* Embora um computador não seja capaz de lançar moedas, ele pode *simular* isso. Ele faz isso gerando uma seqüência de *observações aleatórias* a partir de uma distribuição uniforme entre 0 e 1, em que essas observações aleatórias sejam conhecidas como *números aleatórios uniformes* ao longo do intervalo [0, 1]. Uma maneira fácil de gerar esses números aleatórios uniformes é usar a função **RAND()** do Excel. Por exemplo, o canto inferior esquerdo da Figura 20.1 indica que = RAND() foi introduzido na célula C13 e então copiado no intervalo C14:C62 com o comando Copy. É preciso empregar parênteses nessa função, mas, na realidade, não se insere nada entre eles. Isso faz que o Excel gere os números aleatórios mostrados nas células C13:C62 da planilha. As linhas 27–56 foram ocultas para poupar espaço na figura.

As probabilidades para o resultado de se lançar uma moeda são

$$P(\text{caras}) = \frac{1}{2},\ P(\text{coroas}) = \frac{1}{2}.$$

Portanto, para simular o lançamento de uma moeda, o computador pode simplesmente deixar que *qualquer metade* dos possíveis números aleatórios corresponda a *caras* e a *outra metade*, a *coroas.* Para ser específico, usaremos a seguinte correspondência.

0,0000 a 0,4999	corresponde a	*caras.*
0,5000 a 0,9999	corresponde a	*coroas.*

Usando a fórmula,

= IF(RandomNumber < 0.5, “Caras”, “Coroas”),

em cada uma das células da coluna D da Figura 20.1, o Excel insere Caras se o número aleatório for menor que 0,5 e insere Coroas, caso contrário. Conseqüentemente, os primeiros 11 números aleatórios gerados na coluna C resultam na seguinte seqüência de caras (H) e coroas (T):

HTTTHHHTHHH,

em cujo ponto o jogo pára, pois o número de caras (7) excede o número de coroas (4) em três unidades. As células D7 e D8 registram o número total de lançamentos (11) e as vitórias resultantes (US$ 8 − US$ 11 = −US$ 3).

As equações na parte inferior da Figura 20.1 mostram as fórmulas que foram introduzidas nas diversas células introduzindo-as na parte superior e depois usando o comando Copy para copiá-las para baixo das colunas. Usando-se essas equações, a planilha registra

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Jogo de Lançamento de Moeda**						
2							
3			Diferença Exigida	3			
4			Dinheiro acumulado	US$8			
5			no final do jogo				
6				**Resumo do Jogo**			
7			Resumo do Jogo	11			
8			Vitórias	-US$3			
9							
10							
11			Número		Total	Total	
12		Lançamento	Aleatório	Resultado	de Caras	de Coroas	Parar?
13		1	0,6961	Caras	1	0	
14		2	0,2086	Coroas	1	1	
15		3	0,1457	Coroas	1	2	
16		4	0,3098	Coroas	1	3	
17		5	0,6996	Caras	2	3	
18		6	0,9617	Caras	3	3	
19		7	0,6117	Caras	4	3	
20		8	0,3948	Coroas	4	4	
21		9	0,7769	Caras	5	4	
22		10	0,5750	Caras	6	4	
23		11	0,6271	Caras	7	4	Parar
24		12	0,2017	Coroas	7	5	NA
25		13	0,7660	Caras	8	5	NA
26		14	0,9918	Caras	9	5	NA
57		45	0,2461	Coroas	23	22	NA
58		46	0,7011	Caras	24	22	NA
59		47	0,3533	Coroas	24	23	NA
60		48	0,7136	Caras	25	23	NA
61		49	0,7876	Caras	26	23	NA
62		50	0,3580	Coroas	26	24	NA

Nome da Faixa de Células	Células
DinheiroNoFinalDoJogo	D4
Lancamento	B13:B62
NumeroDeLancamentos	D7
NumeroAleatorio	C13:C62
DiferencaExigida	D3
Resultado	D13:D62
Parar?	G13:G62
TotalCaras	E13:E62
TotalCoroas	F13:F62
Vitorias	D8

	C	D
6		**Resumo do Jogo**
7	NumeroDeLancamentos	=COUNTBLANK(Stop?)+1
8	Vitorias	=DinheiroAcumuladoNoFinalDoJogo-NumeroDeLancamentos

	C	D	E	F
11	Número		Total	Total
12	Aleatório	Resultado	Caras	Coroas
13	=RAND()	=Se(NumeroAleatorio<0.5,1,0)	=IF(Resultado="Caras",1,0)	=Lancamentos-TotalCaras
14	=RAND()	=Se(NumeroAleatorio<0.5,"Coroas","Caras")	=E13+IF(Resultado="Caras",1,0)	=Lancamentos-TotalCaras
15	=RAND()	=Se(NumeroAleatorio<0.5,"Coroas","Caras)	=E14+IF(Resultado="Caras",1,0)	=Lancamentos-TotalCaras
16	:	:	:	:
17	:	:	:	:

	G
12	Parar?
13	
14	
15	=IF(ABS(TotalCaras-TotalCoroas)>=DiferencaExigida,"Parar","")
16	=IF(G15="",IF(ABS(TotalCaras-TotalCoroas)>=DiferencaExigida,"Parar",""),"NA")
17	=IF(G16="",IF(ABS(TotalCaras-TotalCoroas)>=DiferencaExigida,"Parar",""),"NA")
18	:
19	:

■ FIGURA 20.1
Um modelo de planilha para uma simulação do jogo de lançamento de moeda (Exemplo 1).

então a simulação de uma rodada completa do jogo. Para praticamente garantir que o jogo será completado, foram simulados 50 lançamentos da moeda. As colunas E e F registram o número cumulativo de caras e coroas após cada lançamento. As equações introduzidas nas células da coluna G deixam cada célula em branco até que a diferença no número de caras e coroas chegue a 3, cujo ponto PARE é inserido na célula. A partir daí, NA (de Não se Aplica) é inserido em seu lugar. Usando-se as equações mostradas logo abaixo da planilha na Figura 20.1, as células D7 e D8 registram o resultado da rodada simulada do jogo.

Tais simulações de rodadas do jogo podem ser repetidas quanto for desejado com essa planilha. A cada vez, o Excel vai gerar uma nova seqüência de números aleatórios e, portanto, uma nova seqüência de caras e coroas. O Excel vai repetir uma seqüência de números aleatórios somente se selecionarmos o intervalo de números que queremos repetir, copiar esse intervalo por meio do comando Copy, selecionarmos Paste Special do menu Edit, selecionarmos a opção Values e então clicarmos em OK.

As simulações normalmente são repetidas muitas vezes para se obter uma estimativa mais confiável de um resultado médio. Por essa razão, essa mesma planilha foi utilizada para gerar a tabela de dados da Figura 20.2 para 14 rodadas do jogo. Conforme indicado no canto superior direito dessa figura, isso é feito introduzindo-se equações na primeira linha da tabela de dados que se referem à saída das células de interesse na Figura 20.1 e, portanto, =NumeroDeLancamentos é introduzido na célula K6 e =Vitorias é introduzido na célula L6. O próximo passo é selecionar todo o conteúdo da tabela (células J6:L20) e selecionar Table do menu Data. Finalmente, selecione *qualquer* célula em branco (por exemplo, a célula E4) como célula para introdução na coluna e clique OK. O Excel recalcula então as células de saída nas colunas K e L para cada linha na qual um número *qualquer* é introduzido na linha J. Por intermédio da introdução dessas equações, =AVERAGE(K7:K20) ou (L7:L20), nas células K22 e L22, teremos as médias dadas nessas células.

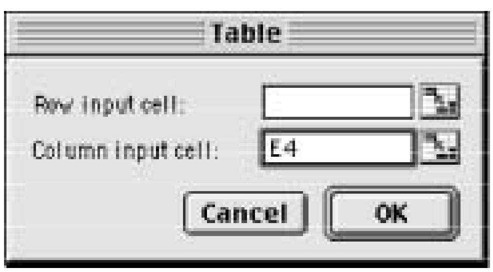
■ FIGURA 20.2
Uma tabela de dados que registra os resultados da realização de 14 repetições de uma simulação com a planilha da Figura 20.1.

	I	J	K	L	M
1	**Tabela de Dados para o Jogo de**				
2	**Lançamento de Moeda (14 repetições)**				
3					
4			Número de		
5		Rodada	Lançamentos	Vitórias	
6			3	U$ 5	
7		1	9	-U$ 1	
8		2	5	U$ 3	
9		3	7	U$ 1	
10		4	11	-U$ 3	
11		5	5	U$ 3	
12		6	3	U$ 5	
13		7	3	U$ 5	
14		8	11	-U$ 3	
15		9	7	U$ 1	
16		10	15	-U$ 7	
17		11	3	U$ 5	
18		12	7	U$ 1	
19		13	9	-U$ 1	
20		14	5	3	
21					
22		Média	7.14	U$ 0,86	

Selecione a tabela inteira (J6:L20) antes de escolher Table do menu Data.

Nome da Faixa de Células	Célula
NumeroDelancamentos	D7
Vitorias	D8

	K	L
4	Número de	
5	Lançamentos	Vitórias
6	=NumeroDeLancamentos	=Vitorias



	J	K	L
22	Média	=MEDIA(K7:K20)	=MEDIA(L7:L20)

Embora essa execução de simulação em particular exija o emprego de duas planilhas — uma para executar cada repetição da simulação e a outra para registrar os resultados das repetições em uma tabela de dados — devemos destacar que as repetições de algumas outras simulações podem ser realizadas em uma única planilha. Esse é o caso toda vez que cada repetição puder ser realizada e registrada em uma única linha da planilha. Por exemplo, se for necessário apenas um único número aleatório uniforme para executar uma repetição, então todo o processamento da simulação pode ser feito e registrado usando-se uma planilha similar àquela da Figura 20.1.

Retornando à Figura 20.2, a célula K22 revela que essa amostra de 14 rodadas do jogo fornece uma média amostral igual a 7,14 lançamentos. A média amostral proporciona uma *estimativa* da verdadeira *média* da distribuição de probabilidades subjacente do número de lançamentos necessários para uma rodada do jogo. Logo, essa média amostral igual a 7,14 poderia indicar que, em média, você ganharia cerca de US$ 0,86 (célula L22) cada vez que participar desse jogo. Portanto, se não tiver uma aversão relativamente alta a correr riscos, parece que você deveria optar por participar desse jogo, preferencialmente um grande número de vezes.

Entretanto, *cuidado*! Um erro comum no uso de simulação é que as conclusões se baseiam em amostras demasiadamente pequenas, pois a análise estatística era inadequada ou simplesmente ausente. Nesse caso, o *desvio-padrão da amostra* é 3,67, de modo que o *desvio-padrão* estimado da *média amostral* é $3{,}67/\sqrt{14} \approx 0{,}98$. Dessa forma, mesmo se se supuser que a distribuição de probabilidades do número de lançamentos necessários para uma rodada do jogo seja uma *distribuição normal* (que é uma suposição grosseira, pois a verdadeira distribuição é *assimétrica*), qualquer *intervalo de confiança* razoável para a verdadeira *média* dessa distribuição se estenderia bem acima de 8. Logo, é necessário um tamanho de amostra muito maior antes de podermos tirar uma conclusão válida em um nível razoável de significância estatística. Infelizmente, como o desvio-padrão de uma média amostral é inversamente proporcional à *raiz quadrada* do tamanho da amostra, é preciso um grande aumento no tamanho da amostra para se obter um aumento relativamente pequeno na precisão da estimativa da média verdadeira. Nesse caso, parece que 100 rodadas simuladas (repetições) do jogo *poderiam* ser adequadas, dependendo de quão próximo a média da amostra se encontra em relação a 8, porém realizar 1.000 repetições seria muito mais seguro.

Acontece que a *média* verdadeira do número de lançamentos necessários para uma rodada desse jogo é 9. Essa média pode ser encontrada analiticamente, mas não de forma fácil. Assim, a longo prazo, você, na verdade, estaria perdendo em média US$ 1 cada vez que participar do jogo. Parte da razão para o experimento simulado descrito anteriormente ter falhado para se tirar essa conclusão é que você tem uma pequena chance de perda muito grande em qualquer rodada do jogo, mas jamais poderá ganhar mais de US$ 5 por vez. Entretanto, 14 rodadas simuladas do jogo não foram suficientes para obter quaisquer observações distantes na cauda da distribuição de probabilidades da quantia ganha ou perdida em uma rodada do jogo. Somente uma rodada simulada forneceu uma perda de mais de US$ 3 e esta for de apenas US$ 7.

A Figura 20.3 fornece os resultados da execução da simulação para 1.000 rodadas dos jogos (com as linhas 17–1.000 não mostradas). A célula K1008 registra o número médio de lançamentos como 8,97, muito próximo da média verdadeira igual a 9. Com esse número de repetições, as vitórias médias de −US$ 0,97 na célula L1008 agora oferece uma base confiável para concluir que esse jogo não lhe dará lucro a longo prazo. Pode apostar que o cassino já usou simulação para comprovar esse fato antecipadamente.

Embora construir formalmente um *modelo de simulação* totalmente desenvolvido não tenha precisado dessa simulação simples, faremos isso agora para fins ilustrativos. O sistema *estocástico* simulado é o lançamento sucessivo da moeda para uma rodada do jogo. O *relógio de simulação* registra o número de lançamentos (simulados) t que aconteceram até então. As informações sobre o sistema que define seu estado atual, isto é, o *estado do sistema*, é

$N(t)$ = número de caras menos o número de coroas após t lançamentos.

	I	J	K	L	M
1	**Tabela de Dados para o Jogo de Lançamento**				
2	**de Moeda (14 repetições)**				
3					
4			Número de		
5		Rodada	Lançamentos	Vitórias	
6			5	US$3	
7		1	3	US$5	
8		2	3	US$5	
9		3	7	US$1	
10		4	11	-US$3	
11		5	13	-US$5	
12		6	7	US$1	
13		7	3	US$5	
14		8	7	US$1	
15		9	3	US$5	
16		10	9	-US$1	
1001		995	5	US$3	
1002		996	27	-US$19	
1003		997	7	US$1	
1004		998	3	US$5	
1005		999	9	-US$1	
1006		1000	17	-US$9	
1007					
1008		Média	8,97	-US$0,97	

■ FIGURA 20.3
Esta tabela de dados aumenta a confiabilidade da simulação registrada na Figura 20.2 realizando 1.000 repetições em vez de apenas 14.

Os *eventos* que mudam o estado do sistema são a obtenção de uma cara ou de uma coroa. O *método de geração de eventos* é a geração de um *número aleatório uniforme* ao longo do intervalo [0, 1], em que

0,0000 a 0,4999 $\Rightarrow$ uma cara,
0,5000 a 0,9999 $\Rightarrow$ uma coroa.

A *fórmula de transição de estado* é

$$\text{Reset } N(t) = \begin{cases} N(t-1)+1 & \text{se o lançamento } t \text{ der cara} \\ N(t-1)-1 & \text{se o lançamento } t \text{ der coroa.} \end{cases}$$

O jogo simulado termina então no primeiro valor de t no qual $N(t) = \pm 3$, em que a *observação* de amostragem resultante para o experimento simulado é $8 - t$, a quantia ganha (positiva ou negativa) para essa rodada do jogo.

O próximo exemplo ilustrará esses blocos componentes de um modelo de simulação para um sistema estocástico proeminente da teoria das filas.

Exemplo 2 Um Sistema de filas *M*/*M*/1

Considere o modelo $M/M/1$ da teoria das filas (processo de entrada de Poisson, tempos de atendimento exponenciais e um único atendente) que foi discutido no início da Seção 17.6. Embora esse modelo já tenha sido resolvido analiticamente, será instrutivo considerar como estudá-lo pela simulação. Para ser mais específico, suponha que os valores da *taxa de chegada* λ e *taxa de atendimento* μ sejam

$\lambda = 3$ por hora, $\mu = 5$ por hora.

Para resumir a operação física do sistema, os clientes que chegam entram na fila, são eventualmente atendidos e então saem. Logo, é necessário para o modelo de simulação descrever e sincronizar a chegada e o atendimento dos clientes.

Partindo do instante 0, o relógio de simulação registra o período (simulado) t que transcorreu até então, durante a execução da simulação. As informações sobre o sistema de filas que define seu estado atual, isto é, o estado do sistema, é

$N(t) =$ número de clientes no sistema no instante t.

Os eventos que mudam o estado do sistema são a *chegada* de um cliente ou o *término de um atendimento* para o cliente que está sendo atendido no momento (se existir realmente algum). Iremos descrever o método de geração de eventos um pouco mais à frente. A fórmula de transição de estados é

$$\text{Reset } N(t) = \begin{cases} N(t) + 1 & \text{se as chegadas ocorrerem no instante } t \\ N(t) - 1 & \text{se o término do atendimento ocorrer no instante } t. \end{cases}$$

Há dois métodos básicos usados para avançar o relógio de simulação e registrar a operação do sistema. Não faremos a distinção entre esses métodos para o Exemplo 1, pois eles, na verdade, coincidem para essa situação simples. Entretanto, agora, descreveremos e ilustraremos esses dois **métodos de avanço de tempo** (incremento de tempo fixo e incremento do próximo evento) um de cada vez.

Pelo método de avanço de tempo com **incrementos de tempo fixos**, é usado repetidamente o seguinte procedimento de dois passos.

Resumo do Método de Incrementos de Tempo Fixos

1. *Avance no tempo* de um pequeno *valor fixo.*
2. *Atualize o sistema* determinando que eventos ocorreram durante o intervalo de tempo decorrido e qual é o estado resultante do sistema. Registre também as informações desejadas sobre o desempenho do sistema.

Para o modelo da teoria das filas considerado, podem ocorrer apenas dois tipos de eventos durante cada um dos intervalos de tempo decorridos, a saber: uma ou mais *chegadas* e um ou mais *términos de atendimento.* Além disso, a probabilidade de duas ou mais chegadas ou de dois ou mais términos de atendimento durante um intervalo é desprezível para esse modelo se o intervalo for relativamente pequeno. Assim, os dois únicos eventos possíveis durante tal intervalo que precisam ser investigados são a chegada de um cliente e o término do atendimento para um cliente. Cada um desses eventos possui uma probabilidade conhecida.

Como ilustração, usaremos 0,1 hora (6 minutos) como o menor período fixo com que o relógio avança por vez. Normalmente, seria usado um intervalo de tempo consideravelmente menor para tornar desprezível a probabilidade de chegadas múltiplas ou de términos de atendimento múltiplos, porém a opção aqui adotada criará mais dinâmica para fins ilustrativos. Como tanto os tempos entre as chegadas como os tempos de atendimento possuem uma distribuição exponencial, a probabilidade P_A de que um intervalo de tempo de 0,1 hora vai incluir uma *chegada* é

$$P_A = 1 - e^{-3/10} = 0{,}259,$$

e a probabilidade P_D de que ele incluirá uma *saída* (término de atendimento), dado que um cliente estava sendo atendido no início do intervalo, é

$$P_D = 1 - e^{-5/10} = 0{,}393.$$

Para gerar aleatoriamente qualquer tipo de evento de acordo com essas probabilidades, a abordagem é similar àquela do Exemplo 1. Novamente o computador é usado para gerar um *número aleatório uniforme* ao longo do intervalo [0, 1], isto é, uma observação aleatória da *distribuição uniforme* entre 0 e 1. Se representarmos esse número aleatório uniforme por r_A,

$r_A < 0{,}259 \Rightarrow$ ocorreu uma chegada,
$r_A \geq 0{,}259 \Rightarrow$ não ocorreu uma chegada.

Similarmente, com *outro* número aleatório uniforme r_D,

$r_D < 0{,}393 \Rightarrow$ ocorreu uma saída,
$r_D \geq 0{,}393 \Rightarrow$ não ocorreu uma saída,

dado que um cliente estava sendo atendido no início do intervalo de tempo. Sem nenhum cliente em atendimento então (isto é, nenhum cliente no sistema), supõe-se que não possa ocorrer nenhuma saída durante o intervalo, mesmo que ocorra efetivamente uma chegada.

A Tabela 20.1 ilustra o resultado de se usar essa abordagem para dez iterações do procedimento em *incrementos de tempo fixos*, iniciando com nenhum cliente no sistema e usando minutos como unidade de tempo.

O Passo 2 do procedimento (atualizar o sistema) inclui o registro das medidas de desempenho desejadas sobre o comportamento agregado do sistema durante esse intervalo de tempo. Por exemplo, ele poderia registrar o *número de clientes* no sistema de filas e o *tempo de espera* de qualquer cliente que acabasse de ter completado seu tempo de espera. Se for suficiente estimar apenas a média em vez da distribuição de probabilidades de cada uma dessas variáveis aleatórias, o computador vai meramente adicionar o valor (se houver algum) no final do intervalo de tempo atual a uma soma cumulativa. As médias das amostras serão obtidas após a execução da simulação ter sido finalizada dividindo-se essas somas pelos tamanhos das amostras envolvidos, isto é, respectivamente, o número total de intervalos de tempo e o número total de clientes.

Para ilustrar esse procedimento estimativo, suponha que a execução da simulação na Tabela 20.1 estivesse sendo usada para estimar W, o tempo de espera de estado estável esperado de um cliente no sistema de filas (incluindo atendimento). Dois clientes chegaram durante essa execução da simulação, um durante o primeiro intervalo de tempo e o outro durante o sétimo, e cada um permaneceu no sistema para três intervalos de tempo. Portanto, desde a duração de cada intervalo de tempo seja 0,1 hora, a estimativa de W é

$$\text{Est}\{W\} = \frac{3 + 3}{2}\,(0{,}1 \text{ hora}) = 0{,}3 \text{ hora.}$$

Isso é, logicamente, apenas uma estimativa extremamente grosseira, baseada em um tamanho de amostra de apenas 2. Usando a fórmula para W dada na Seção 17.6, seu valor verdadeiro é $W = 1/(\mu - \lambda) = 0{,}5$ hora. Normalmente seria usado um tamanho de amostra bem maior.

Outra deficiência de se usar apenas a Tabela 20.1 é que essa execução de simulação iniciou sem nenhum cliente no sistema, o que faz que as observações iniciais de tempos de espera tendem a ser ligeiramente menores que o valor esperado quando o sistema se encontra em uma condição de estado estável. Já que o objetivo é estimar o tempo de espera de *estado estável* esperado, é importante rodar a simulação por algum tempo sem coletar dados até que se acredite que o sistema simulado tenha atingido basicamente uma condição de

TABELA 20.1 **Incremento de tempo fixo aplicado ao Exemplo 2**

t, tempo (min)	$N(t)$	r_A	Chegada no Intervalo?	r_D	Saída no Intervalo?
0	0				
6	1	0,096	Sim	—	
12	1	0,569	Não	0,665	Não
18	1	0,764	Não	0,842	Não
24	0	0,492	Não	0,224	Sim
30	0	0,950	Não	—	
36	0	0,610	Não	—	
42	1	0,145	Sim	—	
48	1	0,484	Não	0,552	Não
54	1	0,350	Não	0,590	Não
60	0	0,430	Não	0,041	Sim

estado estável. O segundo suplemento para este capítulo no CD-ROM descreve um método especial para contornar esse problema. Esse período esperado para basicamente atingir uma condição de estado estável antes de coletar dados é chamado **período de aquecimento**.

O **incremento pelo próximo evento** difere do incremento em tempo fixo em: o relógio de simulação é incrementado por um valor *variável* em vez de um valor fixo de cada vez. Esse valor variável é o tempo do evento que acaba de ocorrer até a ocorrência do *próximo evento* de qualquer tipo, isto é, o relógio pula de evento em evento. Segue um resumo.

Resumo do Incremento pelo Próximo Evento

1. *Avance o tempo* para o tempo do *próximo evento* de qualquer tipo.
2. *Atualize o sistema* determinando seu novo estado que resulta desse evento e gerando aleatoriamente o tempo até que a próxima ocorrência de qualquer tipo de evento possa ocorrer desse estado (caso não tenha sido previamente gerado). Registre também as informações desejadas sobre o desempenho do sistema.

Para esse exemplo, o computador precisa acompanhar dois eventos futuros, isto é, a próxima chegada e o próximo término de atendimento (se um cliente estiver sendo atendido no momento). Esses tempos são obtidos efetuando-se, respectivamente, uma observação aleatória da distribuição de probabilidades dos tempos entre chegadas e de atendimento. Como antes, o computador efetua uma observação aleatória gerando e usando um número aleatório. Essa técnica será discutida na Seção 20.4. Logo, cada vez que ocorrer uma chegada ou término de atendimento, o computador determina quanto tempo levará até a próxima ocorrência desse evento, adicionará esse tempo ao horário atual do relógio e depois armazenará essa soma em um arquivo. Se o término de atendimento não deixar nenhum cliente no sistema, então a geração do tempo até o próximo término de atendimento é adiada até a ocorrência da próxima chegada. Para determinar qual evento vai ocorrer em seguida, o computador encontra o menor valor de horário armazenado no arquivo. Para acelerar o processo de manutenção de registros envolvido, linguagens de programação de simulação fornecem uma "rotina de horários" que determina o horário de ocorrência e o tipo do próximo evento, avança o horário e transfere o controle para o subprograma apropriado para o tipo de evento.

A Tabela 20.2 mostra o resultado da aplicação desse método por meio de cinco iterações do procedimento de incremento pelo próximo evento, iniciando sem nenhum cliente no sistema e usando minutos como unidade de tempo. Para referência posterior, incluímos os *números aleatórios uniformes* r_A e r_D usados para gerar os tempos entre chegadas e os tempos de atendimento, respectivamente, pelo método a ser descrito na Seção 20.4. Esses r_A e r_D são os mesmos usados na Tabela 20.1 de modo a fornecer uma comparação mais consistente entre os dois mecanismos de avanço do tempo.

Os arquivos em Excel deste capítulo no *Courseware* de PO incluem um procedimento automático, chamado **Queueing Simulator**, para aplicação do procedimento de incremento pelo próximo evento em diversos tipos de sistemas de filas. O sistema pode ter um ou vários atendentes. Encontram-se disponíveis diversas opções (exponenciais, de Erlang, degeneradas, uniformes ou exponenciais transformadas) para as distribuições de probabilidades de tempos entre chegadas e tempos de atendimento. A Figura 20.4 ilustra a entrada e saída

TABELA 20.2 **Incremento pelo próximo evento aplicado ao Exemplo 2**

t, tempo (min)	***N***(***t***)	r_A	Next Interarrival Time	r_D	Next Service Time	Próxima Chegada	Próxima Saída	Próximo Evento
0	0	0,096	2,019	—	—	2,019	—	Chegada
2,019	1	0,569	16,833	0,665	13,123	18,852	15,142	Saída
15,142	0	—	—	—	—	18,852	—	Chegadal
18,852	1	0,764	28,878	0,842	22,142	47,730	40,994	Saída
40,994	0	—	—	—	—	47,730	—	Chegadal
47,730	1							

(usando horas como unidade) da aplicação do Queueing Simulator ao exemplo atual para uma execução de simulação com 10.000 chegadas de clientes. Usando-se a notação para as diversas medidas de desempenho para sistemas de filas introduzida na Seção 17.2, a coluna F fornece a estimativa de cada uma dessas medidas obtidas pelo processamento da simulação. Usando-se as fórmulas fornecidas na Seção 17.6 para um sistema de filas $M/M/1$, os valores reais dessas medidas são $L = 1{,}5$; $L_q = 0{,}9$; $W = 0{,}5$; $W_q = 0{,}3$; $P_0 = 0{,}4$ e $P_n = 0{,}4(0{,}6)^n$. As colunas G e H mostram o intervalo de confiança de 95% correspondente para cada uma dessas medidas. Note que esses intervalos de confiança são ligeiramente mais amplos que o esperado após um processamento de simulação tão longo. Em geral, são necessários processamentos de simulação surpreendentemente longos para se obter estimativas relativamente precisas (intervalos de confiança estreitos) para as medidas de desempenho de um sistema de filas (ou para a maioria dos sistemas estocásticos).

O procedimento de incremento pelo próximo evento é consideravelmente mais bem adequado a esse exemplo e a sistemas estocásticos similares que o procedimento de incrementos de tempo fixos. O procedimento de incremento pelo próximo evento requer um número menor de iterações para cobrir o mesmo período de simulação, além de gerar uma programação precisa da evolução do sistema em vez de uma aproximação grosseira.

O procedimento de incremento pelo próximo evento será ilustrado novamente no segundo suplemento para este capítulo contido no CD-ROM no contexto de um experimento estatístico completo para estimativa de certas medidas de desempenho para outro sistema de filas. Esse suplemento também descreve o método estatístico que é usado pelo Queueing Simulator para obter seus intervalos de confiança e estimativas pontuais.

Ainda ficaram sem resposta diversas perguntas pertinentes sobre como conduzir um estudo de simulação desse tipo. Essas respostas são apresentadas em um contexto mais amplo em seções posteriores.

Mais Exemplos no *Courseware* de PO

Os exemplos de simulação são mais fáceis de serem compreendidos quando puderem ser *observados em ação*, em vez de simples comentários em uma página de um livro. Portanto, o setor de simulação do Tutorial IOR inclui um procedimento automático intitulado "Animation of a Queueing System" ("Animação de um Sistema de Filas") que mostra uma

■ FIGURA 20.4
A saída obtida pelo emprego do Queueing Simulator incluso nos arquivos em Excel deste capítulo para realizar uma simulação do Exemplo 2 ao longo de um período de 10.000 chegadas de cliente.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		**Queueing Simulator**						
2								
3			**Dados**			**Resultados**		
4		Número de Atendentes =	1			Estimativa	Intervalo de Confiança de 95%	
5						Pontual	Inferior	Superior
6		**Tempos entre Atendimentos**			L =	1,418286281	1,320246685	1,516325877
7		Distribuição =	Exponencial		L_q =	0,820371314	0,734901398	0,905841229
8		Média =	0,333333333		W =	0,475827484	0,447222041	0,504032927
9					W_q =	0,275114516	0,248998719	0,301230313
10								
11		**Tempos de Atendimento**			P_0 =	0,402085033	0,386200645	0,417969421
12		Distribuição =	Exponencial		P_1 =	0,244395195	0,236088826	0,252701564
13		Média =	0,2		P_2 =	0,145351997	0,138638859	0,152065136
14					P_3 =	0,09046104	0,084038151	0,096883929
15					P_4 =	0,052988644	0,047272227	0,05870506
16		**Tempo de Processamento da Simulação**			P_5 =	0,030234667	0,025540066	0,034929268
17		Número de Chegadas =	10.000		P_6 =	0,015582175	0,012223063	0,018941288
18					P_7 =	0,008315125	0,005760629	0,010869622
19					P_8 =	0,004584301	0,002657593	0,006511009
20					P_9 =	0,00271883	0,001266236	0,004171425
21		**Processamento da Simulação**			P_{10} =	0,001392827	0,000427267	0,002358388

simulação na qual se pode observar na prática os clientes entrando e saindo de um sistema de filas. Logo, ver essa animação ilustra a seqüência de eventos que o procedimento de incremento pelo próximo evento geraria durante a simulação de um sistema de filas. Além disso, a área de simulação do Tutor PO inclui dois *exemplos demonstrativos* que deveriam ser vistos neste momento.

Ambos os exemplos demonstrativos envolvem um banco que planeja abrir uma nova agência. As questões são quantos caixas (postos de atendimento) oferecer e quantos caixas (funcionários) ter em serviço no início de atividade. Portanto, o sistema estudado é um *sistema de filas.* Entretanto, ao contrário do sistema de fila $M/M/1$ que acabamos de considerar no Exemplo 2, esse sistema de filas é muito complicado para ser resolvido de forma analítica. Esse sistema tem vários atendentes (caixas) e as distribuições de probabilidades de tempos entre chegadas e tempos de atendimento não se ajustam aos modelos tradicionais da teoria das filas. Além disso, na segunda demonstração, decidiu-se que uma categoria de clientes (comerciantes) deve receber prioridade não-preemptiva em relação aos demais clientes, porém, as distribuições de probabilidades para essa categoria são diferentes daquelas dos demais clientes. Essas complicações são típicas daquelas que podem ser prontamente incorporadas em um estudo de simulação.

Em ambas as demonstrações, você poderá ver clientes chegando e clientes atendidos deixarem o sistema, bem como o procedimento de incremento pelo próximo evento aplicado simultaneamente à execução da simulação.

As demonstrações também introduzem um *procedimento interativo* denominado "Interactively Simulate Queueing Problem" ("Problema de Fila com Simulação Interativa") do Tutorial IOR que você achará muito útil ao lidar com alguns dos problemas no final deste capítulo.

20.2 ALGUNS TIPOS COMUNS DE APLICAÇÕES DE SIMULAÇÃO

A simulação é uma técnica extremamente versátil. Ela pode ser usada (com diversos graus de dificuldade) para investigar praticamente qualquer tipo de sistema estocástico. Essa versatilidade fez da simulação a técnica de PO mais largamente utilizada para estudos que lidam com tais sistemas e sua popularidade continua a crescer.

Por causa da enorme diversidade de suas aplicações, torna-se impossível enumerar todas as áreas específicas nas quais a simulação vem sendo usada. Entretanto, descreveremos brevemente aqui algumas categorias particularmente importantes de aplicações.

As três primeiras categorias dizem respeito a tipos de sistemas estocásticos considerados em alguns dos capítulos precedentes. É comum usarmos os tipos de modelos matemáticos descritos naqueles capítulos para analisar versões simplificadas do sistema e depois aplicar a simulação para refinar os resultados.

Projeto e Operação de Sistemas de Filas

A Seção 17.3 fornece muitos exemplos de sistemas de filas comumente encontrados, que ilustram como tais sistemas invadiram diversas áreas da sociedade. Muitos modelos matemáticos se encontram disponíveis (incluindo aqueles apresentados no Capítulo 17) para análise de sistemas de filas relativamente simples. Infelizmente, esses modelos são capazes de fornecer, na melhor das hipóteses, apenas aproximações grosseiras para sistemas de filas mais complexos. Entretanto, a simulação se ajusta bem para lidar até mesmo com sistemas de filas muito complexos e, portanto, muitas de suas aplicações recaem nessa categoria.

Os dois exemplos demonstrativos de simulação no Tutor PO (ambos lidando com o caso de quantos caixas disponibilizar para os clientes de um banco) são desse tipo. Pelo fato de as aplicações de simulação serem tão dominantes, nosso *Courseware* de PO inclui um procedimento automático denominado *Queueing Simulator* (ilustrado anteriormente na Figura 20.4) para simulação de sistemas de filas. Esse procedimento especial é fornecido em um dos arquivos Excel deste capítulo.

Entre as sete aplicações consagradas apresentadas na Seção 17.3, duas delas também fazem uso intenso de simulação. Uma é o estudo do sistema de “detenção para acusação” da cidade de Nova York que levou a grandes melhorias na eficiência desse sistema, bem como a uma economia anual de US$ 9,5 milhões. A outra é o caso da AT&T que desenvolveu um sistema baseado em PCs para ajudar seus clientes comerciais no desenho ou redesenho de seus *call centers*, resultando em lucro anual de mais de US$ 750 milhões para esses clientes.

Administrando Sistemas de Estoque

As Seções 18.6 e 18.7 apresentam modelos para a administração de sistemas de estoque quando os produtos envolvidos mostram uma demanda incerta. A Seção 18.8 descreve os tipos de sistemas de estoque maiores que comumente surgem na prática. Embora os modelos matemáticos possam algumas vezes ajudar a analisar esses sistemas mais complicados, a simulação também desempenha papel fundamental.

Como exemplo, podemos citar o artigo da edição de abril de 1996 da *OR/MS Today* que descreve um estudo de PO desse tipo, que foi realizado para a *IBM PC Company* da Europa. Enfrentando implacável pressão de concorrentes cada vez mais ágeis e agressivos, a empresa tinha de encontrar uma maneira de melhorar substancialmente seu desempenho no atendimento rápido de encomendas feitas pelos clientes. A equipe de PO analisou como fazer isso, simulando os diversos redesenhos de toda a *cadeia de suprimento* da empresa (a rede de instalações e recursos que abrangem a aquisição, manufatura e distribuição, inclusive de todos os estoques acumulados ao longo da cadeia). Isso levou a profundas mudanças no desenho e na operação da cadeia de suprimento (incluindo seus sistemas de estoque) que melhoraram substancialmente a posição competitiva da empresa. Foi alcançada também uma economia em custos diretos de US$ 40 milhões por ano.

A Seção 20.6 vai ilustrar a aplicação da simulação a um tipo de sistema de estoque relativamente simples.

Estimativas da Probabilidade de Completar um Projeto dentro do Prazo

Uma das principais preocupações de um gerente de projetos é se sua equipe será capaz de completar determinado projeto dentro do prazo. A Seção 22.4 (no CD-ROM) descreve como a metodologia Pert de três estimativas pode ser usada para se obter uma estimativa grosseira da probabilidade de atender o prazo de um projeto atual. Esta seção também descreve três aproximações simplificadoras feitas por essa metodologia para estimar essa probabilidade. Infelizmente, em decorrência dessas aproximações, a estimativa resultante é demasiadamente otimista e algumas vezes difere em muito da realidade.

Conseqüentemente, está se tornando cada vez mais comum usar-se simulação para obter melhor estimativa dessa probabilidade. Isso envolve a geração de observações aleatórias das distribuições de probabilidades da duração das diversas atividades nos projetos. Usando-se a rede de projetos, fica fácil então simular quando cada atividade se inicia e termina e, portanto, quando o projeto termina. Repetindo-se essa simulação milhares de vezes (em uma execução em um computador), pode-se obter uma estimativa muito boa da probabilidade de se cumprir o prazo.

Uma ilustração detalhada desse tipo particular de aplicação pode ser encontrada na Seção 28.2 do CD-ROM.

Projeto e Operação de Sistemas de Manufatura

Pesquisas demonstram que grande parte das aplicações de simulação envolvem sistemas de manufatura. Muitos desses sistemas podem ser vistos como um sistema de filas de algum tipo (por exemplo, um sistema de filas no qual as máquinas são os atendentes e as tarefas a serem processadas são os clientes). Entretanto, vários fatores complicadores inerentes a esses sistemas (como quebras de máquinas ocasionais, produtos com defeito que precisam ser retrabalhados e diversos tipos de tarefas) vão além do escopo dos modelos de filas usuais. Tais fatores complicadores podem ser tratados prontamente por meio da simulação.

Eis alguns exemplos dos tipos de questões que poderiam ser resolvidas.

1. Quantas máquinas de cada tipo deveriam ser providenciadas?
2. Quantas unidades de manipulação de materiais de cada tipo deveriam ser providenciadas?
3. Considerando-se prazos para término de todo o processo produtivo, que regra deveria ser usada para escolher a ordem na qual as tarefas alocadas no momento a uma máquina deveriam ser processadas?
4. Que prazos de entrega seriam realistas para tais tarefas?
5. Qual será o gargalo em termos de operações em um novo processo produtivo em conformidade com seu projeto atual?
6. Qual será a produção (taxa de produção) de um novo processo produtivo?

Projeto e Operação de Sistemas de Distribuição

Qualquer indústria de porte precisa de um *sistema de distribuição* eficiente para distribuir os produtos de suas fábricas e depósitos para seus clientes. Existem muitas incertezas envolvidas na operação de um sistema destes. Quando estarão disponíveis veículos para transporte dos produtos? Quanto tempo levará para carregá-los e transportá-los? Quais serão as demandas dos diversos clientes? Gerando-se observações aleatórias das distribuições de probabilidades relevantes, a simulação pode lidar prontamente com esses tipos de incertezas. Logo, ela é usada com bastante freqüência para testar diversas possibilidades para aperfeiçoamento do projeto e operação desses sistemas.

Uma aplicação consagrada desse tipo é descrita na edição de janeiro-fevereiro de 1991 da *Interfaces*. A *Reynolds Metal Company* gasta mais de US$ 250 milhões anuais para entregar seus produtos e receber matérias-primas. O transporte é feito por caminhão, trem, navio e avião por meio de uma rede de mais de uma centena de locais para despacho entre fábricas, depósitos e fornecedores. Uma combinação de programação inteira binária mista (Capítulo 11) e simulação foi usada para projetar um novo sistema de distribuição com despacho centralizado. O novo sistema melhorou tanto a entrega pontual das mercadorias como reduziu os custos anuais com frete em mais de US$ 7 milhões.

Análise de Risco Financeiro

A análise de risco financeiro foi uma das primeiras áreas de aplicação da simulação e ela continua a ser uma área muito ativa. Por exemplo, considere a avaliação de uma proposta de investimento de capital com fluxos de caixa futuros incertos. Gerando-se observações aleatórias a partir das distribuições de probabilidades para o fluxo de caixa em cada um dos respectivos períodos (e considerando-se as relações entre esses períodos), a simulação é capaz de gerar milhares de cenários de como resultará o investimento. Isso fornece uma *distribuição de probabilidades* do retorno (por exemplo, valor presente líquido) sobre o investimento. Essa distribuição (algumas vezes chamada *perfil de risco*) permite que os administradores avaliem o risco envolvido em fazer um investimento.

Uma abordagem similar permite analisar o risco associado a investir em diversos papéis, incluindo os mais exóticos instrumentos financeiros, como opções de venda, opções de compra, mercado de futuros, ações etc.

A Seção 28.4 do CD-ROM fornece um exemplo detalhado do emprego da simulação na análise de risco financeiro.

Aplicações na Área da Saúde

Saúde é outra área onde, assim como na avaliação de riscos em investimentos, a análise das incertezas futuras é fundamental para a tomada de decisão no momento. Entretanto, em vez de lidar com fluxos de caixa futuros incertos, as incertezas agora envolvem coisas, como a evolução de doenças do ser humano.

Eis alguns exemplos dos tipos de simulações que podem ser realizados para orientar o desenvolvimento de sistemas para a área da saúde.

1. Simular o emprego de recursos hospitalares ao tratar pacientes com doenças coronarianas.
2. Simular despesas com saúde em diferentes planos de seguro.
3. Simular o custo e a eficiência de *check-ups* para a detecção precoce de doenças.
4. Simular o emprego do complexo de serviços cirúrgicos em um centro médico.
5. Simular o tempo e a localização de pedidos de ambulâncias.
6. Simular a aceitação de rins doados em receptores para transplante.
7. Simular a operação de um pronto-socorro.

Aplicações em Outros Segmentos de Serviços

Assim como na saúde, outros segmentos de serviços também provaram ser terreno fértil para a aplicação de simulação. Entre esses segmentos podemos destacar: serviços governamentais, bancos, hotelaria, restaurantes, instituições educacionais, planejamento contra desastres, as forças armadas, centros de entretenimento e muitos outros. Em muitos casos, os sistemas simulados são, na verdade, sistemas de filas de algum tipo.

A edição de janeiro-fevereiro de 1992 da *Interfaces* descreve uma aplicação consagrada nessa categoria. O *United States Postal Service* identificou a *tecnologia de automação* como a única maneira de ele poder lidar com o crescente volume de correspondências e outros tipos de remessas e, ao mesmo tempo, ter preços competitivos e atender às metas de atendimento. Foi necessário um extensivo planejamento ao longo de vários anos para fazer a conversão para um sistema altamente automatizado que atendesse a essas metas. A espinha dorsal de uma análise que levasse ao plano adotado foi realizada por um modelo de simulação abrangente chamado Meta (modelo para avaliação de alternativas tecnológicas). Esse modelo foi aplicado pela primeira vez de forma extensiva e em todo o território norte-americano e então transferido para o nível local para planejamento detalhado. O plano resultante precisava de um investimento total na casa de US$ 12 bilhões, mas também foi projetado para alcançar economias de mais de US$ 4 bilhões por ano. Outra conseqüência dessa aplicação bem-sucedida da simulação foi que o valor das ferramentas de PO agora é reconhecido nos mais altos escalões do Correio norte-americano. Técnicas de pesquisa operacional continuam a ser usadas pelo pessoal de planejamento tanto na matriz quanto nas filiais.

Novas Aplicações

Aplicações mais inovadoras de simulação estão sendo feitas a cada ano que passa. Muitas dessas aplicações são anunciadas publicamente pela primeira vez na conferência anual Winter Simulation Conference, realizada no mês de dezembro em alguma cidade dos Estados Unidos. Desde seu princípio em 1967, essa conferência tem sido uma instituição no campo da simulação. Atualmente participam dessa conferência quase mil indivíduos, divididos de forma aproximadamente igual entre acadêmicos e profissionais da área. Centenas de trabalhos são apresentados para anunciar avanços na metodologia, bem como novas aplicações.

20.3 GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS

Conforme demonstrado pelos exemplos da Seção 20.1, implementar um modelo de simulação requer números aleatórios para se obter observações aleatórias a partir das distribuições de probabilidades. Um método para geração de tais números aleatórios é usar um dispositivo físico como um disco giratório ou um gerador aleatório eletrônico. Diversas tabelas de números aleatórios foram geradas dessa forma, inclusive uma contendo 1 milhão de dígitos aleatórios, publicada pela Rand Corporation. Um trecho dessa tabela da Rand é fornecido na Tabela 20.3.

Os dispositivos físicos agora foram substituídos por computadores como principal fonte para geração de números aleatórios. Por exemplo, destacamos na Seção 20.1 que o

TABELA 20.3 **Tabela de dígitos aleatórios**

09656	96657	64842	49222	49506	10145	48455	23505	90430	04180
24712	55799	60857	73479	33581	17360	30406	05842	72044	90764
07202	96341	23699	76171	79126	04512	15426	15980	88898	06358
84575	46820	54083	43918	46989	05379	70682	43081	66171	38942
38144	87037	46626	70529	27918	34191	98668	33482	43998	75733
48048	56349	01986	29814	69800	91609	65374	22928	09704	59343
41936	58566	31276	19952	01352	18834	99596	09302	20087	19063
73391	94006	03822	81845	76158	41352	40596	14325	27020	17546
57580	08954	73554	28698	29022	11568	35668	59906	39557	27217
92646	41113	91411	56215	69302	86419	61224	41936	56939	27816
07118	12707	35622	81485	73354	49800	60805	05648	28898	60933
57842	57831	24130	75408	83784	64307	91620	40810	06539	70387
65078	44981	81009	33697	98324	46928	34198	96032	98426	77488
04294	96120	67629	55265	26248	40602	25566	12520	89785	93932
48381	06807	43775	09708	73199	53406	02910	83292	59249	18597
00459	62045	19249	67095	22752	24636	16965	91836	00582	46721
38824	81681	33323	64086	55970	04849	24819	20749	51711	86173
91465	22232	02907	01050	07121	53536	71070	26916	47620	01619
50874	00807	77751	73952	03073	69063	16894	85570	81746	07568
26644	75871	15618	50310	72610	66205	82640	86205	73453	90232

Fonte: Reproduzido com a permissão da The Rand Corporation. *A Million Random Digits with 100,000 Normal Deviates*. Copyright pela The Free Press, Glencoe, IL, 1955, parte superior da página 182.

Excel usa a função RAND() para essa finalidade. Muitos outros pacotes de software também possuem a capacidade de gerar números aleatórios sempre que necessário durante uma simulação.

Características dos Números Aleatórios

O procedimento usado por um computador para obter números aleatórios é chamado *gerador de números aleatórios.*

Um **gerador de números aleatórios** é um algoritmo que produz seqüências de números que seguem uma distribuição de probabilidades especificada e possui o aspecto de aleatoriedade.

A referência às *seqüências de números* significa que o algoritmo produz diversos números aleatórios de uma forma serial. Embora um usuário comum normalmente possa precisar apenas de alguns números, geralmente o algoritmo deve ser capaz de produzir muitos números. A *distribuição de probabilidades* implica que a declaração de probabilidade possa ser associada à ocorrência de cada número produzido pelo algoritmo.

Iremos reservar o termo **número aleatório** para significar uma observação aleatória de alguma forma de *distribuição uniforme*, de modo que todos os possíveis números sejam *igualmente prováveis*. Quando estivermos interessados em alguma outra distribuição de probabilidades (como na seção seguinte), iremos usar o termos *observações aleatórias* dessa distribuição.

Os números aleatórios podem ser divididos em duas categorias principais, números aleatórios inteiros e números aleatórios uniformes, definidos como se segue:

Um **número aleatório inteiro** é uma observação aleatória de uma *distribuição uniforme discretizada* ao longo de algum intervalo $\underline{n}, \underline{n} + 1, \ldots, \overline{n}$. As probabilidades para essa distribuição são

$$P(\underline{n}) = P(\underline{n} + 1) = \cdots = P(\overline{n}) = \frac{1}{\overline{n} - \underline{n} + 1}.$$

Normalmente, $\underline{n} = 0$ ou 1, e esses são valores convenientes para a maioria das aplicações. Se $\underline{n}$ tiver outro valor, então subtraindo-se $\underline{n}$ ou então $\underline{n} - 1$ do número aleatório inteiro muda-se o trecho inferior do intervalo para 0 ou então 1.

Um **número aleatório uniforme** é uma observação aleatória de uma *distribuição uniforme* (contínua) ao longo de algum intervalo $[a, b]$. A função densidade probabilística dessa distribuição uniforme é

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b - a} & \text{se } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Quando a e b não forem especificados, supõe-se que eles sejam $a = 0$ e $b = 1$.

Os números aleatórios gerados inicialmente por um computador normalmente são números aleatórios inteiros. Entretanto, se desejado, esses números podem ser imediatamente convertidos em um número aleatório uniforme como se segue:

Para dado *número aleatório inteiro* no intervalo 0 a $\overline{n}$, dividir esse número por $\overline{n}$ resulta (aproximadamente) em um *número aleatório uniforme.* Se $\overline{n}$ for pequeno, essa aproximação deve ser melhorada somando-se $\frac{1}{2}$ ao número aleatório inteiro e depois dividindo-se por $\overline{n} + 1$.

Esse é o método usual para geração de números aleatórios uniformes. Com os valores imensos de $\overline{n}$ comumente usados, ele passa a ser essencialmente um método exato.

A rigor, os números gerados por um computador não deveriam ser designados números aleatórios, pois eles são previsíveis e reproduzíveis (o que, algumas vezes, é vantajoso), dado o gerador de números aleatórios empregado. Portanto, às vezes, eles recebem a denominação **números pseudo-aleatórios**. Entretanto, o ponto importante é que eles desempenham satisfatoriamente o papel de números aleatórios na simulação se o método usado para gerá-los for válido.

Foram propostos vários procedimentos estatísticos relativamente sofisticados para testar se uma seqüência de números gerada tem um aspecto aceitável de aleatoriedade. Basicamente, as exigências são que cada número sucessivo da seqüência tenha uma probabilidade igual de assumir qualquer um dos valores possíveis e que ele seja estatisticamente independente dos demais números da seqüência.

Métodos Congruentes para Geração de Números Aleatórios

Há uma série de geradores de números aleatórios disponível, dos quais os mais populares são os *métodos congruentes* (aditivos, multiplicativos e mistos). O método congruente misto inclui recursos dos outros dois e, portanto, iremos apresentá-lo em primeiro lugar.

O **método congruente misto** gera uma *seqüência* de números aleatórios inteiros ao longo do intervalo que vai de 0 a $m - 1$. O método sempre calcula o número aleatório seguinte a partir do último obtido, dado um número aleatório inicial x_0, chamado **semente**, que pode ser obtido de alguma fonte publicada como a tabela Rand. Particularmente, ele calcula o $(n + 1)^{\text{o}}$ número aleatório x_{n+1} a partir do n-ésimo número aleatório x_n usando a relação de recorrência

$$x_{n+1} \equiv (ax_n + c)(\text{módulo } m),$$

em que a, c e m são inteiros positivos ($a < m$, $c < m$). Essa notação matemática significa que x_{n+1} é o *resto* quando $ax_n + c$ for dividido por m. Logo, os *possíveis* valores de x_{n+1} são $0, 1, \ldots, m - 1$, de modo que m represente o número desejado de valores *diferentes* que poderiam ser gerados para os números aleatórios.

Para fins ilustrativos, suponha que $m = 8$, $a = 5$, $c = 7$ e $x_0 = 4$. A seqüência de números aleatórios resultante é calculada na Tabela 20.4. A seqüência não pode ser continuada além, pois ela simplesmente começaria a repetir os números na mesma ordem. Note que essa seqüência inclui cada um dos oito números possíveis exatamente uma vez. Essa propriedade é necessária para uma seqüência de números *aleatórios* inteiros, mas ela não ocorre com alguns valores de a e c. Experimente $a = 4$, $c = 7$ e $x_0 = 3$. Felizmente, existem regras disponíveis para escolha dos valores de a e c que garantirão o cumprimento dessa propriedade. Não há restrições na semente x_0, porque ela afeta apenas o início da seqüência e não a progressão dos números.

O número de números consecutivos em uma seqüência antes de ela começar a repetir-se é conhecida como **duração do ciclo**. Logo, a duração do ciclo no exemplo é 8. A duração de ciclo *máximo* é m, de modo que os únicos valores de a e c considerados sejam aqueles que resultam nessa duração de ciclo máximo.

A Tabela 20.5 ilustra a conversão de números aleatórios inteiros em números aleatórios uniformes. A coluna da esquerda fornece os números aleatórios inteiros obtidos na coluna mais à direita da Tabela 20.4. A coluna direita fornece os números aleatórios uniformes correspondentes a partir da fórmula

$$\text{Número aleatório uniforme} = \frac{\text{número aleatório inteiro} + \frac{1}{2}}{m}.$$

Note que cada um desses números aleatórios uniformes cai no ponto médio de um dos oito intervalos de igual tamanho 0 a 0,125, 0,125 a 0,25, . . . , 0,875 a 1. O menor valor de $m = 8$ não nos permite obter outros valores ao longo do intervalo [0, 1], portanto estamos obtendo aproximações relativamente grosseiras dos números aleatórios uniformes reais. Na prática, geralmente são usados valores de *m bem* maiores.

A seção de Exemplos Trabalhados no CD-ROM inclui outro exemplo de aplicação do método congruente misto com um valor m relativamente menor ($m = 16$) e depois conver-

■ TABELA 20.4 **Ilustração do método congruente misto**

n	x_n	$5x_n + 7$	$(5x_n + 7)/8$	x_{n+1}
0	4	27	$3 + \frac{3}{8}$	3
1	3	22	$2 + \frac{6}{8}$	6
2	6	37	$4 + \frac{5}{8}$	5
3	5	32	$4 + \frac{0}{8}$	0
4	0	7	$0 + \frac{7}{8}$	7
5	7	42	$5 + \frac{2}{8}$	2
6	2	17	$2 + \frac{1}{8}$	1
7	1	12	$1 + \frac{4}{8}$	4

■ TABELA 20.5 **Convertendo números aleatórios inteiros em números aleatórios uniformes**

Número Aleatório Inteiro	Número Aleatório Uniforme
3	0,4375
6	0,8125
5	0,6875
0	0,0625
7	0,9375
2	0,3125
1	0,1875
4	0,5625

te os números aleatórios inteiros resultantes em números aleatórios uniformes. Esse exemplo explora então os problemas que surgem do emprego de um valor m tão pequeno.

Para um computador binário com uma palavra de tamanho b bits, a opção usual para m é $m = 2^b$; esse é o número total de inteiros não-negativos que pode ser expresso dentro da capacidade do tamanho da palavra. Quaisquer inteiros indesejados que surgem na seqüência de números aleatórios simplesmente não são usados. Com essa opção de m, podemos garantir que cada número possível ocorre exatamente apenas uma vez antes de qualquer número ser repetido selecionando qualquer um dos valores $a = 1, 5, 9, 13, \ldots$ e $c = 1, 3, 5, 7, \ldots$. Para um computador decimal com uma palavra de tamanho d dígitos, a opção usual para m é $m = 10^d$, e a mesma propriedade é garantida selecionando-se qualquer um dos valores $a = 1, 21, 41, 61, \ldots$ e $c = 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19, \ldots$ (isto é, todos os inteiros *ímpares* positivos, *exceto* aqueles que terminam com o dígito 5). A seleção específica pode ser feita baseando-se na *correlação serial* entre números gerados sucessivamente, que difere consideravelmente entre essas alternativas.[1]

Ocasionalmente, são desejados números aleatórios inteiros com um número de dígitos relativamente pequeno. Suponha, por exemplo, que sejam desejados apenas três dígitos, de forma que os possíveis valores possam ser expressos como 000, 001, . . . , 999. Em tal caso, o procedimento usual ainda é usar $m = 2^b$ ou $m = 10^d$, de forma que um número extremamente grande de números aleatórios inteiros possa ser gerado antes de a seqüência começar a se repetir. Entretanto, exceto para fins de cálculo do próximo número aleatório inteiro dessa seqüência, todos, exceto três dígitos de cada número gerado, seriam descartados para se obter o número aleatório inteiro de três dígitos desejado. Uma convenção é pegar os *últimos* três dígitos (isto é, os três dígitos finais).

O **método congruente multiplicativo** é apenas o caso especial do método congruente misto em que $c = 0$. O **método congruente aditivo** também é similar, porém ele configura $a = 1$ e substitui c por algum número aleatório x_n precedente na seqüência, por exemplo, x_{n-1} (de modo que mais de uma semente seja necessária para começar a calcular a seqüência).

O método congruente misto fornece enorme flexibilidade na escolha de determinado gerador de números aleatórios (uma combinação específica de valores para a, c e m). Entretanto, é preciso tomar muito cuidado na escolha do gerador de números aleatórios, pois a maioria das combinações de valores de a, c e m leva a propriedades indesejadas (por exemplo, uma duração de ciclo menor que m). Quando os pesquisadores identificam geradores de números aleatórios interessantes são feitos testes exaustivos em busca de qualquer falha e isso pode levar a um gerador de números aleatórios melhor. Por exemplo, vários anos atrás, $m = 2^{31}$ era considerada uma escolha interessante, porém atualmente os especialistas a consideram inaceitável e estão recomendando em seu lugar certos números muito maiores, inclusive valores específicos de m próximos de 2^{191}.[2]

20.4 GERAÇÃO DE OBSERVAÇÕES ALEATÓRIAS DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES

Dada uma seqüência de números aleatórios, como se pode gerar uma seqüência de observações aleatórias de dada distribuição de probabilidades? Existem várias metodologias diferentes, dependendo da natureza da distribuição.

Distribuições Discretas Simples

Para algumas distribuições discretas simples, uma seqüência de números aleatórios *inteiros* pode ser usada para gerar observações aleatórias de forma direta. Simplesmente aloque os

[1] Ver COVEYOU, R. R. Serial Correlation in the Generation of Pseudo-Random Numbers. *Journal of the Association of Computing Machinery*, n. 7, p. 72-74, 1960.

[2] Para recomendações recentes sobre a escolha do gerador de números aleatórios, ver L'ECUYER, P. et al. An Object-Oriented Random-Number Package with Many Long Streams and Substreams. *Operations Research*, v. 50, p. 1.073-1.075, 2002.

possíveis valores de um número aleatório aos diversos resultados na distribuição de probabilidades em proporção direta às respectivas probabilidades desses resultados.

Para o Exemplo 1 da Seção 20.1, em que estão sendo simulados lançamentos de uma moeda, os resultados possíveis de um lançamento são cara ou coroa, no qual cada resultado tem uma probabilidade igual a $\frac{1}{2}$ de vir a ocorrer. Portanto, em vez de usar números aleatórios uniformes (como foi feito na Seção 20.1), teria sido suficiente usar *dígitos aleatórios* para gerar os resultados. Cinco dos dez possíveis valores de um dígito aleatório (digamos, 0, 1, 2, 3, 4) seriam associados ao resultado cara e os outros cinco (digamos, 5, 6, 7, 8, 9) ao resultado coroa.

Como outro exemplo, considere a distribuição de probabilidades do resultado do lançamento de dois dados. É conhecido que a probabilidade de se obter 2 é $\frac{1}{36}$ (assim como é a probabilidade de se obter 12), a probabilidade de se obter 3 é $\frac{2}{36}$ e assim por diante. Portanto, $\frac{1}{36}$ dos possíveis valores de um número aleatório inteiro deve ser associado à obtenção de 2, $\frac{2}{36}$ dos valores com a obtenção de 3 e assim por diante. Logo, se estiverem sendo usados números aleatórios inteiros de dois dígitos, 72 dos 100 valores serão selecionados para consideração, de forma que um número aleatório inteiro será rejeitado se ele assumir qualquer um dos demais 28 valores. Então, 2 dos 72 valores possíveis (digamos, 00 e 01) serão associados à obtenção de 2, quatro deles (digamos 02, 03, 04 e 05) associados à obtenção de 3 e assim por diante.

Usar números aleatórios *inteiros* dessa forma é conveniente quando eles estiverem sendo extraídos de uma tabela de números aleatórios ou então estiverem sendo gerados diretamente por um método congruente. Entretanto, ao realizar a simulação em um computador, normalmente é mais conveniente fazer que um computador gere *números aleatórios uniformes* e então usá-los da maneira correspondente. Todos os próximos métodos para geração de observações aleatórias usam números aleatórios uniformes.

Método de Transformação Inversa

Para distribuições mais complicadas, ou discreta ou contínuas, o *método da transformação inversa* pode, algumas vezes, ser usado para gerar observações aleatórias. Fazendo que X seja a variável aleatória envolvida, representamos a função de distribuição cumulativa por

$$F(x) = P\{X \leq x\}.$$

Gerar cada observação requer então as duas etapas a seguir.

Resumo do Método de Transformação Inversa

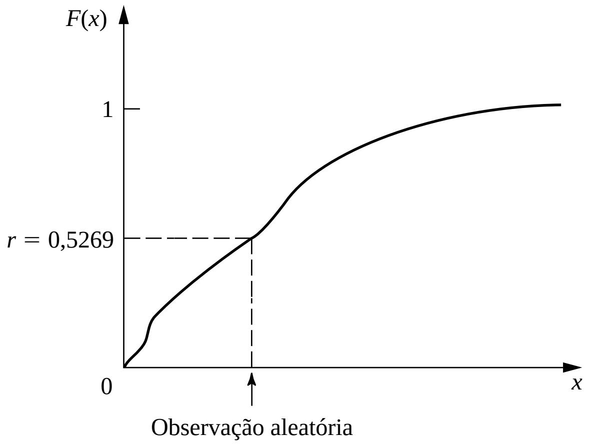
1. Gere um *número aleatório uniforme* r entre 0 e 1.
2. Configure $F(x) = r$ e resolva em termos de x, que então é a observação aleatória desejada da distribuição de probabilidades.

Esse procedimento é ilustrado na Figura 20.5 para o caso no qual $F(x)$ é representado graficamente e o número aleatório uniforme r por acaso é 0,5269.

Embora o procedimento gráfico ilustrado pela Figura 20.5 seja conveniente se a simulação for feita manualmente, o computador tem de reverter a alguma metodologia alternativa. Para *distribuições discretas*, pode-se adotar uma *metodologia de pesquisa em tabelas*, construindo uma tabela que forneça um "intervalo" (salto) no valor de $F(x)$ para cada possível valor de $X = x$. O Excel dispõe de uma função conveniente, VLOOKUP, para implementar essa metodologia ao realizar uma simulação em uma planilha.

Para ilustrar o funcionamento dessa função, suponha que uma empresa esteja simulando o *programa de manutenção* para suas máquinas. O tempo entre quebras dessas máquinas é sempre 4, 5 ou 6 dias, em que esses tempos ocorrem, respectivamente, com probabilidades 0,25, 0,5 e 0,25. O primeiro passo na simulação dessas quebras é criar a tabela mostrada na Figura 20.6 em algum ponto da planilha. Note que cada número na segunda coluna fornece a probabilidade cumulativa *anterior* ao número de dias na terceira coluna. A segunda e terceira colunas (abaixo dos cabeçalhos de coluna) constituem a "pesquisa em tabela". A função VLOOKUP possui três argumentos. O primeiro fornece o endereço da célula que está for-

■ FIGURA 20.5
Ilustração do método da transformação inversa para se obter a observação aleatória de dada distribuição de probabilidades.



■ FIGURA 20.6
A tabela que seria construída em uma planilha para emprego da função VLOOKUP do Excel para implementar o método da transformação inversa para o exemplo do programa de manutenção.

Distribuição de tempo entre quebras

Probabilidade	Cumulativa	Número de Dias
0,25	0	4
0,5	0,25	5
0,25	0,75	6

necendo o número aleatório uniforme sendo usado. O segundo argumento identifica o intervalo de endereços de célula para a pesquisa em tabela. O terceiro indica qual coluna da pesquisa em tabela fornece a observação aleatória, portanto esse argumento é igual a 2 nesse caso. A função VLOOKUP com esses três argumentos é introduzida como equação para cada célula na planilha onde a observação aleatória da distribuição deve ser introduzida.

Para certas distribuições *contínuas*, o método de transformação inversa pode ser implementado em um computador resolvendo-se primeiramente a equação $F(x) = r$ *analiticamente* em termos de x. Um exemplo na seção de Exemplos Trabalhados no CD-ROM ilustra essa abordagem (após aplicar primeiramente o método gráfico).

Também ilustraremos essa metodologia a seguir com a distribuição exponencial.

Distribuições Exponenciais e de Erlang

Conforme indicado na Seção 17.4, a função de distribuição cumulativa para a **distribuição exponencial** é

$$F(x) = 1 - e^{-\alpha x}, \text{ para } x \geq 0,$$

em que $1/\alpha$ é a média da distribuição. Configurando-se $F(x) = r$ resulta então em

$$1 - e^{-\alpha x} = r,$$

de modo que

$$e^{-\alpha x} = 1 - r.$$

Portanto, tomando-se o logaritmo natural de ambos os lados

$$\ln e^{-\alpha x} = \ln (1 - r),$$

de forma que

$$-\alpha x = \ln (1 - r),$$

que resulta em

$$x = \frac{\ln (1 - r)}{-\alpha}$$

como observação aleatória desejada da distribuição exponencial.

Essa aplicação direta do método de transformação inversa fornece a maneira mais direta de se gerar observações aleatórias de uma distribuição exponencial. Também foram desenvolvidas técnicas mais complexas para essa distribuição[3] que são mais rápidas para um computador do que calcular um logaritmo.

Observe que $1 - r$ é por si só um número aleatório uniforme. Portanto, para economizar uma subtração, é comum na prática simplesmente usar o número aleatório uniforme *original* r diretamente no lugar de $1 - r$.

Uma extensão natural desse procedimento para a distribuição exponencial também pode ser usada para gerar a observação aleatória de uma **distribuição de Erlang** (gama) (ver Seção 17.7). A soma de k variáveis aleatórias exponenciais independentes, cada uma delas com média $1/(k\alpha)$, possui uma distribuição de Erlang com parâmetro de forma k e média $1/\alpha$. Assim, dada uma seqüência de k números aleatórios uniformes entre 0 e 1, digamos, $r_1, r_2, \ldots, r_k$, a observação aleatória desejada da distribuição de Erlang é

$$x = \sum_{i=1}^{k} \frac{\ln (1 - r_i)}{-k\alpha},$$

que se reduz a

$$x = -\frac{1}{k\alpha} \ln \left[\prod_{i=1}^{k} (1 - r_i) \right],$$

em que Π indica multiplicação. Enfatizando, as subtrações podem ser eliminadas simplesmente usando-se r_i diretamente no lugar de $1 - r_i$.

Distribuições Normais e Qui-quadrado

Uma técnica particularmente simples (mas ineficiente) para gerar uma observação aleatória de uma **distribuição normal** é obtida aplicando-se o *teorema do limite central*. Como um número aleatório uniforme tem uma *distribuição uniforme* de 0 a 1, ela possui média $\frac{1}{2}$ e desvio-padrão $1/\sqrt{12}$. Portanto, esse teorema implica que a soma de n números aleatórios uniformes tem aproximadamente uma distribuição normal com média $n/2$ e desvio-padrão $\sqrt{n/12}$. Logo, se $r_1, r_2, \ldots, r_n$ forem uma amostra de números aleatórios uniformes, então

$$x = \frac{\sigma}{\sqrt{n/12}} \sum_{i=1}^{n} r_i + \mu - \frac{n}{2} \frac{\sigma}{\sqrt{n/12}}$$

é uma observação aleatória de uma distribuição aproximadamente normal com média μ e desvio-padrão σ. Essa aproximação é excelente (exceto nas caudas da distribuição), mesmo com valores pequenos para n. Logo, valores n de 5 a 10 podem ser adequados; $n = 12$ também é um valor conveniente, pois ele elimina termos da raiz quadrada da expressão anterior.

Já que há ampla disponibilidade de tabelas da distribuição normal (ver, por exemplo, o Apêndice 5), outro método simples para gerar uma aproximação mais justa da observação aleatória é usar uma tabela dessas para implementar diretamente o método de transformação inversa. Isso é bastante conveniente quando estamos gerando algumas observações aleatórias manualmente, mas bem menos para implementação por computador já que requer o armazenamento de uma grande tabela e então usar uma pesquisa em tabela.

[3] Por exemplo, ver AHRENS, J. H.; DIETER, V. Efficient Table-Free Sampling Methods for Exponential, Cauchy and Normal Distributions. *Communications of the ACM*, v. 31, p. 1.330-1.337, 1988.

Diversas técnicas *exatas* para gerar observações aleatórias de uma distribuição normal também foram desenvolvidas.[4] Essas técnicas exatas são suficientemente rápidas que, na prática, são usadas em vez dos métodos aproximados descritos anteriormente. Uma rotina para cada uma dessas técnicas normalmente já está incorporada em um pacote de software com recursos de simulação. Por exemplo, o Excel usa a função NORMINV(RAND(), μ, σ) para gerar a observação aleatória de uma distribuição normal com média μ e desvio-padrão σ.

Um método simples para manipular a **distribuição qui-quadrado** é usar o fato que ela é obtida somando-se os quadrados das variáveis aleatórias normais padronizadas. Logo, se $y_1, y_2, \ldots, y_n$ são n observações aleatórias de uma distribuição normal com média 0 e desvio-padrão 1, então

$$x = \sum_{i=1}^{n} y_i^2$$

é uma observação aleatória de uma distribuição qui-quadrado com n graus de liberdade.

Método da Aceitação-Rejeição

Para muitas distribuições contínuas, não é viável aplicar o método de transformação inversa, pois $x = F^{-1}(r)$ não pode ser calculado (ou pelo menos calculado de forma eficiente). Portanto, foram desenvolvidos diversos outros tipos de métodos para gerar observações aleatórias de tais distribuições. Freqüentemente, esses métodos são consideravelmente mais rápidos que o método de transformação inversa, mesmo quando o último método pode ser usado. Para fornecer a mesma noção da abordagem para esses métodos alternativos, agora ilustraremos uma abordagem chamada **método da aceitação-rejeição** em um exemplo simples.

Considere a *distribuição triangular* com uma função densidade probabilística

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } 0 \le x \le 1 \\ 1 - (x - 1) & \text{se } 1 \le x \le 2 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

O método da aceitação-rejeição usa os dois passos a seguir (talvez repetidamente) para gerar uma observação aleatória.

1. Gere um número aleatório uniforme r_1 entre 0 e 1 e faça que $x = 2r_1$ (de modo que o intervalo de possíveis valores de x se encontre de 0 a 2).

2. Aceite x com

$$\text{Probabilidade} = \begin{cases} x & \text{se } 0 \le x \le 1 \\ 1 - (x - 1) & \text{se } 1 \le x \le 2, \end{cases}$$

para ser a observação aleatória desejada [já que essa probabilidade é igual a $f(x)$]. *Caso contrário, rejeite* x e repita os dois passos.

Para gerar aleatoriamente o evento de aceitar (ou rejeitar) x de acordo com essa probabilidade, o método implementa o passo 2 como se segue:

2. Gere um número aleatório uniforme r_2 entre 0 e 1.

Aceite x se $r_2 \le f(x)$.
Rejeite x se $r_2 > f(x)$.

Se x for rejeitado, repita os dois passos.

Como $x = 2r_1$ está sendo aceito com uma probabilidade $= f(x)$, a distribuição de probabilidades de *valores aceitos* tem $f(x)$ como sua função densidade, de forma que valores aceitos são *observações aleatórias* válidas de $f(x)$.

[4] Ibid.

Fomos felizardos nesse exemplo que o *maior* valor de $f(x)$ para qualquer x era exatamente 1. Se esse maior valor fosse, ao contrário, $L \neq 1$, então r_2 seria multiplicado por L no passo 2. Com esse ajuste, o método é facilmente estendido para outras funções densidade probabilísticas ao longo de um intervalo finito e conceitos similares podem ser usados ao longo de um intervalo infinito também.

20.5 DESCRIÇÃO DE UM IMPORTANTE ESTUDO DE SIMULAÇÃO

Até então, este capítulo se concentrou principalmente no *processo* de realizar uma simulação e algumas aplicações. Agora, veremos esse material de uma perspectiva mais ampla, descrevendo brevemente todos os passos envolvidos em um importante estudo de pesquisa operacional que se baseia na aplicação de simulação. Praticamente os mesmos passos também se aplicam quando o estudo estiver aplicando outras técnicas de pesquisa operacional.

Devemos enfatizar que algumas aplicações de simulação não requerem todo o esforço descrito nos passos a seguir. O advento do Excel e de programas complementares para Excel para realizar, de forma eficiente, simulações básicas em uma planilha (conforme descrito na próxima seção) muitas vezes permite conduzir o estudo em tempo muito menor e mais barato que antes. Entretanto, aplicações mais complexas de simulação ainda exigem o esforço estendido descrito nesta seção.

Passo 1: Formular o Problema e Planejar o Estudo

A equipe de pesquisa operacional precisa iniciar agendando uma reunião com a direção para resolver os seguintes tipos de questões.

1. Qual é o problema que a direção quer que seja estudado?
2. Quais são os objetivos gerais do estudo?
3. Que questões específicas devem ser resolvidas?
4. Que tipos de configurações de sistema alternativas devem ser considerados?
5. Que medidas de desempenho do sistema são de interesse para a direção?
6. Quais são as restrições de tempo para realização do estudo?

Além disso, a equipe de PO também precisa se reunir com engenheiros e pessoal operacional para conhecer os detalhes de exatamente como o sistema deveria operar. Essa equipe geralmente também vai incluir um ou mais membros com um conhecimento prático do sistema. Se existir uma versão atual do sistema em operação, a equipe de PO observará o sistema para identificar seus componentes e as ligações entre eles.

Antes de concluir essa etapa, o líder da equipe de PO também precisa planejar o estudo geral em termos do número de pessoas, suas responsabilidades, o cronograma e o orçamento para o estudo.

Passo 2: Coletar os Dados e Formular o Modelo de Simulação

Os tipos de dados necessários dependem da natureza do sistema a ser simulado. Para um sistema de filas, dados fundamentais seriam a distribuição de *tempos entre chegadas* e a distribuição de *tempos de atendimento*. Para um sistema de estoque de um único produto, a equipe de PO precisaria da distribuição de *demanda* para o produto e a distribuição do *tempo de espera* entre colocar um pedido para reabastecer o estoque e receber a quantidade solicitada. Para um sistema de manufatura envolvendo máquinas que quebram ocasionalmente, a equipe de PO precisa determinar a distribuição do *tempo até uma máquina quebrar* e a distribuição de *tempos de reparo*.

Em cada um desses exemplos, note que são as *distribuições de probabilidades* das quantidades relevantes que são necessárias. De modo a gerar cenários representativos de como um sistema deveria atuar, é essencial que uma simulação gere *observações aleatórias* dessas distribuições em vez de simplesmente usar médias.

Geralmente, será possível apenas *estimar* essas distribuições. Isso é feito após se fazer observações diretas de uma versão existente do sistema em estudo ou de um sistema similar. Após examinar esses dados para determinada quantidade, se a *forma* da distribuição não for clara, mas relembrar a forma de um tipo padrão de distribuição, poderá ser usado um *teste de aderência de valor* estatístico para testar se os dados se ajustam a essa forma-padrão. Conforme descrito na Referência Selecionada 14, testes desse tipo amplamente usados são os testes do *qui-quadrado, Kolmogorov-Smirnov* e *Anderson-Darling*. Diversos pacotes de software de simulação podem aplicar um teste destes para identificar a forma da distribuição. Por exemplo, o pacote Crystal Ball introduzido na Seção 20.6 inclui uma extensa gama de distribuições e um recurso especial para identificar qual distribuição melhor se ajusta aos dados históricos, conforme descrito em detalhes na Seção 28.6 do CD-ROM. A média da amostra e a variância da amostra dos dados também fornecem uma estimativa da média e da variância da distribuição. Se não se puder obter nenhum dado relevante em razão da inexistência de um sistema similar, outras possíveis fontes de informação para estimativa de uma distribuição são os estudos de tempo de engenharia industrial, registros de engenharia, manuais de operação, especificações de máquinas e entrevistas com indivíduos com experiência similar nesses tipos de operações.

Normalmente é formulado um modelo de simulação em termos de um *diagrama de fluxo* que reúne os diversos componentes do sistema. São fornecidas regras de operação para cada componente, inclusive as distribuições de probabilidades que controlam quando os eventos vão ocorrer ali. O modelo precisa apenas conter detalhes suficientes para capturar a essência do sistema. Para um estudo mais amplo é uma boa idéia iniciar formulando e depurando uma versão relativamente simples do modelo antes de acrescentar detalhes importantes.

Passo 3: Verifique a Precisão do Modelo de Simulação

Antes de construir um programa de computador, a equipe de PO deve juntar as pessoas mais intimamente familiarizadas com a questão de como o sistema vai operar na verificação da precisão do modelo de simulação. Isso normalmente é feito realizando-se um ensaio estruturado do modelo conceitual, usando-se um retroprojetor, diante de um público formado por todas as pessoas-chave. Em uma típica reunião destas, diversas suposições de modelo errôneas serão descobertas e corrigidas, algumas poucas suposições serão acrescidas e algumas questões serão resolvidas em relação à profundidade de detalhes necessária nas diversas partes do modelo.

Além de ajudar a garantir a precisão do modelo de simulação, esse processo tende a fornecer as pessoas-chave com algum senso de propriedade do modelo e do estudo.

Passo 4: Selecionar o Software e Construir um Programa de Computador[5]

Existem quatro classes principais de software usadas para simulações via computador. Uma delas é a *planilha de software.* O Exemplo 1 da Seção 20.1 ilustrou como o Excel é capaz de realizar algumas simulações básicas em uma planilha. Além disso, alguns excelentes programas complementares para Excel agora estão disponíveis para aperfeiçoar esse tipo de modelagem de planilha. A próxima seção se concentra no uso desses programas.

As outras três classes de software para simulações se destinam a aplicações mais extensivas em que não é mais conveniente usar planilha software. Uma classe destas é uma *linguagem de programação de propósito genérico,* como o C, Fortran, Pascal, Basic etc. Tais linguagens (e suas predecessoras) normalmente eram usadas nos primórdios da área em virtude de sua grande flexibilidade para programar qualquer tipo de simulação. Entretanto, em decorrência de um tempo considerável de programação elas não são tão usadas hoje em dia.

A terceira classe é uma **linguagem de simulação de propósito genérico**. Essas linguagens fornecem muitos dos recursos necessários para programar um modelo de simulação e,

[5] Essa subseção não tenta enumerar ou descrever os vários pacotes de software de simulação disponíveis no momento. Para detalhes sobre uma série de pacotes desse tipo, ver as pesquisas de software de simulação nas páginas 45-51 da edição de maio de 2002 da *IIE Solutions* e nas páginas 46-57 da edição de agosto de 2003 da *OR/MS Today*.

portanto, podem eventualmente reduzir substancialmente o tempo de programação exigido. Elas fornecem uma estrutura natural para modelagem de simulação, já que seus construtores de modelagem básicos são desenvolvidos especificamente para esse fim. Isso também simplifica a tarefa de modificar e manter um modelo de simulação após ele ser construído inicialmente. Além disso, essas linguagens fornecem uma boa detecção de erros devido a diversos tipos de erro potenciais em um modelo de simulação serem verificados automaticamente. Embora menos flexíveis que uma linguagem de programação de propósito genérico, elas são capazes de programar praticamente qualquer tipo de modelo de simulação. Entretanto, é necessária alguma especialização na linguagem.

Um desenvolvimento-chave nas décadas de 1980 e 1990 foi o surgimento da quarta classe de software, chamada **simuladores orientados a aplicações** (ou simplesmente *simuladores* de forma abreviada). Cada um desses simuladores é desenvolvido para simular tipos bastante específicos de sistemas, tal como certos tipos de sistemas de manufatura, computador e comunicações. Alguns deles são muito específicos (por exemplo, para engenharia de produção de gás e petróleo ou análise de usinas de energia nuclear ou fisiologia cardiovascular). A *meta* deles é ser capaz de construir um "programa" de simulação pelo uso de menus e gráficos, sem a necessidade de programação. Eles são relativamente fáceis de aprender e possuem blocos de modelagem intimamente relacionados com o sistema de interesse.

Um simulador pode ser excelente se o sistema que você pretende simular se ajusta perfeitamente à categoria prescrita para o simulador. Entretanto, a prescrição de recursos de sistema permitidos tende a ser bastante estreita. Portanto, o principal inconveniente de muitos simuladores é o fato de eles serem limitados apenas à modelagem daquelas configurações de sistema que são permitidas pelos seus recursos-padrão. Alguns simuladores possuem a opção de incorporar rotinas escritas em uma linguagem de programação de fim genérico para lidar com recursos não-padrão. Essa opção é freqüentemente necessária ao simular sistemas relativamente complexos.

Recentemente, essa distinção entre linguagens de simulação de propósito genérico e simuladores orientados a aplicações está se tornando cada vez mais indistinta. Linguagens de simulação de propósito genérico agora podem incluir alguns recursos especiais que as tornam quase tão adequadas quanto os simuladores para certos tipos específicos de aplicações. No entanto, os simuladores tendem a incluir maior flexibilidade do que tinham anteriormente para lidar com uma classe de sistemas mais ampla.

Outro desenvolvimento fundamental nos últimos anos foi o de recursos de **animação** para exibir simulações computadorizadas em ação. Em uma animação, elementos-chave de um sistema são representados na tela de um computador por ícones que mudam de forma, cor ou posição quando há uma alteração no estado do sistema de simulação. A maioria dos fornecedores de software de simulação atualmente oferece uma versão de seus softwares com recursos de animação. Além disso, a animação está se tornando cada vez mais elaborada, incluindo até recursos tridimensionais em alguns casos.

A principal razão para a popularidade da animação é sua habilidade de transmitir a essência de um modelo de simulação (ou da execução de uma simulação) a gerentes e outras pessoas-chave. Isso aumenta incrivelmente a credibilidade da metodologia de simulação. Também, a animação pode ser útil na depuração do programa de computador para um programa de simulação.

Passo 5: Testar a Validade do Modelo de Simulação

Após o programa de computador ter sido criado e depurado, o próximo passo fundamental é testar o modelo de simulação incorporado no programa para ver se ele está fornecendo resultados válidos para o sistema que está representando. Especificamente, as medidas de desempenho para o sistema real serão aproximadas de forma suficiente pelos valores dessas medidas geradas pelo modelo de simulação?

Essa questão normalmente é difícil de se responder, pois a maioria das versões do sistema "real" não existe no momento. Tipicamente, o objetivo da simulação é investigar e comparar diversas configurações de sistema propostas para ajudá-lo a escolher a melhor delas.

Entretanto, alguma versão do sistema real deve estar em operação no momento. Caso isso ocorra, seus dados de desempenho devem ser comparados àqueles das medidas de saída correspondentes geradas por execuções-piloto do modelo de simulação.

Em alguns casos, pode ser que haja um modelo matemático disponível para uma versão simples do sistema. Nesse caso, esses resultados também devem ser comparados com os resultados da simulação.

Quando não tivermos nenhum dado real disponível para comparação com os resultados da simulação, uma possibilidade é conduzir um *teste de campo* para coletar tais dados. Isso envolveria a construção de um pequeno protótipo de alguma versão do sistema proposto e colocá-lo em operação. Esse protótipo talvez também pudesse ser usado, após o estudo de simulação ter sido completado, para fazer um ajuste fino do desenho do sistema, antes de o sistema real ser instalado.

Outro teste de validação útil é fazer que o pessoal operacional experiente verifique a credibilidade de como os resultados da simulação mudam à medida que a configuração do sistema simulado é alterada. Mesmo quando não existe nenhuma base de comparação para verificar a sensatez das medidas de desempenho obtidas para determinada versão do sistema, muitas vezes pode-se tirar algumas conclusões sobre como o desempenho *relativo* do sistema deve mudar à medida que seus parâmetros são alterados.

Assistir a animações de processamentos de simulação é outra maneira de se verificar a validade do modelo de simulação. Assim que o modelo estiver funcionando apropriadamente, as animações também geram interesse e credibilidade no estudo de simulação tanto no plano gerencial como operacional.

Passo 6: Planejar as Simulações a serem Realizadas

Neste ponto, precisamos começar a tomar decisões sobre quais configurações de sistema devem ser simuladas. Isso normalmente é um processo evolutivo, no qual os resultados iniciais para uma série de configurações o ajudam a aperfeiçoar em relação a quais configurações específicas garantirão uma investigação detalhada.

Também precisam ser tomadas decisões em relação a algumas questões estatísticas. Uma delas (a menos que estejamos usando a técnica especial descrita no segundo suplemento para este capítulo contido no CD-ROM) é a duração *do período de aquecimento* enquanto se aguarda o sistema basicamente atingir uma condição de estado estável, antes de começar a coletar dados. Normalmente são usadas execuções preliminares de simulação para analisar esse aspecto. Já que os sistemas normalmente requerem um tempo surpreendentemente longo para atingir uma condição de estado estável, é útil selecionar *condições iniciais* para um sistema simulado que parecem aproximadamente representativas das condições de estado estável de modo a reduzir esse tempo necessário o máximo possível.

Outra questão estatística fundamental é a *duração da execução da simulação* após o período de aquecimento para cada configuração de sistema simulada. Tenha em mente que a simulação não produz valores *exatos* para as medidas de desempenho de um sistema. Em vez disso, cada execução de simulação pode ser interpretada como um *experimento estatístico* que está gerando *observações estatísticas* do desempenho do sistema simulado. Essas observações são usadas para produzir *estimativas estatísticas* das medidas de desempenho. Aumentar a duração de uma simulação expande a precisão dessas estimativas. O primeiro suplemento para este capítulo contido no CD-ROM também descreve *técnicas especiais para redução de variância* que algumas vezes podem ser empregadas para elevar a precisão dessas estimativas.

A teoria estatística para elaboração de experimentos estatísticos conduzidos por meio de simulação é um pouco distinta para aquela de experimentos conduzidos diretamente pela observação do desempenho de um sistema físico.[6] Portanto, a inclusão de um estatístico (ou de pelo menos um analista com experiência em simulação e sólidos conhecimentos de estatística) em sua equipe de PO pode ser inestimável nesta etapa.

[6] Para detalhes sobre a teoria estatística relevante para aplicação de simulação, ver os Capítulos 9-12 em LAW, A. M.; KELTON, W. D. 3. ed. *Simulation Modeling and Analysis.* Nova York: McGraw-Hill, 2000.

Passo 7: Realizar as Execuções de Simulação e Analisar os Resultados

A saída obtida das execuções de simulação agora fornece estimativas estatísticas das medidas de desempenho desejadas para cada configuração de sistema de interesse. Além de uma *estimativa pontual* de cada medida, normalmente se deve obter um *intervalo de confiança* para indicar o intervalo de valores prováveis da medida (exatamente como foi feito no Exemplo 2 da Seção 20.1). O segundo suplemento para este capítulo contido no CD-ROM descreve um método para fazer isso.[7]

Esses resultados podem indicar imediatamente que determinada configuração de sistema é claramente superior às demais. Com maior freqüência eles identificarão alguns candidatos mais fortes ao posto de melhor configuração. Em último caso, serão executadas algumas simulações mais longas de forma a comparar melhor esses candidatos.[8] Processamentos adicionais também poderiam ser usados para fazer um ajuste fino nos detalhes daquilo que parece ser a melhor configuração.

Passo 8: Apresentar Recomendações à Administração

Após completar sua análise, a equipe de PO precisa apresentar suas recomendações à administração. Isso normalmente seria feito por intermédio de um relatório e uma apresentação formal aos diretores/gerentes responsáveis pela tomada de decisão referente ao sistema em estudo.

O relatório e a apresentação devem sintetizar a forma como o estudo foi conduzido, incluindo documentação da validação do modelo de simulação. Uma demonstração da *animação* de uma execução de simulação poderia ser incluída para melhor transmitir o processo de simulação e acrescentar credibilidade. Resultados numéricos que fornecem a lógica para as recomendações também precisam ser incluídos.

A administração normalmente envolve mais a equipe de PO na implementação inicial do novo sistema, incluindo o treinamento do pessoal envolvido.

20.6 REALIZANDO SIMULAÇÕES EM PLANILHAS

A Seção 20.5 descreve os passos típicos envolvidos em estudos de simulação de sistemas complexos, incluindo o emprego de linguagens de simulação genéricas ou de simuladores especializados que são necessários para estudar a maioria de tais sistemas de forma eficiente. Entretanto, nem todos os estudos de simulação são tão complicados assim. Na realidade, ao estudar sistemas relativamente simples, algumas vezes é possível rodar as simulações necessárias de forma rápida e fácil em planilhas. Particularmente, sempre que um modelo de planilha puder ser formulado para analisar um sistema sem levar em conta incertezas (exceto pela análise de sensibilidade), normalmente é possível estender o modelo para usar simulação para considerar o efeito das incertezas. Portanto, agora iremos nos concentrar nesses casos mais simples nos quais as planilhas podem ser usadas para realizar as simulações de forma eficiente.

Conforme ilustrado no Exemplo 1 da Seção 20.1, o pacote de software padrão do Excel possui alguns recursos básicos de simulação, inclusive a habilidade para gerar números aleatórios uniformes e observações aleatórias de algumas distribuições de probabilidades. Um interessante progresso atingido em anos recentes foi o desenvolvimento de poderosos programas complementares para o Excel que aumentam em muito seus recursos originais. Um desses programas complementares é o *Crystal Ball*, desenvolvido pela Decisioneering, Inc., que nos cedeu generosamente a versão para estudantes do Crystal Ball 2000.5 (Professional Edition) para experimentação por 140 dias e que se encontra incluso no CD-ROM. Além de

[7] Ver as páginas 530-531 na referência citada na nota de rodapé anterior para outros métodos alternativos.

[8] A metodologia para emprego de simulação na tentativa de identificar a melhor configuração de sistema é conhecida como *otimização de simulação*. Trata-se de uma área bem interessante no campo de pesquisas atual. Por exemplo, consulte BOESEL, J. et al. Using Ranking and Selection to “Clean Up” After Simulation Otimization. *Operations Research*, v. 51, p. 814-825, 2003. Ver também Referências Selecionadas 8 e 9.

sua ótima funcionalidade na realização de simulações, a Professional Edition do Crystal Ball também inclui dois outros módulos. Um dos programas também é o CB Predictor para geração de previsões a partir de dados de série de tempos, conforme descrito e ilustrado no Capítulo 27 (um capítulo suplementar contido no CD-ROM). O outro é o OptQuest, que aperfeiçoa o Crystal Ball usando sua saída de uma série de execuções de simulação para procurar automaticamente uma solução ótima para um modelo de simulação, conforme descrito na próxima seção.

Alguns dos outros programas complementares se encontram disponíveis como *shareware*. Um deles é o RiskSim, desenvolvido pelo professor Michael Middleton. Fornecemos a versão acadêmica do RiskSim no *Courseware* de PO. Embora não tão elaborado e poderoso como o Crystal Ball, o RiskSim é fácil de usar e é bem documentado no CD-ROM. Caso queira continuar a usá-lo após esse curso, você deve registrá-lo e pagar uma taxa de *shareware*. Assim como qualquer programa complementar do Excel, eles precisam ser instalados antes de poderem ser usados no Excel.

A presente seção se concentra no uso do Crystal Ball para ilustrar o que pode ser feito com os programas complementares de simulação. Embora tais programas sem dúvida nenhuma continuarão a evoluir ao longo do tempo, sua funcionalidade atual deve continuar a ser uma parte básica de sua funcionalidade futura. Portanto, a ênfase aqui é ilustrar tal funcionalidade.

Incluímos problemas no final do capítulo tanto para esta seção como para a próxima para uso do Crystal Ball. O RiskSim contido no CD-ROM também pode ser usado para os problemas desta seção.

Planilhas comerciais normalmente incluem algumas *células de entrada* que exibem dados fundamentais (por exemplo, os diversos custos associados à produção ou comercialização de um produto) e uma ou mais *células de saída* que mostram medidas de desempenho (por exemplo, o lucro obtido pela produção ou comercialização de um produto). O usuário cria equações em Excel para associar as entradas às saídas de forma que as células de saída mostrem os valores correspondentes àqueles que foram introduzidos nas células de entrada. Em alguns casos, haverá incerteza em relação a quais seriam os valores corretos para as células de entrada. A análise de sensibilidade pode ser usada para verificar como as saídas mudam à medida que os valores para as células de entrada são alterados. Entretanto, se houver um nível de incerteza considerável em relação aos valores de algumas células de entrada, uma abordagem mais sistemática para análise do efeito da incerteza seria útil. É aí que a simulação entra em cena.

Pela simulação, em vez de introduzirmos um único número em uma célula de entrada na qual existe incerteza, a *distribuição de probabilidades* que descreve essa incerteza é introduzida em seu lugar. Gerando-se uma *observação aleatória* a partir da distribuição de probabilidades para cada célula de entrada destas, a planilha é capaz de calcular os valores de saída da forma usual. Isso é chamado **tentativa** pelo Crystal Ball. Realizando-se o número de tentativas especificado pelo usuário (normalmente centenas ou milhares), a simulação gera então o mesmo número de observações aleatórias dos valores de saída. O programa Crystal Ball registra todas essas informações e fornece então a opção de se imprimir estatísticas detalhadas na forma de tabelas ou gráficos (ou ambas) que ilustram de forma aproximada a *distribuição de probabilidades* subjacente dos valores de saída. Um resumo dos resultados também inclui estimativas da média e do desvio-padrão dessa distribuição.

Vejamos agora um exemplo em detalhes para ilustrar esse processo.

Exemplo de Controle de Estoque — O Problema do Jornaleiro Freddie

Considere o seguinte problema enfrentado por um jornaleiro chamado Freddie. Um dos jornais que Freddie vende em sua banca é o *Financial Journal*. Um distribuidor traz as edições do dia do *Financial Journal* para a banca de manhã cedinho. Quaisquer cópias não vendidas no final do dia são devolvidas ao distribuidor na manhã seguinte. Entretanto, para encorajar o pedido de um grande número de exemplares, o distribuidor oferece um pequeno reembolso para exemplares não vendidos.

Eis os números referentes a custos da banca de Freddie.

Freddie paga US$ 1,50 por exemplar entregue.
Freddie o vende a US$ 2,50 por exemplar.
Freddie recebe um reembolso de US$ 0,50 por exemplar não vendido.

Em parte por causa do reembolso, Freddie sempre encomenda um bom número de exemplares. Entretanto, ele começou a ficar preocupado sobre pagar tanto pelos exemplares que então devem ser devolvidos por não terem sido vendidos, particularmente desde que isso começou a ocorrer quase todos os dias. Agora ele está pensando que talvez fosse melhor encomendar um número mínimo de exemplares e poupar esse custo extra.

Para investigar isso mais a fundo, ele compilou os seguintes dados de suas vendas diárias.

Freddie vende algo em torno de 40 a 70 exemplares em um dia qualquer. As freqüências dos números entre 40 e 70 são aproximadamente iguais.

A decisão que Freddie precisa tomar é o número de exemplares a ser encomendado por dia do distribuidor. Seu objetivo é maximizar seu lucro médio diário.

Talvez você reconheça esse problema como um exemplo do *problema do jornaleiro* discutido na Seção 18.7. Logo, o *modelo de estoque estocástico de um período para produtos perecíveis* (sem nenhum custo de implantação) aqui apresentado pode ser usado para resolver esse problema. Entretanto, para fins ilustrativos, agora mostramos como a simulação pode ser usada para analisar esse sistema de estoque simples da mesma forma que ele analisa sistemas de estoque mais complexos que estão fora do alcance de modelos de estoque disponíveis.

Modelo de Planilha para Esse Problema

A Figura 20.7 mostra um modelo de planilha para esse problema. Estipuladas as células de dados C4:C6, a variável de decisão é a quantidade encomendada a ser introduzida na célula C9. O número 60 foi introduzido arbitrariamente nessa figura como uma primeira aproximação para um valor razoável. A parte inferior da figura mostra as equações usadas para calcular as células de saída C15:C17. Essas células de saída são então usadas para calcular a célula de saída Lucro (C19).

O único valor de entrada incerto nessa planilha é a demanda diária na célula C12. Esse valor se encontra entre 40 e 70 inclusive. Já que a freqüência dos números entre 40 e 70 é praticamente a mesma, a distribuição de probabilidades da demanda diária pode ser suposta de forma razoável como uma *distribuição uniforme* entre 40 e 70, conforme indicado nas células D12:F12. Em vez de introduzir um único número de forma permanente em DemandaSimulada (C12), o que o Crystal Ball vai fazer é introduzir essa distribuição de probabilidades nessa célula. Antes de passar para o Crystal Ball, um número arbitrário 55 foi introduzido temporariamente nessa célula na Figura 20.7. Usando o Crystal Ball para gerar uma *observação aleatória* dessa distribuição de probabilidades, a planilha é capaz de calcular as células de saída da forma usual para completar uma tentativa. Executando o número de tentativas especificado pelo usuário (tipicamente centenas ou milhares), a simulação gera portanto o mesmo número de observações aleatórias dos valores nas células de saída. O Crystal Ball registra essas informações para a(s) célula(s) de saída de interesse particular (o lucro diário do Freddie) e então, no final, as exibe em uma variedade das formas convenientes que revelam uma estimativa da distribuição de probabilidades subjacente do lucro diário de Freddie. Falaremos mais a esse respeito posteriormente.

Já que a distribuição uniforme é uma distribuição contínua, o valor em DemandaSimulada (C12) pode assumir *qualquer* valor entre 40 e 70, inclusive valores de não-inteiros. Entretanto, a demanda real de qualquer dia em particular tem de ser um número *inteiro* de exemplares do *Financial Journal*. Portanto, a função ROUND do Excel é usado para arredondar DemandaSimulada (C12) para o próximo inteiro mais próximo para obter a demanda real na célula C13. É por isso que Demanda (C13) é usado em vez de DemandaSimulada (C12) nas equações usadas para calcular ReceitaVendas (C15) e ValorSobras (C17).

	A	B	C	D	E	F
1	**Freddie, o jornaleiro**					
2						
3			**Dados**			
4		Preço de Venda Inicial	US$ 2,50			
5		Custo de Compra Unitário	US$ 1,50			
6		Valor de Sobras Unitário	US$ 0,50			
7						
8			**Variável de Decisão**			
9		Quantidade Encomendada	60			
10						
11			**Simulação**		Mínimo	Máximo
12		Demanda Simulada	55	*Uniforme*	40	70
13		Demanda (arredondada)	55			
14						
15		Receita de Vendas	US$ 137,50			
16		Custo de Compra	US$ 90,00			
17		Valor de Sobras	US$ 2,50			
18						
19		Lucro	US$ 50,00			

	B	C
11		**Simulação**
12	Demanda Simulada	55
13	Demanda (arredondada)	=ROUND(DemandaSimulada,0)
14		
15	Receita de Vendas	=PrecoVendaUnitario*MIN(QuantidadeEncomendada,Demanda
16	Custo de Compras	=PrecoCompraUnitario*QuantidadeEncomendada
17	Valor de Sobras	=PrecoSobrasUnitario*MAX(QuantidadeEncomendada-Demanda,0)
18		
19	Profit	=ReceitasVendas-CustoCompra+ValorSobras

Nome da Faixa de Células	Células
Demanda	C13
QuantidadeEncomendada	C9
Lucro	C19
CustoCompra	C16
ReceitaVendas	C15
ValorSobras	C17
DemandaSimulada	C12
CustoCompraUnitario	C5
PrecoVendaUnitario	C4
PrecoSobrasUnitario	C6

■ FIGURA 20.7
Um modelo de planilha para aplicar simulação ao exemplo envolvendo o jornaleiro Freddie. A célula suposta é DemandaSimulada (C12), a célula de previsão é Lucro (C19) e a variável de decisão é QuantidadeEncomendada (C9).

A Aplicação do Crystal Ball

São necessários quatro passos para usar a planilha na Figura 20.7 para realizar a simulação com o Crystal Ball.

1. Definir as células de entrada aleatórias.
2. Definir as células de saída a serem previstas.
3. Configurar as preferências para execução.
4. Rodar a simulação.

Descreveremos agora cada um dos quatro passos, um de cada vez.

Definir as Células de Entrada Aleatórias. Uma célula de entrada aleatória é uma célula de entrada que possui um valor aleatório (como a demanda diária para o *Financial Journal*) e, portanto, é necessário introduzir uma distribuição de probabilidades suposta na célula em vez de introduzir permanentemente um único número. A única célula de entrada aleatória na Figura 20.7 é DemandaSimulada (C12). O Crystal Ball refere-se a cada uma dessas células de entrada aleatória como uma **célula pressuposta**.

O procedimento a seguir é usado para definir uma célula pressuposta.

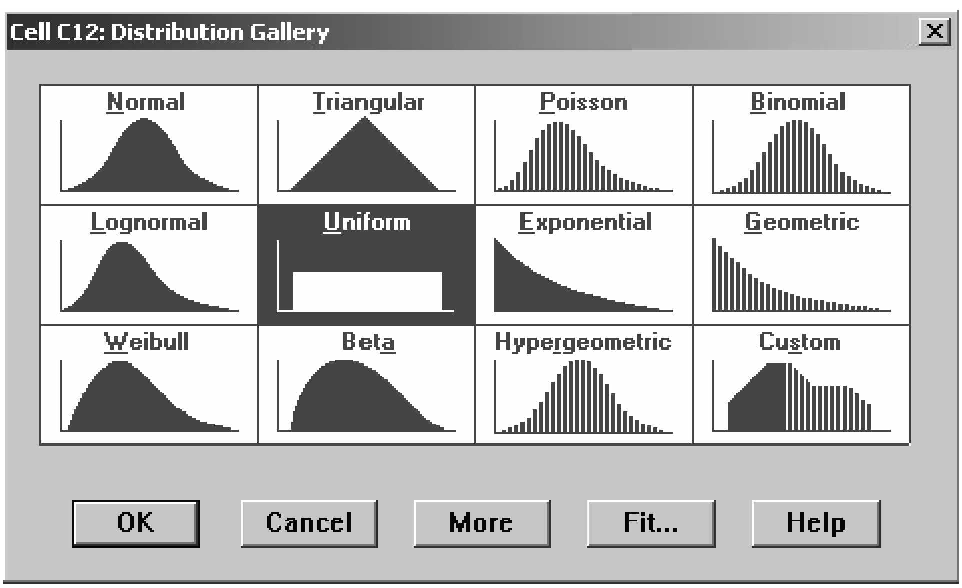
Procedimento para Definição de uma Célula Pressuposta

1. Selecione a célula clicando sobre ela.
2. Se a célula já não contiver um valor, introduza *qualquer* número na célula.
3. Clique no primeiro botão (o botão Define Assumption) na barra de ferramentas do Crystal Ball mostrada na Figura 20.8 (ou selecione Define Assumption do menu Cell).
4. Selecione uma distribuição de probabilidades para introduzir na célula clicando nessa distribuição em Distribution Gallery mostrado na Figura 20.9.
5. Clique em OK (ou dê um clique duplo na distribuição) para acionar uma caixa de diálogo para a distribuição selecionada.
6. Use essa caixa de diálogo para introduzir os parâmetros para a distribuição, preferencialmente referindo-se às células na planilha que contêm os valores desses parâmetros. Se desejado, também pode ser introduzido para a célula pressuposta. Se a célula já tiver um nome próximo a ela na planilha, esse nome aparecerá na caixa de diálogo.
7. Clique em OK.

A **Distribution Gallery** mencionada no passo 4 oferece 17 distribuições de probabilidades diferentes para escolher. A Figura 20.9 mostra 12 dessas distribuições, porém existem mais outras cinco disponíveis clicando-se no botão More. Quando existe incerteza sobre qual distribuição contínua fornece a melhor aderência aos dados históricos, o Crystal Ball fornece

■ FIGURA 20.8
A barra de ferramentas do Crystal Ball.

■ FIGURA 20.9
A caixa de diálogo Distribution Gallery do Crystal Ball. Além das 12 distribuições aqui exibidas, pode-se acessar cinco distribuições a mais clicando-se no botão More.

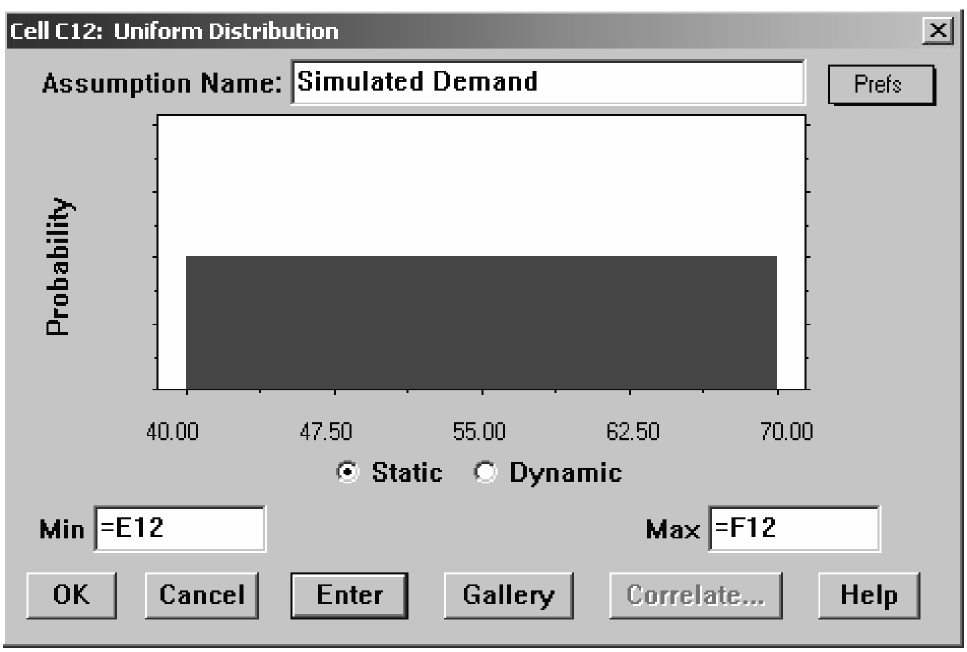


um procedimento para escolher uma distribuição apropriada. Esse procedimento é descrito na Seção 28.6 do CD-ROM.

No caso de Freddie, dar um clique duplo na distribuição uniforme no Distribution Gallery aciona a caixa de diálogo Uniform Distribution mostrada na Figura 20.10, que é usada para a introdução dos parâmetros da distribuição. Para cada um dos parâmetros (Mín e Máx), nos referimos às células de dados em C9 e C10 na planilha digitando as fórmulas mostradas na Figura 20.10. Quando são usadas referências a células dessa maneira, é necessário fazer uma escolha entre a opção "Static" e a opção "Dynamic", clicando nos botões logo abaixo da tela da distribuição. A opção **Static** significa que cada célula de referência é avaliada apenas uma vez, no início da execução da simulação e então cada valor de parâmetro (Mín e Máx) no ponto é usado para todas as tentativas da simulação. Isso é razoável quando o valor do parâmetro em cada célula jamais muda, que é o caso nesse exemplo, portanto foi escolhida a opção Static na Figura 20.10. A opção **Dynamic** significa que cada célula de referência é avaliada para cada tentativa distinta, que seria necessário se o valor do parâmetro em cada célula pudesse mudar, pois ele depende de outra célula pressuposta.

Embora o modelo da planilha de Freddie tenha apenas uma única célula pressuposta, outros modelos de planilha normalmente possuem várias células pressupostas. Quando várias células pressupostas na mesma coluna possuem o mesmo tipo de distribuição de probabilidades, mas com parâmetros diferentes, é necessário usar o procedimento anterior para introduzir a distribuição somente na primeira célula pressuposta. Um *processo de cortar-e-colar* pode então ser usado para rapidamente introduzir a distribuição com os parâmetros apropriados nas demais células pressupostas. Veremos um modelo de planilha com várias células pressupostas na próxima seção (Figura 20.26), portanto, iremos dar mais detalhes sobre o processo de cortar-e-colar nessa oportunidade.

Definir as Células de Saída a serem Previstas. O Crystal Ball refere-se à saída de uma simulação como uma *previsão*, já que ela está prevendo qual será a distribuição de probabilidades do desempenho do sistema real após ele começar a operar. Logo, cada célula de saída que está sendo usada por uma simulação a prever a medida de desempenho é conhecida como **célula de previsão**. O modelo de planilha para uma simulação via computador



■ FIGURA 20.10
A caixa de diálogo Uniform Distribution do Crystal Ball. Ela está sendo usada aqui para introduzir uma distribuição uniforme, com os parâmetros nas células E12 e F12, na célula pressuposta DemandaSimulada (C12) no modelo de planilha da Figura 20.7.

não inclui uma célula de destino, porém uma célula de previsão desempenha basicamente o mesmo papel.

A medida de desempenho de interesse para Freddie é seu lucro diário da venda do *Financial Journal* e, portanto, a única célula de previsão na Figura 20.7 é Lucro (C19). O procedimento a seguir é usado para definir uma célula de saída desse tipo como célula de previsão.

Procedimento para Definição de uma Célula de Previsão

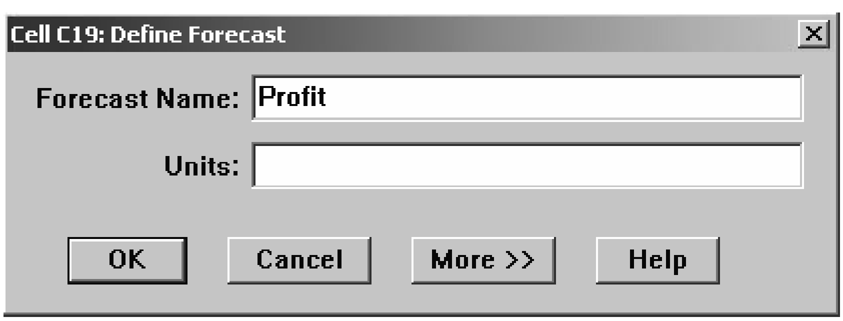
1. Selecione a célula clicando sobre ela.
2. Clique no terceiro botão (o botão Define Forecast) na barra de ferramentas do Crystal Ball mostrada na Figura 20.8 (ou selecione Define Forecast no menu Cell), que aciona a caixa de diálogo Define Forecast (conforme mostrado na Figura 20.11 do problema de Freddie).
3. Essa caixa de diálogo pode ser usada para definir um nome e (opcionalmente) unidades para a célula de previsão. Caso já exista um nome para a faixa de células, esse nome aparecerá na caixa de diálogo.
4. Clique em OK.

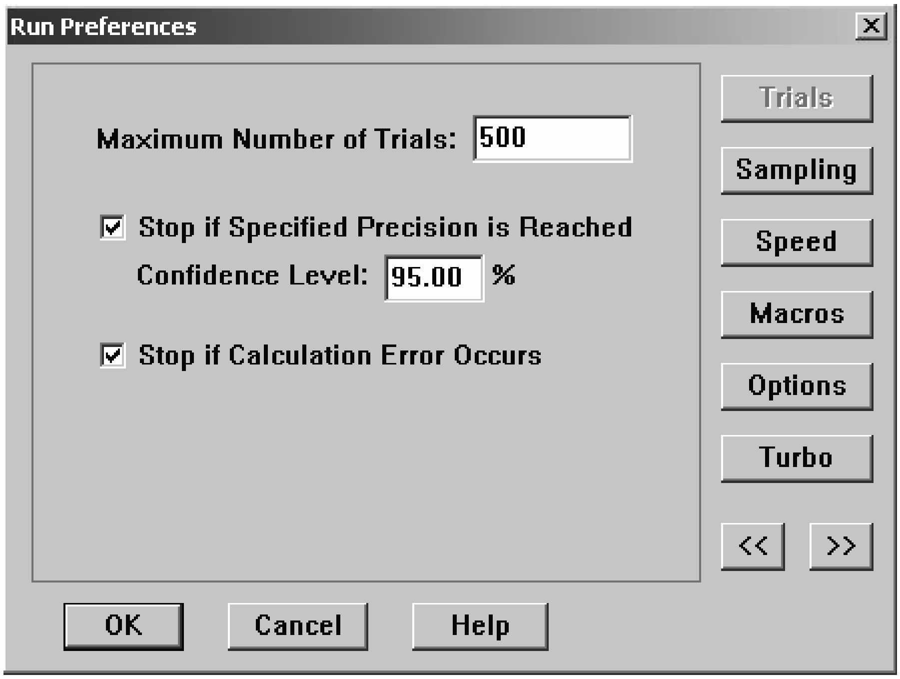
Configurar Run Preferences. O terceiro passo — configurar as preferências para execução — refere-se a coisas como escolher o número de tentativas a serem executadas e decidir sobre outras opções referentes ao modo de realização da simulação via computador. Esse passo é iniciado clicando-se no botão Run Preferences da barra de ferramentas do Crystal Ball ou selecionando-se Run Preferences no menu Run. A caixa de diálogo Run Preferences possui as seis guias mostradas no lado direito da Figura 20.12. Podemos clicar em qualquer um desses botões para introduzir ou modificar qualquer uma das especificações controladas pela guia sobre a maneira como será executada a simulação. Por exemplo, a Figura 20.12 mostra como ficaria a caixa de diálogo caso fosse selecionada a guia Trials. Essa figura indica que foi selecionado 500 como número máximo de tentativas para a simulação via computador. A segunda opção na caixa de diálogo Run Preferences Trials — Stop if Specified Precision is Reached (Parar caso a precisão especificada seja alcançada) — será descrita posteriormente.

Executar a Simulação. Neste ponto, o palco está pronto para começarmos a rodar a simulação. Para iniciá-la basta clicar no botão Start Simulation (ver a parte central da Figura 20.8) ou selecionar Run Simulation do menu Run. Entretanto, se uma simulação foi executada anteriormente, devemos inicialmente clicar sobre o botão Reset Simulation ou selecionar Reset Simulation no menu Run para reinicializar a simulação antes de começar uma nova.

Uma vez iniciada, uma janela de previsão exibe os resultados da simulação à medida que ela é processada. A Figura 20.13 mostra a previsão para o Lucro Total (o lucro diário de Freddie pela venda do *Financial Journal*) após todas as 500 tentativas terem sido completadas. A visualização-padrão da previsão é um gráfico de freqüências mostrado na metade superior da figura. A altura das linhas verticais no gráfico de freqüências indica uma fre-

■ FIGURA 20.11
A caixa de diálogo Define Forecast do Crystal Ball. Ela está sendo usada aqui para definir a célula de previsão Lucro (C19) no modelo de planilha da Figura 20.7.



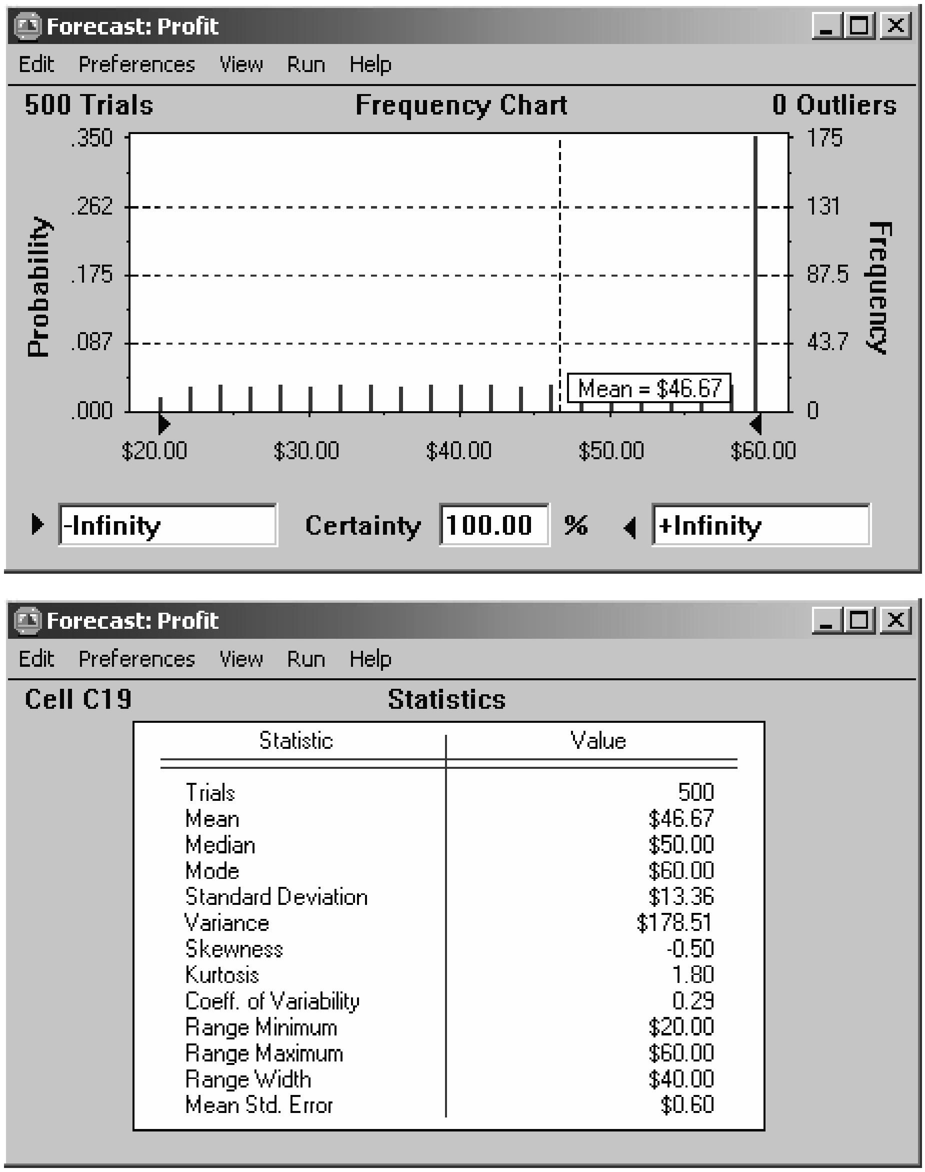


■ FIGURA 20.12
A caixa de diálogo Run Preferences do Crystal Ball após selecionar a guia Trials.

qüência relativa dos diversos valores de lucro que foram obtidos durante a execução da simulação. Por exemplo, considere a linha vertical mais alta em US$ 60. O lado direito do gráfico indica uma freqüência 175 naquele ponto, o que significa que 175 das 500 tentativas levaram a um lucro de US$ 60. Logo, o lado esquerdo do gráfico indica que a probabilidade estimada de um lucro de US$ 60 é 175/500 = 0,350. Esse é o lucro resultante toda vez que a demanda igualar ou exceder a quantidade encomendada 60. O restante do tempo, o lucro é distribuído de forma relativamente igual entre US$ 20 e US$ 60. Esses valores de lucro correspondem a tentativas nas quais a demanda se encontra entre 40 e 60 unidades, com valores de lucro mais baixos correspondendo a demandas mais próximas de 40 e valores de lucro mais altos correspondendo a demandas mais próximas de 60. A média dos 500 valores de lucro é US$ 46,67, conforme indicado por uma *linha* média (a linha vertical tracejada) nesse ponto.

A metade inferior da Figura 20.13 mostra a tabela que é obtida selecionando-se Statistics do menu View. Essas estatísticas sintetizam o resultado das 500 tentativas de simulação. Essas 500 tentativas fornecem uma amostra de 500 observações aleatórias a partir da distribuição de probabilidades subjacente do lucro diário de Freddie. O dado estatístico mais interessante sobre essa amostra fornecida pela tabela inclui a *média* de US$ 46,67, a *mediana* US$ 50,00 (indicando que US$ 50 era o valor de lucro central das 500 tentativas ao listar os lucros do menor para o maior), a *moda* US$ 60 (significando que esse era o valor de lucro que ocorreu com maior freqüência) e o *desvio-padrão* US$ 13,36. As informações próximas da parte inferior da tabela referentes ao *intervalo* de valores de lucro também são particularmente úteis.

Quais dessas informações estatísticas da Figura 20.13 são particularmente relevantes depende realmente do que Freddie quer alcançar. A média normalmente é o dado mais importante já que, apesar de amplas flutuações nos lucros diários, o lucro diário médio vai convergir para uma média à medida que o tempo for passando. Portanto, multiplicando-se a média pelo número de dias que a banca permanecerá aberta durante o ano fornece (de forma muito próxima) qual será o lucro total anual da venda do *Financial Journal*, que é um valor muito relevante que queremos maximizar. Entretanto, se Freddie for um indivíduo que se concentra muito mais no presente que no futuro, então a mediana e a moda poderiam ser de interesse considerável para ele. Se ele considerar um lucro de US$ 50 como um bom dia e



■ FIGURA 20.13
O gráfico de freqüências e a tabela de estatísticas fornecida pelo Crystal Ball para sintetizar os resultados de rodar o modelo de simulação na Figura 20.7 para o exemplo concernente ao caso do jornaleiro Freddie.

sua meta for atingir um bom dia pelo menos metade das vezes, então ele vai querer que a mediana seja pelo menos US$ 50 (como realmente é). Se para ele for mais conveniente atingir o maior lucro possível de US$ 60 (dada uma encomenda de 60 unidades), então ele vai querer ter certeza de que isso vai acontecer mais freqüentemente do que qualquer outro lucro específico (conforme indicado pela moda US$ 60). No entanto, se Freddie for avesso a riscos e, portanto, for particularmente preocupado em evitar dias ruins (lucros bem abaixo da média) o máximo possível, então ele teria um interesse especial em ter um desvio-padrão relativamente pequeno e um mínimo do intervalo relativamente grande.

Tenha em mente que os dados estatísticos da Figura 20.13 se baseiam no emprego de uma quantidade encomendada igual a 60 unidades, ao passo que o objetivo é determinar a melhor quantidade a ser encomendada. Se Freddie tiver um particular interesse em mais do que um dado estatístico, uma abordagem seria executar novamente o modelo de simulação da Figura 20.13 com diversas quantidades encomendadas e então deixar que Freddie escolha aquele conjunto de dados estatísticos que melhor se ajuste à sua preferência. Entretanto, na maioria das situações, a média será o dado estatístico de especial interesse. Nesse caso, o objetivo é determinar a quantidade encomendada que maximiza a média. Daqui em diante vamos supor que este seja o objetivo. Após estimar a quantidade encomendada ótima de acordo com esse objetivo, Freddie deve tomar conhecimento do gráfico de freqüências e da tabela de estatísticas correspondentes (e, talvez, outras informações descritas posteriormente também) para certificar-se de que tudo o mais é satisfatório com essa quantidade encomendada.

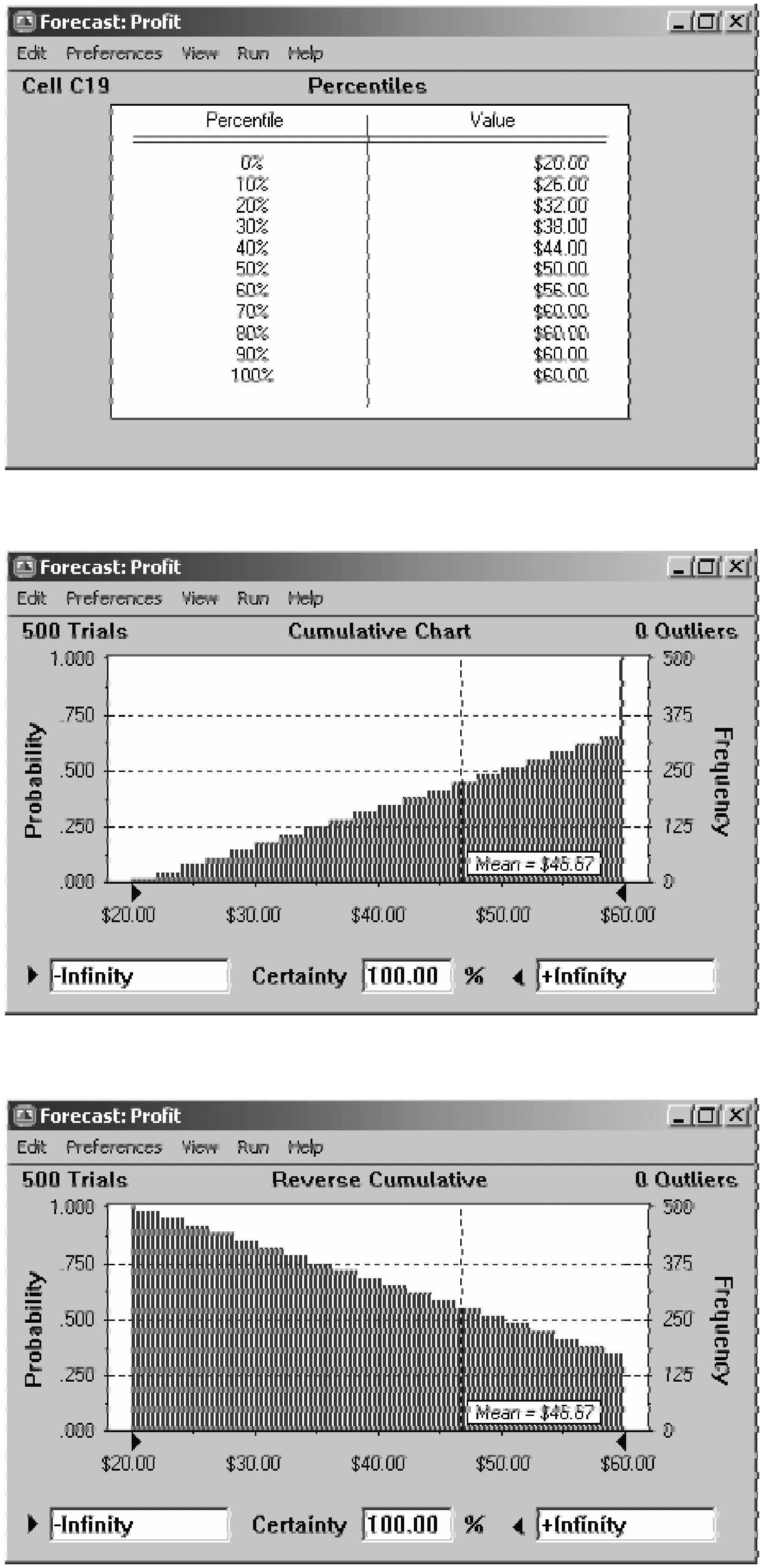
Além do gráfico de freqüências e da tabela de estatísticas apresentados na Figura 20.13, o menu View fornece algumas outras maneiras úteis de se exibir os resultados de uma simulação, inclusive uma tabela de percentis, um gráfico cumulativo e um gráfico cumulativo reverso. Essas formas alternativas de visualização são apresentadas na Figura 20.14. A tabela de percentis se baseia em listar os valores de lucro gerados pelas 500 tentativas do menor para o maior, dividindo essa lista em dez partes iguais (50 valores em cada) e então registrando o valor no final de cada parte. Logo, o valor 10% pela lista é US$ 26, o valor 20% pela lista é US$ 32 e assim por diante. Por exemplo, a interpretação intuitiva do percentil 10% de US$ 26 é que existe 10% das tentativas com valores de lucro menores ou iguais a US$ 26 e então os demais 90% de tentativas apresentam valores de lucro maiores ou iguais a US$ 26; portanto, US$ 26 é a linha divisória entre os 10% dos valores menores e os 90% maiores. O gráfico cumulativo fornece informações similares (porém mais detalhadas) sobre essa mesma lista dos valores de lucro do menor para o maior. O eixo horizontal mostra o intervalo inteiro de valores desde o menor valor de lucro possível (US$ 20) até o maior valor de lucro possível (US$ 60). Para cada valor nesse intervalo, o gráfico acumula o número total de lucros reais gerados pelas 500 tentativas que são menores ou iguais a esse valor. Esse número equivale à freqüência exibida à direita ou, quando dividido pelo número de tentativas, a probabilidade mostrada à esquerda. O gráfico cumulativo reverso é construído da mesma maneira que o gráfico cumulativo, exceto pela seguinte diferença crucial. Para cada valor no intervalo de US$ 20 a US$ 60, o gráfico cumulativo reverso acumula o número de lucros reais gerados pelas 500 tentativas que são *maiores* ou iguais a esse valor.

A Figura 20.15 ilustra outra de diversas maneiras fornecidas pelo Crystal Ball para extração de informações úteis dos resultados de uma simulação. Freddie, o jornaleiro, acredita que um dia relativamente satisfatório é aquele no qual se obtém um lucro de pelo menos US$ 40 na venda do *Financial Journal*. Portanto, ele gostaria de saber a porcentagem de dias em que ele poderia esperar alcançar esse lucro caso viesse a adotar a quantidade encomendada que está sendo analisada no momento (ou seja, 60). Uma estimativa dessa porcentagem (68,40%) é mostrada na caixa Certainty abaixo do gráfico de freqüências da Figura 20.15. Partindo do gráfico de freqüências da Figura 20.13, a única medida que foi tomada para fazer que o Crystal Ball fornecesse essa porcentagem foi arrastar o triângulo à esquerda abaixo do gráfico (originalmente em US$ 20 na Figura 20.13) para a direita até que chegasse a US$ 40 (como indicado na Figura 20.15). Alternativamente, pode-se digitar US$ 40 diretamente no retângulo inferior esquerdo. Se desejado, a probabilidade de se obter um lucro entre dois valores quaisquer também poderia ser estimada imediatamente arrastando-se os dois triângulos até esses valores.

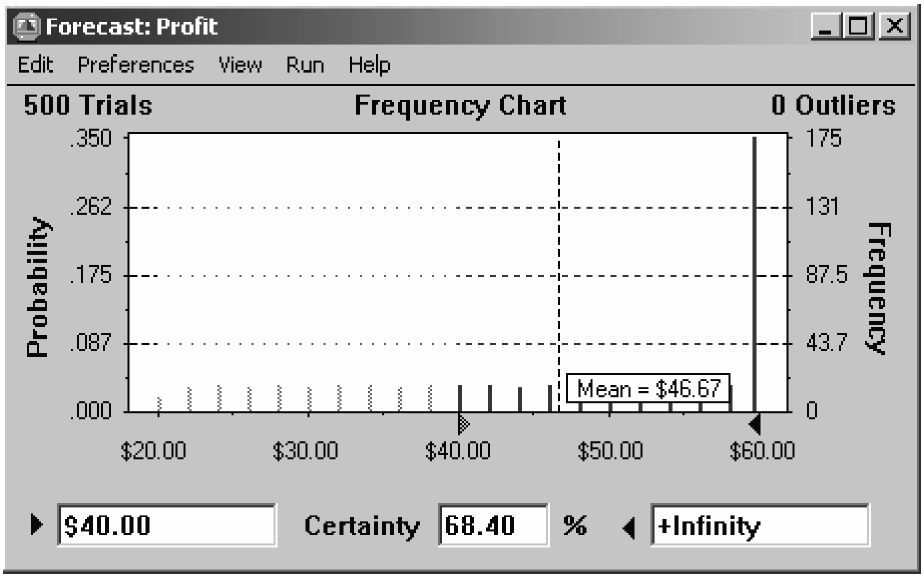
Qual é a Precisão dos Resultados da Simulação?

Um número importante fornecido pela Figura 20.13 é a média US$ 46,67. Esse número foi calculado como o *valor médio* das 500 observações aleatórias da distribuição de probabilidades subjacente do lucro diário de Freddie que foram geradas pelas 500 tentativas. Essa *média da amostra* igual a US$ 46,67 dá portanto uma *estimativa* da *média verdadeira* dessa distribuição. Entretanto, a média verdadeira poderia se desviar ligeiramente de US$ 46,67. Quão precisa podemos esperar que seja essa estimativa?

A resposta a essa questão fundamental é fornecida pelo *erro-padrão* médio de US$ 0,60 dado na parte inferior da tabela de estatísticas da Figura 20.13. Um erro-padrão médio é calculado como $s/\sqrt{n}$, em que s é o desvio-padrão da amostra e n o número de tentativas. Ele é uma estimativa do desvio-padrão da média da amostra e, portanto, a média da amostra se encontra, na maior parte do tempo, dentro de um intervalo de um erro-padrão médio da



■ FIGURA 20.14
Três outras formas pelas quais o Crystal Ball exibe os resultados da execução do modelo de simulação da Figura 20.7 para o exemplo envolvendo o jornaleiro Freddie.



■ FIGURA 20.15
Após estabelecer um limite inferior de US$ 40 para valores de lucro desejáveis, a caixa Certainty abaixo desse gráfico de freqüências revela que 68,40% das tentativas na simulação do caso Freddie forneceram um lucro pelo menos igual a esse.

média verdadeira. Em outras palavras, a média verdadeira pode prontamente se desviar da média da amostra até um valor igual ao erro-padrão médio, porém na maior parte do tempo (aproximadamente 68% do tempo), ela não se desviará mais do que esse valor. Logo, o intervalo de US$ 46,67 − US$ 0,60 = US$ 46,07 a US$ 46,67 + US$ 0,60 = US$ 47,27 é um *intervalo de confiança* de 68% para a média verdadeira. De modo similar, um intervalo de confiança maior pode ser obtido pelo emprego de um múltiplo apropriado do erro-padrão médio a ser subtraído da média da amostra e então adicionado à média da amostra. Por exemplo, o múltiplo apropriado para um intervalo de confiança de 95% é 1,965, de modo que o intervalo de confiança vá de US$ 46,67 − 1,965(US$ 0,60) = US$ 45,49 a US$ 46,67 + 1,965(US$ 0,60) = US$ 47,85. Esse múltiplo 1,965 mudará ligeiramente caso o número de tentativas seja diferente de 500. Portanto, é muito provável que a média verdadeira se encontre em algum ponto entre US$ 45,49 e US$ 47,85.

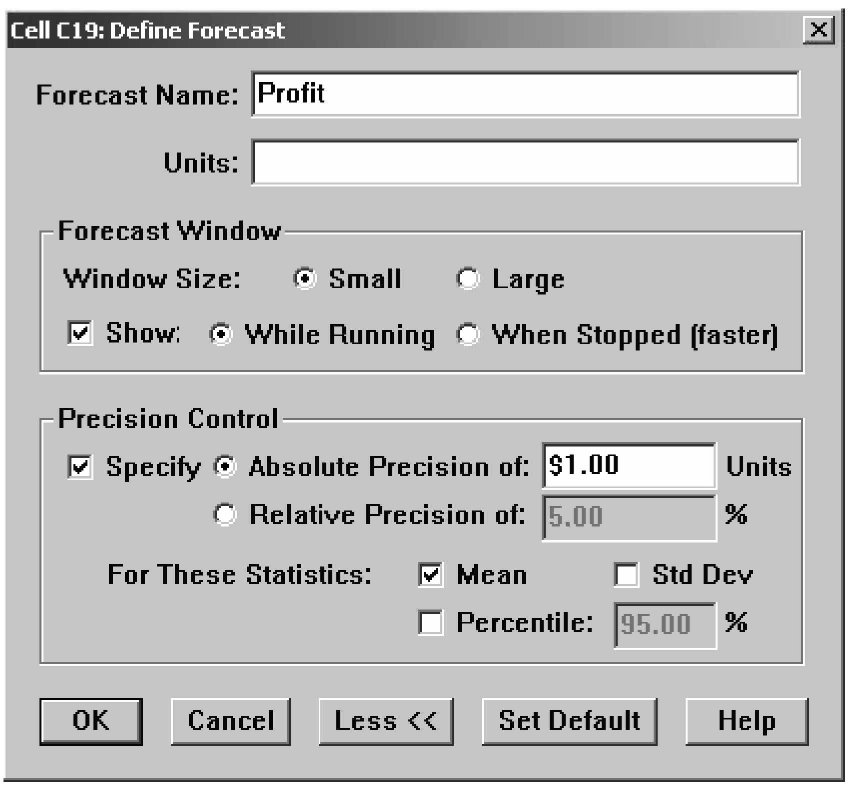
Se for necessária uma precisão maior, o erro-padrão médio normalmente pode ser reduzido aumentando-se o número de tentativas na execução da simulação. Entretanto, essa redução tende a ser pequena a menos que o número de tentativas seja aumentado substancialmente. Por exemplo, cortar o erro-padrão médio pela metade requer aproximadamente que se quadruplique o número de tentativas. Logo, um número de tentativas surpreendentemente grande pode ser necessário para se obter o grau de precisão desejado.

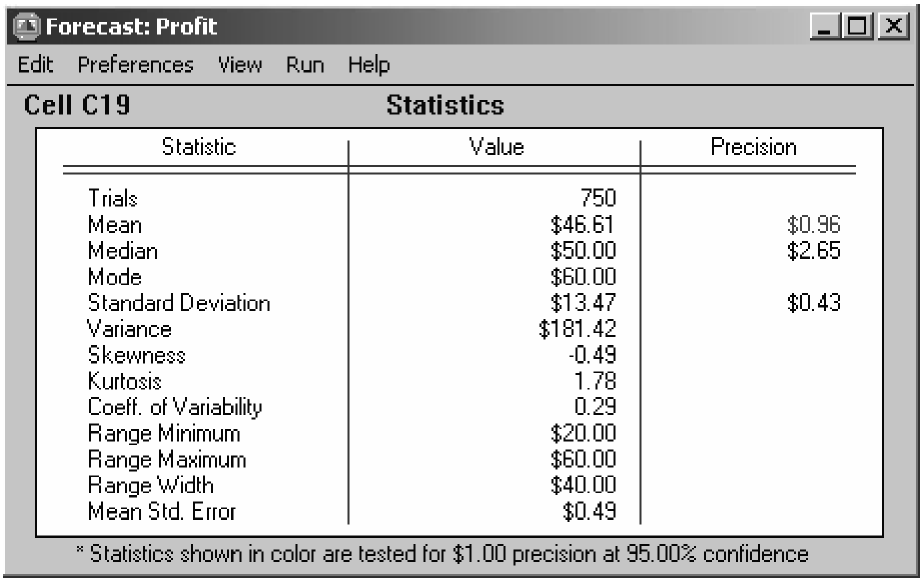
Já que o número de tentativas necessárias para se obter o grau de precisão desejado não pode ser previsto muito bem antes de se rodar a simulação, a tentação é especificar um número de tentativas extremamente alto. Esse número especificado poderia acabar sendo muitas vezes maior que o necessário e, conseqüentemente, provocar um processamento excessivamente longo no computador. Felizmente, o Crystal Ball possui um método especial para controle de precisão para fazer que a execução da simulação seja interrompida antes, tão logo a precisão desejada tenha sido atingida. Esse método é disparado escolhendo-se a segunda opção ("Stop if Specified Precision is Reached" – parar caso a precisão especificada seja alcançada) na caixa de diálogo Run Preferences Trials mostrada na Figura 20.12. A precisão especificada é introduzida na caixa de diálogo Expanded Define Forecast exibida na Figura 20.16. Essa caixa de diálogo é acionada clicando-se no botão More da caixa de diálogo Define Forecast mostrada na Figura 20.12. O canto inferior direito da Figura 20.16 indica que o controle de precisão está sendo aplicado à média (mas não ao desvio-padrão nem a um percentil especificado) e que está sendo adotado um intervalo de confiança de 95%. A largura de metade do intervalo de confiança, medida desse ponto médio a qualquer uma das extremidades, é considerada como a precisão a ser atingida. A precisão desejada pode ser especificada tanto em termos absolutos (usando-se as mesmas unidades do intervalo de confiança) como em termos relativos (expresso como uma porcentagem do ponto médio do intervalo de confiança).

A parte central da caixa de diálogo da Figura 20.16 indica que se decidiu especificar a precisão desejada em termos absolutos como US$ 1. Constatou-se que o intervalo de confiança de 95% para a média após 500 tentativas é US$ 46,67 mais ou menos US$ 1,18 e, portanto, US$ 1,18 é a precisão que foi alcançada após todas essas tentativas. O Crystal Ball também calcula periodicamente o intervalo de confiança (e, portanto, a precisão atual) para verificar se a precisão atual se encontra abaixo de US$ 1, em cujo caso a execução seria interrompida. Entretanto, isso jamais aconteceu, de modo que o Crystal Ball permitiu que a simulação fosse executada até o número máximo de tentativas (500) ter sido atingido. Para obter a precisão desejada, a simulação precisaria ser reiniciada para gerar tentativas adicionais. Isso é feito introduzindo-se um número maior (como 1.000) para o número máximo de tentativas (inclusive os 500 já obtidos) na caixa de diálogo Run Preferences (mostrada na Figura 20.12) e então clicando-se no botão Start Simulation da barra de ferramentas do Crystal Ball. A Figura 20.17 mostra os resultados dessa ação. A primeira linha indica que a precisão desejada foi obtida após apenas 250 tentativas adicionais, para um total de 750 tentativas. O valor-padrão para a freqüência de verificação da precisão é a cada 50 tentativas e, portanto, a precisão de US$ 1 foi realmente atingida em algum ponto entre 700 e 750 tentativas. Em razão das tentativas adicionais, parte das estatísticas mudaram ligeiramente em relação àquelas fornecidas na Figura 20.13. Por exemplo, a melhor estimativa da média agora é US$ 46,61, com precisão US$ 0,96. Logo, é muito provável (confiança, de 95%) que o valor verdadeiro da média se encontre dentro do intervalo de US$ 0,96, ou seja, US$ 46,61.

Intervalo de confiança de 95%: US\$ 45,65 $\leq$ Média $\leq$ US\$ 47,57

■ FIGURA 20.16
Essa caixa de diálogo expandida, Define Forecast, está sendo usada para especificar o grau de precisão desejado na execução da simulação para o caso Freddie.





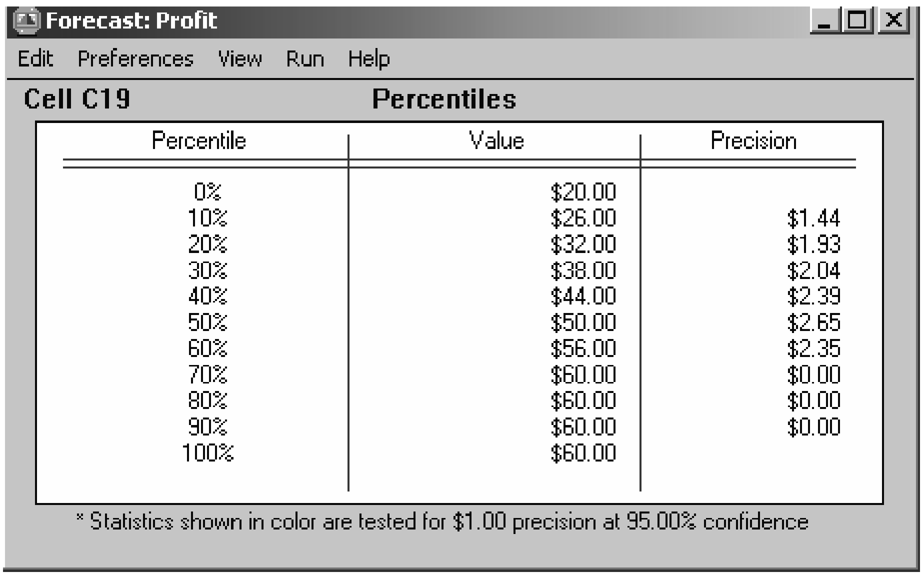
Forecast: Profit

Edit Preferences View Run Help

Cell C19 Statistics

Statistic	Value	Precision
Trials	750	
Mean	$46.61	$0.96
Median	$50.00	$2.65
Mode	$60.00	
Standard Deviation	$13.47	$0.43
Variance	$181.42	
Skewness	-0.49	
Kurtosis	1.78	
Coeff. of Variability	0.29	
Range Minimum	$20.00	
Range Maximum	$60.00	
Range Width	$40.00	
Mean Std. Error	$0.49	

* Statistics shown in color are tested for $1.00 precision at 95.00% confidence



Forecast: Profit

Edit Preferences View Run Help

Cell C19 Percentiles

Percentile	Value	Precision
0%	$20.00	
10%	$26.00	$1.44
20%	$32.00	$1.93
30%	$38.00	$2.04
40%	$44.00	$2.39
50%	$50.00	$2.65
60%	$56.00	$2.35
70%	$60.00	$0.00
80%	$60.00	$0.00
90%	$60.00	$0.00
100%	$60.00	

* Statistics shown in color are tested for $1.00 precision at 95.00% confidence

■ FIGURA 20.17
Os resultados obtidos após continuar-se a execução da simulação do caso Freddie até a precisão especificada na Figura 20.16 ter sido atingida.

A precisão também é dada para as estimativas atuais da mediana e do desvio-padrão, bem como para as estimativas dos percentis dados na tabela de percentis. Portanto, um intervalo de confiança de 95% também pode ser calculado para cada uma dessas quantidades adicionando-se e subtraindo-se sua precisão de sua estimativa.

Aplicação da Ferramenta Decision Table

Os resultados apresentados nas Figuras 20.13 e 20.17 foram de uma simulação que fixava a quantidade diária encomendada por Freddie em 60 exemplares do *Financial Journal* (conforme indicado na célula C9 da planilha da Figura 20.7). Freddie queria que essa quantidade encomendada fosse testada primeiro, pois parece fornecer uma relação de compromisso entre ser capaz de atender completamente à demanda em vários dias (cerca de dois terços deles) e não ter muitas vezes vários exemplares não vendidos nesses dias. Entretanto, os resultados obtidos não revelam se 60 é a quantidade encomendada *ótima* que maximizaria seu lucro diário médio. Será necessário um número muito maior de execuções de simulação com outras quantidades encomendadas para determinar (ou pelo menos estimar) a quantidade encomendada ótima.

Felizmente, o Crystal Ball oferece um recurso especial chamado **ferramenta Decision Table** que aplica sistematicamente simulação para identificar pelo menos uma aproximação de uma solução ótima para problemas com apenas uma ou duas variáveis de decisão. O problema de Freddie tem apenas uma única variável de decisão, QuantidadeEncomendada (C9) no modelo de planilha da Figura 20.7 e, portanto, iremos aplicar essa ferramenta agora.

Uma abordagem intuitiva para buscar uma solução ótima seria usar tentativa e erro. Experimente valores diferentes da(s) variável(is) de decisão, execute a simulação para cada um deles e observe qual fornece a melhor estimativa da medida de desempenho escolhida. É isso que a ferramenta Decision Table faz, mas ela não faz isso de maneira sistemática. Suas caixas de diálogo permitem que se especifique rapidamente o que desejamos. Então, após clicar um botão, todas as simulações desejadas são executadas e os resultados são prontamente exibidos na Decision Table. Se desejado, pode-se visualizar alguns gráficos, entre os quais um *gráfico de tendências*, que fornece detalhes adicionais sobre os resultados.

Se for usada previamente uma tabela de dados do Excel ou a tabela Solver Table que é incluída no *Courseware* de PO para realização sistemática de análise de sensibilidade, a Decision Table funciona praticamente da mesma maneira. Particularmente, o *layout* de uma tabela de decisões com uma ou duas variáveis de decisão é similar àquele para uma tabela Solver Table unidimensional ou bidimensional (introduzida na Seção 6.8). Dois é o número máximo de variáveis de decisão que podem ser variadas simultaneamente em uma tabela de decisão.

Já que o número de exemplares que os clientes de Freddie querem comprar varia muito dia a dia (qualquer número entre 40 e 70 exemplares), pareceria sensato começar tentando algumas quantidades encomendadas possíveis, digamos, 40, 45, 50, 55, 60, 65 e 70. Para fazer isso com a ferramenta Decision Table, o primeiro passo é definir a variável de decisão investigada, a saber, QuantidadeEncomendada (C9) na Figura 20.7, usando o seguinte procedimento.

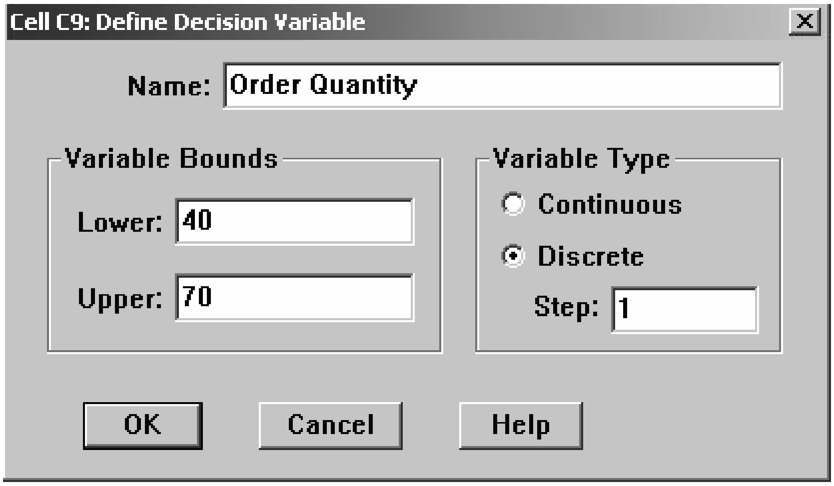
Procedimento para Definição de uma Variável de Decisão

1. Selecione a célula contendo a variável de decisão clicando sobre ela.
2. Se a célula já não contiver um valor, introduza *qualquer* número na célula.
3. Clique no segundo botão (o botão Define Decision) na barra de ferramentas do Crystal Ball (ou selecione Define Decision do menu Cell), que aciona a caixa de diálogo Define Decision Variable (conforme mostrado na Figura 20.18 para o problema do Freddie).
4. Introduza os limites inferior e superior do intervalo de valores a ser simulado para a variável de decisão.
5. Clique em Continuous ou em Discrete para definir se a variável de decisão é contínua ou discreta.
6. Se for selecionado Discrete no passo 5, use a caixa Step para especificar a diferença entre possíveis valores sucessivos (não apenas aqueles a serem simulados) da variável de decisão. O valor-padrão é 1.
7. Clique em OK.

A Figura 20.18 mostra a aplicação desse procedimento para o caso de Freddie. Uma vez que serão executadas simulações para quantidades encomendadas variando entre 40 e 70, esses limites para o intervalo foram introduzidos na esquerda. A quantidade encomendada pode assumir qualquer valor inteiro dentro desse intervalo e, portanto, isso é indicado à direita.

Agora estamos prontos para selecionar Decision Table do menu Tools do Crystal Ball. Isso aciona a seqüência de três caixas de diálogo indicada na Figura 20.19.

A caixa de diálogo Step 1 é usada para escolher uma das células de previsão listadas ali para ser a célula de destino para a tabela de decisão. O modelo de planilha de Freddie na Figura 20.7 possui uma única célula de previsão, Lucro (C19), portanto selecione-a e depois clique no botão Next.



■ FIGURA 20.18
Essa caixa de diálogo Define Decision Variable especifica as características da variável de decisão QuantidadeEncomendada (C9) no modelo de simulação da Figura 20.7 para o exemplo que envolve o jornaleiro Freddie.

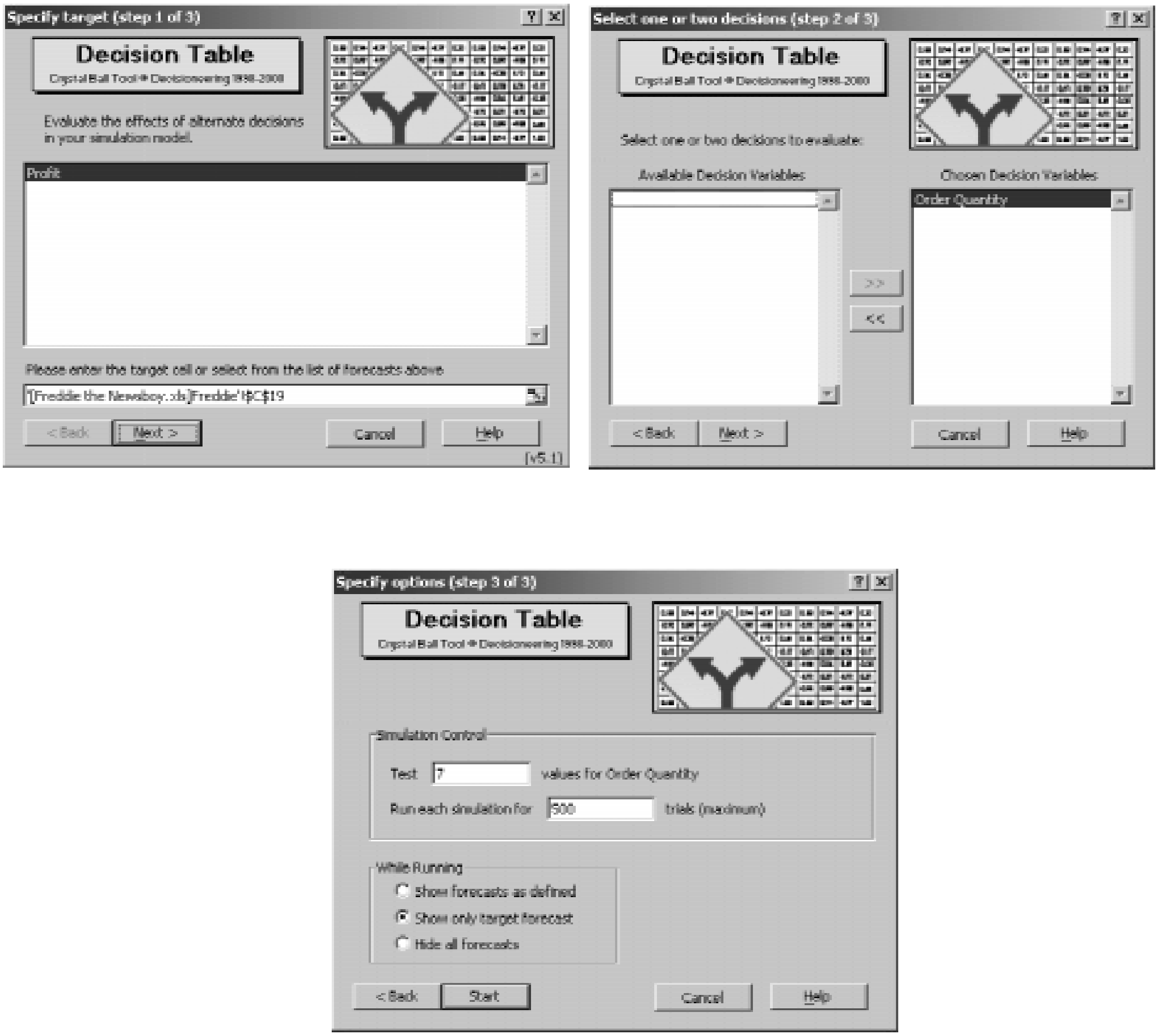
Inicialmente, o lado esquerdo da caixa de diálogo Step 2 inclui uma lista de todas as células que foram definidas como variáveis de decisão. Esta consiste apenas nessa única variável de decisão, QuantidadeEncomendada (C9), para o problema de Freddie. O propósito dessa caixa de diálogo é escolher qual de uma ou duas variáveis de decisão variar para a tabela de decisão. Isso é feito selecionando-se essas variáveis de decisão no lado esquerdo e então clicando-se nas setas duplas para a direta (>>) entre as duas caixas, que levam essas variáveis de decisão para o lado direito. A Figura 20.19 mostra o resultado de se fazer isso com a variável de decisão de Freddie.

A caixa de diálogo Step 3 é usada para especificar as opções para a tabela de decisão. A primeira caixa de entrada registra o número de valores da variável de decisão para quais simulações serão executadas. O Crystal Ball distribui igualmente os valores ao longo do intervalo dos valores especificados na caixa de diálogo Define Decision Variable (Figura 20.18). Para o problema de Freddie, o intervalo de valores é entre 40 a 70, de forma que introduzir 7 na primeira caixa de entrada na caixa de diálogo Step 3 resulta em escolher 40, 45, 50, 55, 60, 65 e 70 como os sete valores da quantidade encomendada para quais simulações serão executadas. Após selecionar o número de rodadas a ser adotado para cada simulação e especificar o que desejamos ver enquanto as simulações estão sendo executadas, o último passo é clicar o botão Start.

Após o Crystal Ball rodar as simulações, a tabela de decisão é criada em uma nova planilha conforme mostrada na Figura 20.20. Para cada uma das quantidades encomendadas expostas na parte superior, a linha 2 dá a média dos valores da célula de destino, Lucro (C19), obtida em todas as tentativas daquela simulação. As células D2:F2 revelam que uma quantidade encomendada igual a 55 atingiu o maior lucro médio (US$ 47,49), ao passo que as quantidades encomendadas 50 e 60 basicamente empataram no segundo lugar para esse lucro.

A brusca queda nos lucros médios em ambos os lados dessas quantidades encomendadas praticamente garante que a quantidade encomendada ótima esteja entre 50 e 60 (e provavelmente próxima a 55). Para fixar isso melhor, o próximo passo lógico seria gerar outra tabela de decisão que considere todas as quantidades encomendadas inteiras entre 50 e 60. Isso lhe será solicitado no Problema 20.6-6. Enquanto isso, usaremos o módulo OptQuest do Crystal Ball na próxima seção para fixar a quantidade encomendada ótima de outra forma.

O canto superior esquerdo da caixa de diálogo Decision Table oferece três opções para obter informações mais detalhadas sobre os resultados das execuções da simulação para as células que selecionamos. Uma opção é visualizar o gráfico de previsão de interesse, tal como o gráfico de freqüências ou gráfico cumulativo, escolhendo uma célula de previsão na



■ FIGURA 20.19
Para preparar a geração de uma tabela de decisão, essas três caixas de diálogo especificam: (1) que célula de previsão será a célula de destino, (2) qual (uma ou duas variáveis de decisão) será variada e (3) as opções de execução. As opções feitas aqui são para o exemplo que envolve o jornaleiro Freddie.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Trend Chart Overlay Chart Forecast Charts	Order Quantity (40)	Order Quantity (45)	Order Quantity (50)	Order Quantity (55)	Order Quantity (60)	Order Quantity (65)	Order Quantity (70)
2		$40.00	$44.17	$46.66	$47.49	$46.64	$44.14	$39.97
3		1	2	3	4	5	6	7

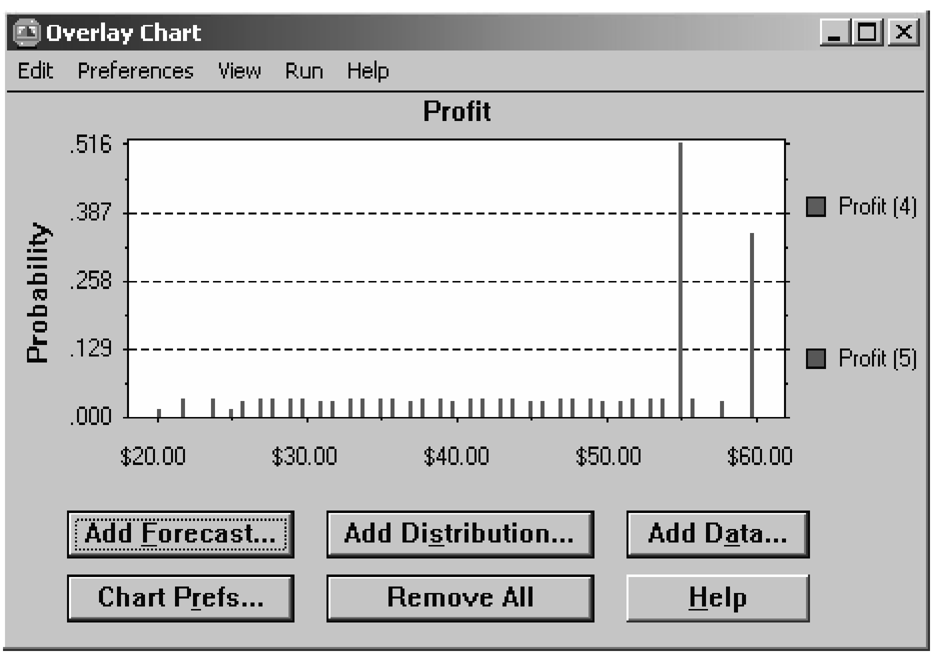
■ FIGURA 20.20
A tabela de decisão para o problema de Freddie.

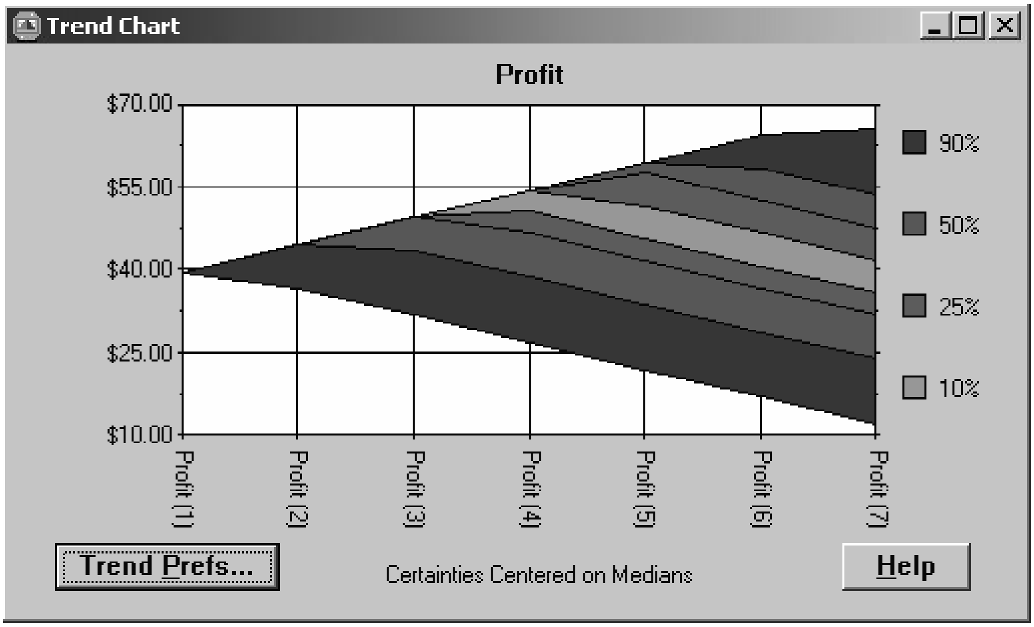
linha 2 e então clicando no botão Forecast Charts. Outra opção é verificar os resultados de duas ou mais execuções de simulação juntas. Isso é feito selecionando-se um conjunto das células de previsão, digamos, as células E2:F2 na Figura 20.20, e então clicando no botão Overlay Chart. O gráfico de sobreposição resultante é mostrado na Figura 20.21. As linhas escuras mostram um gráfico de freqüências para a célula E2 (uma quantidade encomendada igual a 55) ao passo que as linhas claras do mesmo para a célula F2 (uma quantidade encomendada igual a 60), de modo que os resultados para esses dois casos podem ser comparados lado a lado. Em um monitor colorido, veremos cores diferentes usados para distinguir casos diferentes.

A terceira opção é selecionar todas as células de previsão de interesse (células B2:H2 na Figura 20.20) e depois clicar no botão Trend Chart. Isso gera um gráfico interessante, chamado *gráfico de tendências*, mostrado na Figura 20.22. Os pontos-chave ao longo do eixo horizontal são as sete linhas de grade verticais correspondentes aos sete casos (quantidades encomendadas iguais a 40, 45, . . . , 70) para os quais as simulações foram executadas. O eixo vertical fornece os valores de lucro obtidos nas tentativas dessas execuções de simulação. As faixas no gráfico sintetizam informações sobre a distribuição de freqüências dos lucros de cada simulação. Em um monitor colorido, as faixas aparecem em cores — azul-claro para a faixa central, vermelho para o par adjacente de faixas, verde para o par seguinte e azul-escuro para o par mais externo das faixas. Essas faixas são centralizadas nas *medianas* das distribuições de freqüência. Em outras palavras, o centro da faixa central (aquela mais clara) fornece o lucro tal que metade das tentativas forneça um valor maior e metade um valor menor. Essa faixa central contém os 10% centrais dos valores de lucro (e, portanto, 45% em cada lado da faixa). De forma similar, as três faixas centrais contêm 25% dos valores de lucro, as cinco faixas centrais possuem 50% dos valores de lucro e todas as setes faixas detêm os 90% dos valores de lucro. Essas porcentagens são enumeradas à direita do gráfico de tendências. Logo, 5% dos valores de lucro gerados nas tentativas de cada execução de simulação caem na faixa superior e 5% na faixa inferior.

O gráfico de tendências recebeu esse nome pelo fato de ele mostrar graficamente as tendências à medida que o valor da variável de decisão (nesse caso, a quantidade encomendada) aumenta. Na Figura 20.22, por exemplo, considere a faixa central (que fica oculta na parte estreita do gráfico à esquerda). Passar da terceira quantidade encomendada (50) para a quar-

■ FIGUER 20.21
O gráfico de superposição que compara as distribuições de freqüência para as quantidades encomendadas iguais a 55 e 60 no problema de Freddie.





■ FIGUERA 20.22
O gráfico de tendências que ilustra a tendência no intervalo de vários trechos da distribuição de freqüências à medida que a quantidade encomendada é aumentada no problema do jornaleiro Freddie.

ta (55), a faixa central tende para cima, porém ela tende para baixo depois disso. Logo, o valor médio dos valores de lucro gerados nas respectivas execuções de simulação aumenta à medida que a quantidade encomendada aumenta até a mediana atingir seu pico em uma quantidade encomendada igual a 55, após o qual a mediana tende para baixo. De modo similar, a maioria das demais faixas também apresenta uma tendência de diminuição à medida que a quantidade encomendada cresce acima de 55. Isso sugere que uma quantidade encomendada igual a 55 é particularmente interessante em termos de toda sua distribuição de freqüências e não apenas em termos de seu valor médio. O fato de o gráfico de tendências se espalhar à medida que se desloca para a direita sugere que a variabilidade dos valores de lucro aumenta à medida que a quantidade encomendada é aumentada. Embora maiores quantidades encomendadas forneçam alguma chance de lucros particularmente altos em dias ocasionais, elas também levam a um lucro muito baixo em dado dia. O perfil de risco pode ser relevante para Freddie caso ele esteja preocupado com a variabilidade de seus lucros diários.

Caso queira ler mais sobre como realizar simulações em planilhas usando o Crystal Ball, o Capítulo 28 no CD-ROM dá vários outros exemplos e mais detalhes. Entre esses exemplos, temos aplicações para licitações, gerenciamento de projetos, administrador de fluxo de caixa, análise de risco financeiro e administração de receitas.

20.7 OTIMIZAÇÃO POR MEIO DO OPTQUEST

Na Seção 20.6, vimos como a ferramenta Decision Table pode ser usada algumas vezes para encontrar, pelo menos, uma aproximação razoável de uma solução ótima. O exemplo lá apresentado (o problema de controle de estoque da banca de jornal de Freddie) ilustra o tipo de problema no qual a ferramenta Decision Table pode fazer isso perfeitamente. O problema tinha apenas uma *única* variável de decisão (a quantidade encomendada). Lembre-se de que uma tabela de decisão pode considerar, no máximo, duas variáveis de decisão. Além disso, a única variável de decisão era uma variável *discreta* que tinha apenas um número moderado de possíveis valores que precisavam ser considerados (isto é, inteiros ao longo de um intervalo razoavelmente pequeno). Isso permitiu que usássemos uma tabela de decisão para identificar um pequeno intervalo de valores que fornecia as melhores soluções. Se desejado, uma segunda tabela de decisão pode então ser gerada para avaliar *todos* os possíveis valores da variável de decisão dentro desse pequeno intervalo.

Entretanto, essa abordagem não funciona tão bem quando a única variável de decisão for uma variável contínua ou discreta com um grande intervalo de possíveis valores. Também é mais difícil com duas variáveis de decisão. Não é viável de forma alguma para problemas maiores com mais de duas variáveis de decisão e inúmeras soluções possíveis. Muitos problemas na prática caem nessas categorias.

Felizmente, o Crystal Ball inclui outro módulo chamado **OptQuest** que busca automaticamente uma solução ótima para modelos de simulação com um número qualquer e variáveis de decisão. Esse módulo atualmente só pode ser encontrado na Professional Edition do Crystal Ball. Baseado em anos de pesquisa nos campos da otimização e da inteligência artificial, a OptQuest dispõe de um poderoso mecanismo de busca para condução de uma busca inteligente e eficiente pela melhor solução. Essa busca é orientada por uma meta-heurística cujas idéias são semelhantes (mas não idênticas) àquelas descritas na Seção 13.4 para algoritmos genéticos. A busca é conduzida executando-se uma série de simulações para experimentar uma série de candidatos em potencial a uma solução ótima, em que os resultados até então são usados para determinar o candidato mais promissor restante para tentar em seguida. O OptQuest não é capaz de garantir que a melhor solução que ele encontre será literalmente a solução ótima. Entretanto, dado tempo suficiente, ele normalmente encontrará uma solução ótima e, em caso negativo, normalmente irá encontrar uma solução próxima à solução ótima. Para problemas com apenas algumas variáveis de decisão discretas, ele freqüentemente encontrará uma solução ótima relativamente cedo no processo e então gastará o restante do tempo descartando outros candidatos a soluções. Logo, embora o OptQuest não possa informar quando ele encontrou uma solução ótima, ele é capaz de estimar (dentro do intervalo de precisão fornecido pelas execuções de simulação) que os demais candidatos em potencial não são melhores que a melhor solução encontrada até então.

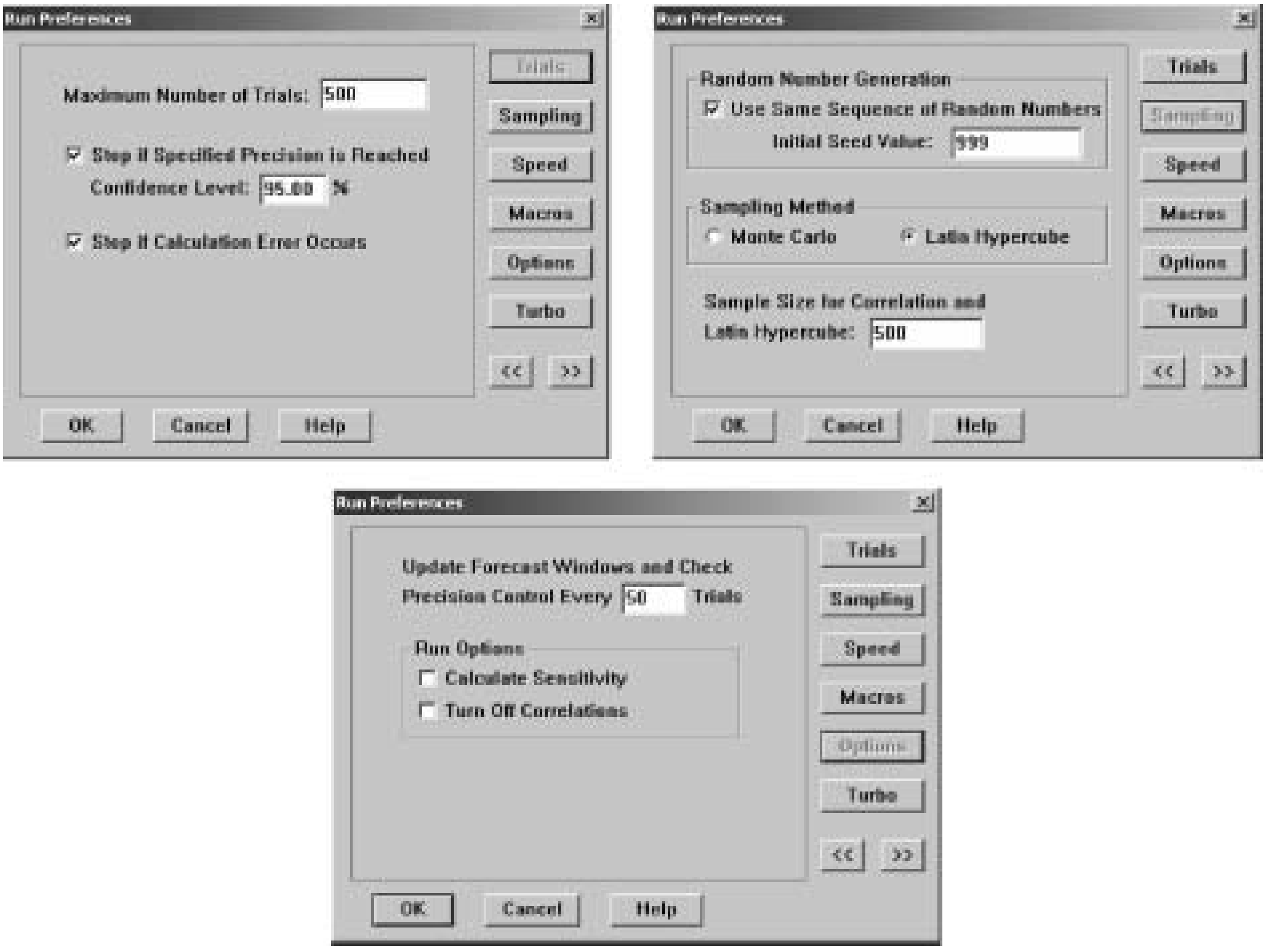
Para ilustrar o emprego do OptQuest, começaremos com um problema que ele é capaz de lidar de forma extremamente fácil, isto é, o exemplo envolvendo a banca de jornal de Freddie que foi considerado na seção anterior. Após resumir o procedimento geral, iremos nos referir a um exemplo mais desafiador envolvendo a seleção de projetos.

Aplicação do OptQuest ao Problema da Banca de Jornal de Freddie

Na seção anterior, as tabelas de decisão geradas na Figura 20.20 indicavam que Freddie, o jornaleiro, deveria encomendar algo entre 50 e 60 exemplares do *Financial Journal*, a cada dia. Vejamos agora como o OptQuest pode estimar que quantidade encomendada específica maximizaria esse lucro diário médio.

Antes de abrir o OptQuest, os passos iniciais são os mesmos descritos na Seção 20.6 para preparo de uma simulação simples. Logo, após formular o modelo de simulação em uma planilha, conforme ilustrado na Figura 20.7, o Crystal Ball é usado para definir a célula pressuposta DemandaSimulada (C12) e a célula de previsão Lucro (C19), incluindo a especificação do controle de precisão para a célula de previsão (como indicado na Figura 20.16). As caixas de diálogo Run Preferences também são usadas da forma usual. Essas definições e preferências de execução configuradas no Crystal Ball são aquelas que serão utilizadas pelo OptQuest.

As caixas de diálogo da Figura 20.23 mostram as preferências de execução que são recomendadas para a maioria das aplicações do OptQuest. A caixa Trials na parte superior direita da figura indica que o número máximo de tentativas para cada execução de simulação foi configurado em 500. Este número representa uma relação de compromisso entre dois objetivos de interesse. Um deles é atingir alto grau de precisão tendo um grande número de tentativas em cada execução de simulação. O objetivo conflitante é deixar tempo para um grande número de execuções de simulação de forma que um grande número de candidatos a serem uma solução ótima seja avaliado. Quando as estatísticas fundamentais obtidas de cada simulação for uma *média* dos valores na célula de previsão, 500 tentativas fornecem



■ FIGURA 20.23
Essas três caixas de diálogo mostram as preferências de execução que são recomendadas para a maioria das aplicações do OptQuest.

uma boa relação de compromisso entre esses dois objetivos, pois a média tende a se estabilizar o suficiente com esse número de tentativas. Entretanto, quando a estatística de interesse for uma que seja mais difícil de estimar com precisão, como um percentil no final da cauda da distribuição de freqüências (ou até mesmo os valores máximo ou mínimo nessa distribuição), então deve ser usado um número maior de tentativas (pelo menos 1.000).

Na caixa de diálogo Run Preferences Sampling apresentada na parte superior da Figura 20.23, devemos selecionar a opção de usar a mesma seqüência de números aleatórios (com um valor semente inicial igual a 999) para toda execução de simulação. Isso permite que o padrão dos números aleatórios afete cada execução de simulação da mesma forma, a qual aumenta a precisão ao comparar os resultados de diferentes execuções de simulação. O método de amostragem Latin Hypercube também é recomendado. Esse método garante uma amostragem representativa de toda a distribuição de probabilidades introduzida em cada célula pressuposta, que melhora a qualidade dos resultados (especialmente a média) de cada execução de simulação.

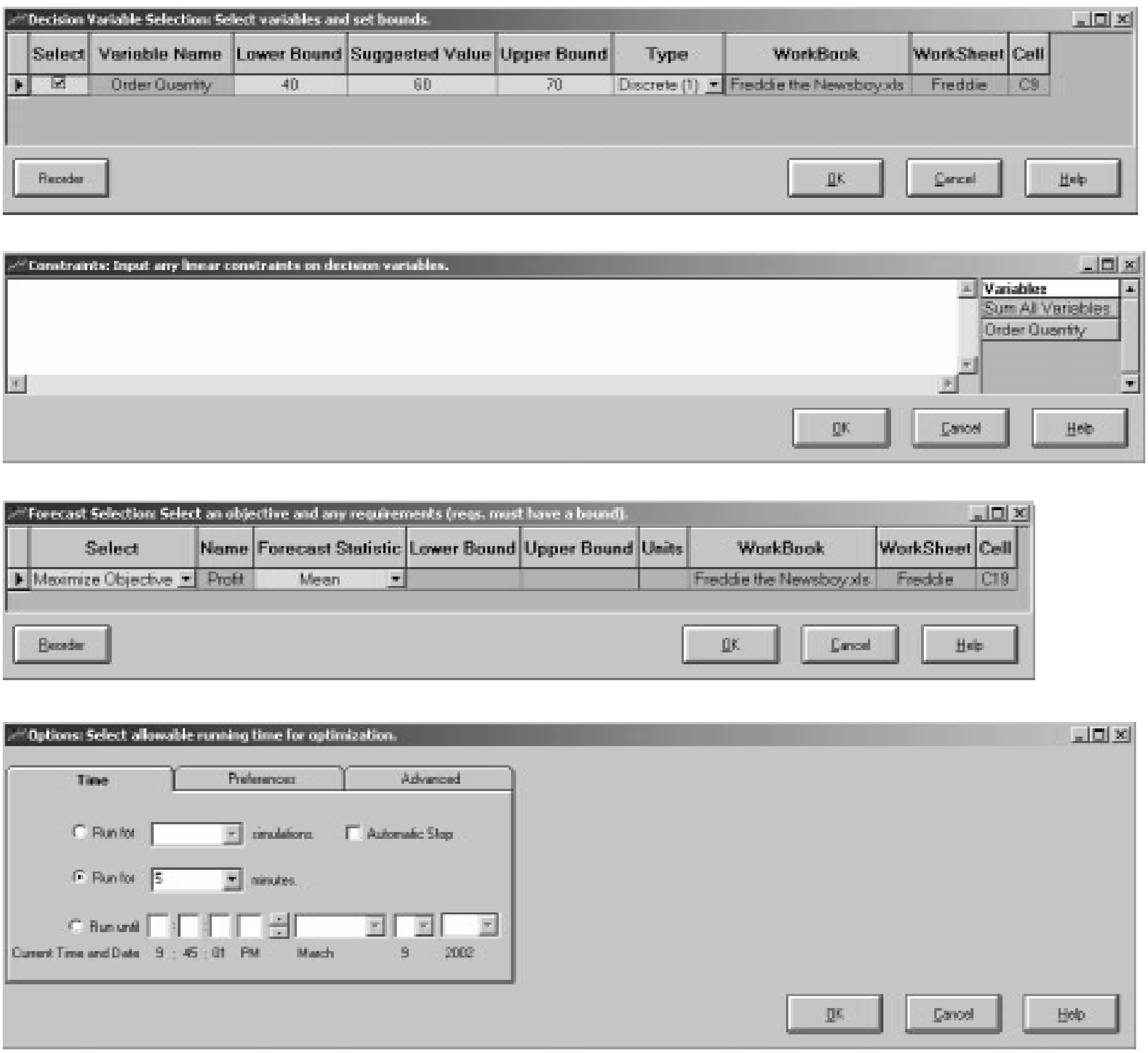
A caixa de diálogo Run Preferences Options na parte inferior da Figura 20.23 é usada para especificar com que freqüência o controle de precisão deve ser verificado. A opção-padrão a cada 50 tentativas é razoável, pois permite ao OptQuest parar uma execução de simulação relativamente rápido após seus resultados indicarem que a solução atual tem poucas chances de ser melhor que a melhor solução encontrada até então.

O passo final antes de abrir o OptQuest é definir as variáveis de decisão para o problema usando o procedimento apresentado próximo do final da seção anterior. Nesse caso, a única variável de decisão é QuantidadeEncomendada (C9). A Figura 20.18 (na Seção 20.6) exibe a caixa de diálogo que foi usada para definir essa variável, incluindo a configuração de seus limites em 40 e 70.

Agora estamos prontos para abrir o OptQuest. Isso é feito selecionando-se OptQuest do menu Tools do Crystal Ball e então selecionando New no menu File. Isso aciona sucessivamente as quatro caixas de diálogo mostradas na Figura 20.24.

A primeira caixa de diálogo é usada para selecionar as variáveis de decisão que vão variar (clicando-se em Select column) e para configurar os seus limites na terceira e quinta colunas. Todas as variáveis de decisão que foram definidas serão listadas aqui, juntamente

■ FIGURA 20.24
Essas quatro caixas de diálogo OptQuest são usadas para (1) selecionar as variáveis de decisão que vão variar e configurar seus limites, (2) especificar quaisquer restrições, (3) especificar o objetivo da otimização e (4) controlar o tempo de execução. As opções feitas aqui são para o exemplo envolvendo a banca de jornal de Freddie.



com seus limites, tipo de variável e (caso ela seja discreta) tamanho do passo. Todas essas informações para a única variável de decisão de Freddie provêm da caixa de diálogo Define Decision Variable da Figura 20.18. A entrada 60 na coluna Suggested Value provém do valor que foi usado na primeira simulação da seção anterior. As entradas nas colunas Bound e na coluna Suggested Value devem ser marcadas nesse ponto para ver se você quer alterá-las. O OptQuest considerará apenas valores entre os limites, portanto configurar os limites da forma mais estreita possível sem eliminar o valor ótimo irá acelerar a busca por uma solução ótima. O OptQuest usará o valor sugerido para a primeira execução da simulação e, portanto, uma boa previsão para esse valor também tenderá a acelerar a busca. Para melhor ilustrar o que o OptQuest é capaz de fazer sem a ajuda de uma tabela de decisão, iremos ignorar os resultados da seção anterior e nos ateremos aos valores mostrados na primeira caixa de diálogo da Figura 20.24.

Clicando-se em OK nos leva então para a caixa de diálogo Constraints. Esta é usada para digitar qualquer restrição relevante do tipo usado em programação linear. A probabilidade de Freddie não possui restrições desse tipo e, portanto, deixaremos essa caixa de diálogo em branco e clicaremos em OK. Nosso próximo exemplo ilustrará a inclusão de uma restrição.

O propósito da caixa Forecast Selection é especificar o objetivo da otimização. Isto requer vários passos.

1. A coluna Name da caixa de diálogo Forecast Selection lista todas as previsões que foram definidas. Decida qual delas você quer otimizar e clique na mesma linha da coluna Forecast Statistic.
2. O menu suspenso na coluna Forecast Statistic lista diversas estatísticas possíveis (entre as quais Mean (média), Median (mediana), Mode (moda), Standard Deviation (desvio-padrão) e Certainty (certeza)). Selecione aquela que quer otimizar.
3. No menu suspenso na coluna Select, escolha Maximize Objective (para maximizar a estatística selecionada) ou Minimize Objective (para minimizar a estatística selecionada).
4. Caso queira acrescentar a exigência que uma solução não deve ser considerada se dada estatística para essa solução cair abaixo de um limite inferior ou acima de um limite superior, então (1) clique na linha de previsão selecionada, (2) selecione Duplicate do menu Edit (que cria uma duplicata dessa linha de previsão), (3) use a duplicata da linha para selecionar Requirement do menu suspenso na coluna Select, (4) selecione a estatística de interesse do menu suspenso Forecast Statistic e (5) introduza o limite inferior ou o limite superior (seja qual for o necessário para a estatística escolhida) na coluna correspondente.
5. Clique em OK.

Para o problema de Freddie, a única célula de previsão é Lucro (C19). A Figura 20.24 indica que ele deseja maximizar a média dessa célula de previsão. O passo 4 poderia ter sido usado, por exemplo, para eliminar quaisquer quantidades encomendadas cuja variabilidade (desvio-padrão) de seus lucros diários é muito alta, porém Freddie não optou por acrescentar essa exigência.

A caixa de diálogo Options mostrada na parte inferior da Figura 20.24 é usada para controlar quanto tempo deve durar a otimização (cinco minutos no caso do problema de Freddie). A opção Automatic Stop pode ser selecionada, se desejada, para interromper a otimização antes, caso o processo não tenha encontrado uma solução melhor para um número significativo de simulações. Entretanto, você também pode encerrar uma busca manualmente selecionando Stop no menu Run (ou pressionando <Esc> ou clicando no ícone Stop) quando observar que nenhum progresso está sendo feito.

Sempre que desejado, podemos modificar as opções feitas em qualquer uma das quatro caixas de diálogo da Figura 20.24 selecionando-se Decision Variables, Constraints, Forecasts ou Options no menu Tools (ou clicando-se no botão correspondente na barra de ferramentas OptQuest).

Nessa altura, clicar em OK na caixa de diálogo Options e selecionar Start no menu Run inicia a busca por uma solução ótima. Enquanto a busca está em andamento, podemos observar o progresso na janela Status and Solutions. A Figura 20.25 mostra essa janela na conclusão de uma busca. À esquerda, a área de soluções indica que a primeira simulação foi executada com o valor sugerido para a quantidade encomendada (60) dado na caixa de diálogo da Figura 20.24. Essa execução resultou em um lucro médio de US$ 46,6680. O OptQuest tentou uma quantidade encomendada de 55 na simulação 2 seguinte, que resultou em um lucro médio de US$ 47.5040. As simulações seguintes (inclusive a última listada na tabela) tentaram outras quantidades encomendadas, porém não foi possível melhorar esse lucro médio, de modo que a simulação 2 é realçada na tabela como a melhor delas. Logo, constatou-se que uma quantidade encomendada igual a 55 é (com todas as possibilidades) a solução ótima para o problema de Freddie.

O gráfico de desempenho do lado direito da Figura 20.25 mostra o melhor valor de lucro médio encontrado até então por meio do processo de busca. Após esse gráfico permanecer plano depois de várias simulações, da simulação 2 em diante, o OptQuest determinou que nenhuma outra quantidade encomendada conduziria a um resultado de lucro médio melhor que US$ 47,5040, de modo que a otimização foi encerrada e o OptQuest relatou que foi encontrada uma solução ótima.

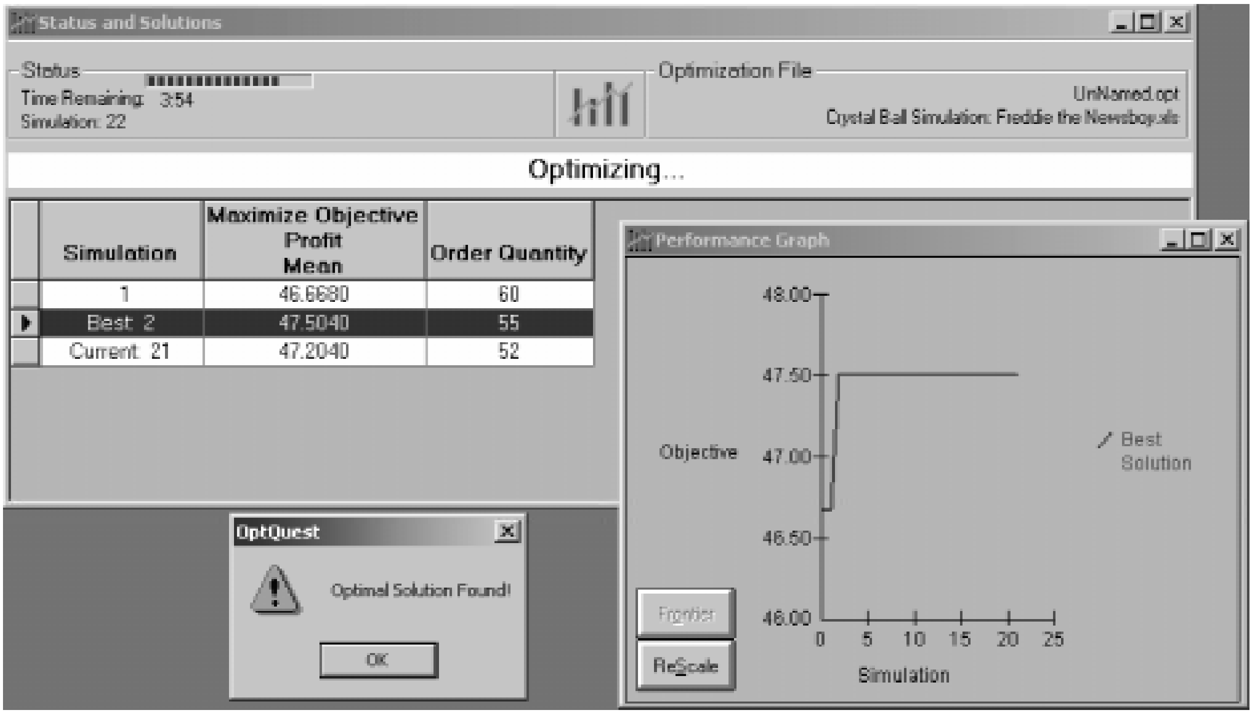
O passo final é escolher a melhor solução e então selecionar Copy to Excel no menu Edit para transferir essa solução para seu modelo de planilha. Isso também vai exibir automaticamente a distribuição de freqüências da execução de simulação que gerou a melhor solução. Caso deseje, você também poderá ver um resumo das estatísticas dessa execução selecionando Statistics no menu View.

Eis um resumo de todo o procedimento para aplicação do OptQuest que acaba de ser ilustrado para o problema de Freddie.

Procedimento para Aplicação do OptQuest

1. Formule um modelo de simulação em uma planilha.
2. Use o Crystal Ball para completar a formulação definindo as células pressupostas, células de previsão e variáveis de decisão, bem como configure as preferências para execução.

■ FIGURA 20.25
Os resultados de otimização fornecidos pelo OptQuest para o exemplo introduzido na Seção 20.6. A melhor solução encontrada para o caso de Freddie é usar uma quantidade encomendada igual a 55.



3. Selecione OptQuest do menu Tools do Crystal Ball e selecione New no menu File.
4. Use a caixa de diálogo Decision Variable Selection para selecionar as variáveis de decisão.
5. Use a caixa de diálogo Constraints para especificar restrições (se existir alguma).
6. Use a caixa de diálogo Forecast Selection para especificar o objetivo.
7. Use a caixa de diálogo Options para especificar o tempo de execução.
8. Selecione Start no menu Run para executar a otimização.
9. Selecione Copy to Excel no menu Edit para copiar os resultados para o modelo de planilha.

Aplicação do OptQuest a um Exemplo de Seleção de Projeto

Passemos agora para um exemplo mais interessante para aplicação do OptQuest. Esse exemplo se baseia no Caso 8.3 que acompanha o Capítulo 8. Eis alguns dados essenciais.

A Tazer Corp., uma indústria farmacêutica, está iniciando a pesquisa de um novo medicamento revolucionário. Foram identificados cinco projetos potenciais de pesquisa e desenvolvimento enumerados a seguir na tentativa de desenvolver tal medicamento.

Projeto “Para Cima”:	Desenvolver um antidepressivo mais eficaz que não cause sérias mudanças repentinas de humor.
Projeto “Estável”:	Desenvolver uma droga que alivie os sintomas dos maníaco-depressivos.
Projeto “Escolha”:	Desenvolver um método de controle de natalidade menos invasivo para mulheres.
Projeto “Esperança”:	Desenvolver uma vacina para evitar a infecção por Aids.
Projeto “Alívio”:	Desenvolver uma droga mais eficaz para diminuição da pressão arterial.

Em contraste com o Caso 8.3, a direção da Tazer agora concluiu que a empresa não pode destinar dinheiro suficiente para pesquisa e desenvolvimento de modo a levar avante todos esses projetos. Estão disponíveis apenas US$ 1,2 bilhão, o suficiente para apenas dois ou três desses projetos. A segunda coluna da Tabela 20.6 mostra a quantia necessária (em milhões de dólares) para cada um desses projetos. A terceira coluna estima a probabilidade de que cada projeto teria para desenvolver uma droga bem-sucedida. Se um projeto for bem-sucedido, as receitas que seriam geradas pelo novo produto são bem incertas. A estimativa do volume de receitas (em milhões de dólares) é que ela tenha uma *distribuição normal* com média e desvio-padrão dados nas últimas duas colunas da tabela.

A direção da Tazer agora quer determinar quais desses projetos deveriam ser levados adiante para maximizar o lucro total esperado obtido pelas receitas resultantes (se efetivamente houver algum). Em virtude do alto grau de incerteza de qual será o lucro total, a direção também gostaria de ter uma probabilidade razoavelmente alta de alcançar um lucro total satisfatório (de pelo menos US$ 100 milhões).

A Figura 20.26 ilustra um modelo de simulação em uma planilha para o presente problema. Os dados da Tabela 20.6 foram transferidos diretamente para as células de dados C7:F11. As células na coluna seguinte, Bem-sucedido? (G7:G11), são células pressupostas que terão um valor 0 ou 1 para cada tentativa de uma execução de simulação. Esse valor indica se o projeto correspondente falharia (valor 0) ou seria bem-sucedido (valor 1) naque-

■ TABELA 20.6 **Dados para o problema de seleção de projetos da Tazer**

	Investimentos em P&D		Receitas (US$ milhões) se Bem-sucedido	
Projeto	(US$ milhões)	Taxa de Sucesso	Média	Desvio-padrão
“Para Cima”	400	50%	1.400	400
“Estável”	300	35%	1.200	400
“Escolha”	600	35%	2.200	600
“Esperança”	500	20%	3.000	900
“Alívio”	200	45%	600	200

la tentativa se ele fosse levado adiante. Logo, a distribuição de probabilidades introduzida em cada uma dessas células pressupostas precisa ser uma *distribuição binomial,* em que os parâmetros são: o número de tentativas para essa distribuição é 1 e a probabilidade de obter-se sucesso nessa tentativa é dada na coluna D.

Para introduzir essa distribuição na primeira célula pressuposta (G7), dê um clique duplo na distribuição binomial na Distribution Gallery do Crystal Ball (mostrada na Figura 20.9) para acionar a caixa de diálogo Uniform Distribution. Em seguida, introduza 1 como número de tentativas e refira-se à célula de dados D7 introduzindo a fórmula =D7 para a probabilidade de se obter sucesso. Em vez de repetir esse processo para as células pressupostas G8:G11, é mais rápido copiar e colar o parâmetro de probabilidade-de-sucesso para essas outras células pressupostas. Isso é iniciado selecionando-se a célula G7 e clicando-se no botão Copy Data na barra de ferramentas do Crystal Ball (o sétimo botão da esquerda para a direita) ou selecionando-se Copy Data do menu Cell. Em seguida, selecione as células nas quais colará os dados (G8:G11) e escolha Paste Data (clicando nesse botão na barra de ferramentas do Crystal Ball ou então selecionando esse item no menu Cell). Os números das linhas serão atualizados apropriadamente para fazer referência à célula de dados na linha correta da coluna D durante esse processo de copiar e colar. Por exemplo, o parâmetro de probabilidade-de-sucesso da distribuição binomial na célula G8 será atualizado para =D8.

As células na coluna H, Receita (H7:H11), também são células pressupostas. A distribuição de probabilidades para cada uma delas é uma *distribuição normal* com os parâmetros dados nas colunas E e F. Logo, a caixa de diálogo Normal Distribution seria usada para introduzir-se essa distribuição na primeira dessas células pressupostas (H7). Os parâmetros de média e de desvio-padrão nessa caixa de diálogo precisam se referir às células de dados E7 e F7 e, portanto, as fórmulas =E7 e =F7 seriam introduzidas nesses pontos. O processo de copiar e colar descrito anteriormente seria então usado para introduzir a distribuição normal com os parâmetros apropriados nas células pressupostas H8:H11.

As células na coluna J, Decisões (J7:J11), são as variáveis de decisão para o modelo. Cada uma dessas variáveis de decisão é uma *variável binária,* isto é, uma variável cujos únicos valores possíveis são 0 e 1. Por exemplo, a caixa de diálogo Define Decision Variables da Figura 20.27 mostra como a variável de decisão na célula J7 é definida dessa maneira dando a ela limites de 0 e 1 e então especificando que se trata de uma variável discreta com um tamanho de passo igual a 1. As outras quatro variáveis de decisão são definidas da mesma forma.

Para cada projeto listado na coluna B, a variável de decisão correspondente na coluna J tem a seguinte interpretação.

$$\text{Variável de decisão} = \begin{cases} 1, & \text{se aprovar o projeto} \\ 0, & \text{se rejeitar o projeto} \end{cases}$$

O orçamento (C15) fornece a quantia máxima que pode ser investida nesses projetos de pesquisa e desenvolvimento. A célula de saída Investido (C13) registra a quantia total investida nos projetos, dadas as decisões sobre quais deles foram aprovados. A equação introduzida nessa célula é mostrada abaixo da planilha no lado esquerdo da Figura 20.26. O orçamento limitado significa que as variáveis de decisão devem satisfazer a seguinte restrição

$$\text{Investido (C13)} \leq \text{Orçamento (C15)}$$

As células de saída Lucro (I7:I11) dão o lucro (receita menos investimento) de cada projeto em cada tentativa de uma execução de simulação. O lucro de um projeto é 0 se ele for rejeitado. Caso seja aprovado, a receita é 0 se o projeto não for bem-sucedido (conforme indicado por um 0 na linha correspondente da coluna G). Se o projeto for bem-sucedido (conforme indicado por um 1 em sua linha da coluna G), a receita nessa tentativa será o valor aleatório que aparece na linha correspondente da coluna H. Portanto, as equações introduzidas em Lucro (I7:I11) são aquelas expostas no canto inferior direito da Figura 20.26. Note também que SUM (Lucro) fornece o valor na *célula de previsão* LucroTotal (I13).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Seleção de Projeto com Restrição no Orçamento**									
2										
3					Receita Estimada					
4			Investimentos		(US$ milhões) se Bem-sucedido					
5			em P&D	Taxa de	(Distribuição Normal)			Receita (US$ milhões)		
6		Projeto	(US$ milhões)	Sucesso	Média	Desvio-padrão	Bem-sucedido?	(Bem-sucedido)	Lucro	Decisões
7		Para Cima	400	50%	1.400	400	0,5	1.400	0,00	0
8		Estável	300	35%	1.200	400	0,35	1.200	0,00	0
9		Escolha	600	35%	2.200	600	0,35	2.200	0,00	0
10		Esperança	500	20%	3.000	900	0,2	3.000	0,00	0
11		Alívio	200	45%	600	200	0,45	600	0,00	0
12										
13		Investido	0					Lucro total (US$ milhões)	0,00	
14			<=							
15		Orçamento	1.200							

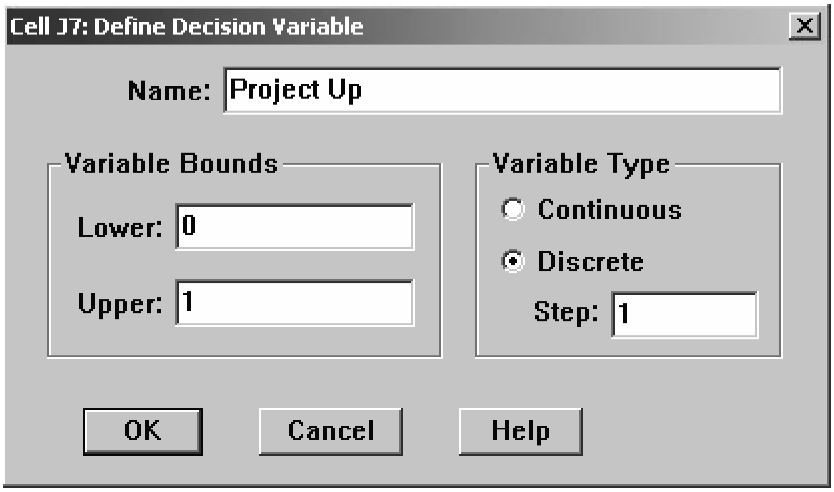
	B	C
13	Investido	= SUMPRODUCT(RandDInvestment,Decisions)

	I
6	Profit
7	=Decisions*(Success?*Revenue-RandDInvestment)
8	=Decisions*(Success?*Revenue-RandDInvestment)
9	=Decisions*(Success?*Revenue-RandDInvestment)
10	=Decisions*(Success?*Revenue-RandDInvestment)
11	=Decisions*(Success?*Revenue-RandDInvestment)

Nome da Faixa de Célula	Células
Orçamento	C15
Decisoes	J7:J11
Investido	C13
Lucro	I7:I11
RandDInvestemt	C7:C11
Receita	H7:H11
Bem-sucedido?	G7:G11
LucroTotal	I13

	H	I
13	Lucro total (US$ milhões)	=SUM(Profit)

FIGURA 20.26
Um modelo de planilha para aplicação da simulação ao problema de seleção de projeto da Tazer Corp. As células pressupostas são Bem-sucedidas? (G7:G11) e Receita (H7:H11), as variáveis de decisão são Decisões (J7:J11) e a célula de previsão é LucroTotal (I13).



■ FIGURA 20.27
Essa caixa de diálogo Define Decision Variable especifica as características da primeira variável de decisão Projeto “Para Cima” no modelo de simulação da Figura 20.26. As demais variáveis de decisão são definidas da mesma maneira.

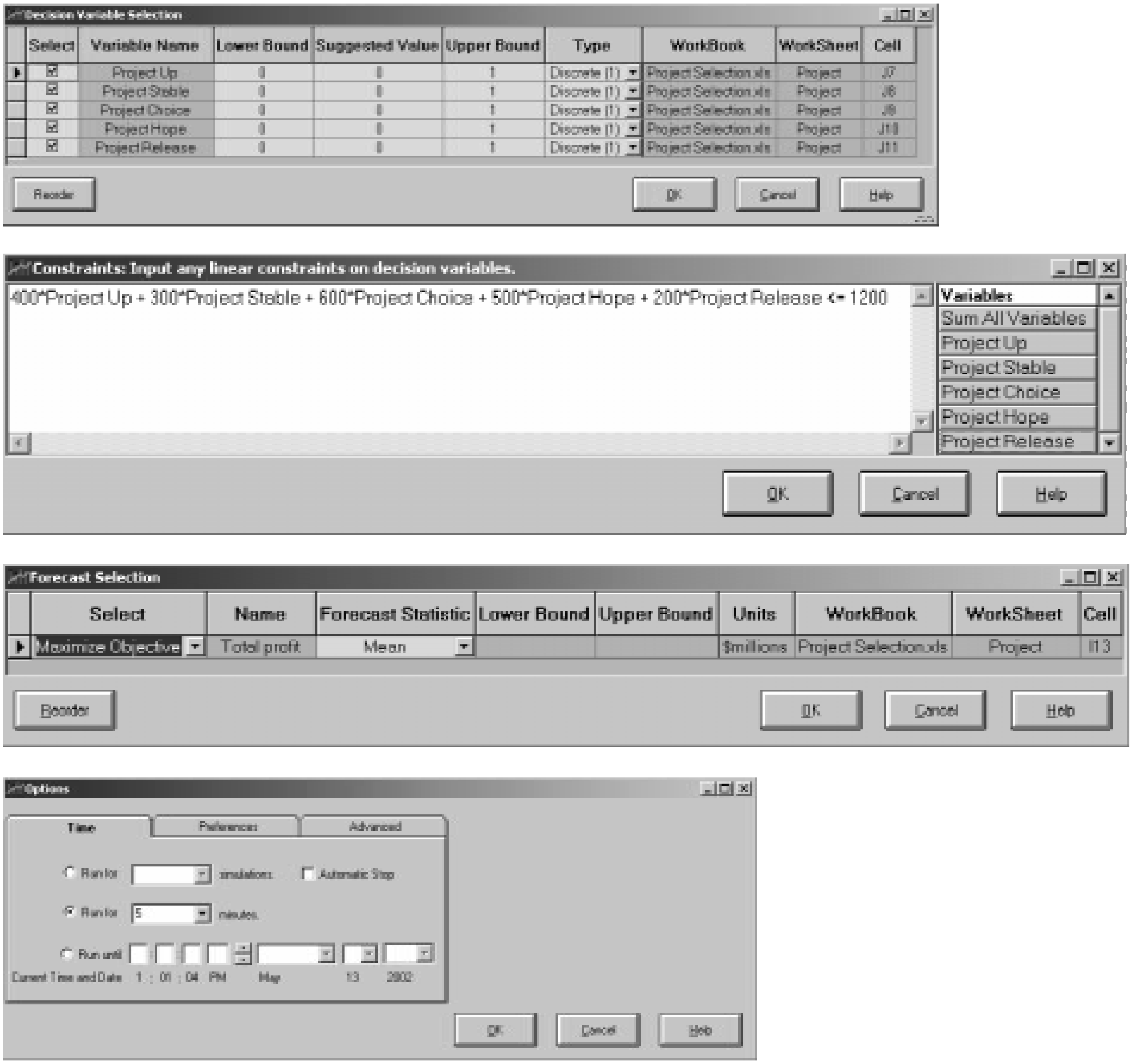
Após usar o Crystal Ball para definir as células pressupostas e a célula de previsão da forma usual (juntamente com as variáveis de decisão), abrir o OptQuest aciona em seqüência as quatro caixas de diálogo apresentadas na Figura 20.28.

A segunda coluna da caixa de diálogo Decision Variable Selection lista as cinco variáveis de decisão, usando os nomes dados a elas na caixa de diálogo Define Decision Variable. Já que ainda não conhecemos o melhor valor para nenhuma delas, todas as cinco variáveis de decisão foram selecionadas na coluna Select para instruir um procedimento de busca para considerar seus valores alternativos (0 ou 1). As entradas 0 na coluna Suggested Value provêm das entradas arbitrárias 0 em Decisões (J7:J11) no modelo de planilha mostrado na Figura 20.26. Introduzir um palpite melhor para uma boa solução na coluna Suggested Value aceleraria o OptQuest, porém iremos nos ater aos valores 0 para criar um desafio maior para o OptQuest.

Além dos limites sobre as variáveis de decisão individuais, o orçamento limitado impõe outra restrição nas variáveis de decisão. Essa restrição precisa ser digitada na caixa de diálogo Constraints no formato de uma restrição de programação linear, conforme ilustrado na Figura 20.28. Um asterisco * é usado para indicar multiplicação. Não são permitidas referências a células ao introduzir-se restrições no OptQuest. Portanto, é preciso digitar os nomes das variáveis de decisão ou então clicar nos botões correspondentes do lado direito da caixa de diálogo para fazer que o OptQuest introduza esses nomes para você onde necessário. Será necessário também digitar <= para “menor que ou igual a”. Outras restrições podem ter >= ou = em seu lugar.

A direção da Tazer está procurando uma solução que maximize a média de LucroTotal (I13) na Figura 20.26 e, portanto, esse objetivo é introduzido na caixa de diálogo Forecast Selection na Figura 20.28. Foi especificado um tempo de execução de cinco minutos na caixa de diálogo Options.

A Figura 20.29 sintetiza os resultados obtidos por OptQuest durante essa execução. A simulação 1 usou os valores das variáveis de decisão que haviam sido introduzidos na coluna Suggested Value da caixa de diálogo Decision Variable Selection. A tabela na Figura 20.29 indica que o OptQuest encontrou soluções melhores com as simulações 4, 5, 6, 11, 16 e 17. Diversas simulações subseqüentes não foram bem-sucedidas em encontrar qualquer melhoria adicional, conforme representado graficamente pela longa linha horizontal na parte superior do gráfico de desempenho. Nesse ponto, o OptQuest determinou que não havia nenhuma solução melhor disponível e, portanto, a otimização foi encerrada. A linha em destaque na tabela mostra a melhor solução que foi encontrada. Conseqüentemente, a conclusão é que a solução a seguir

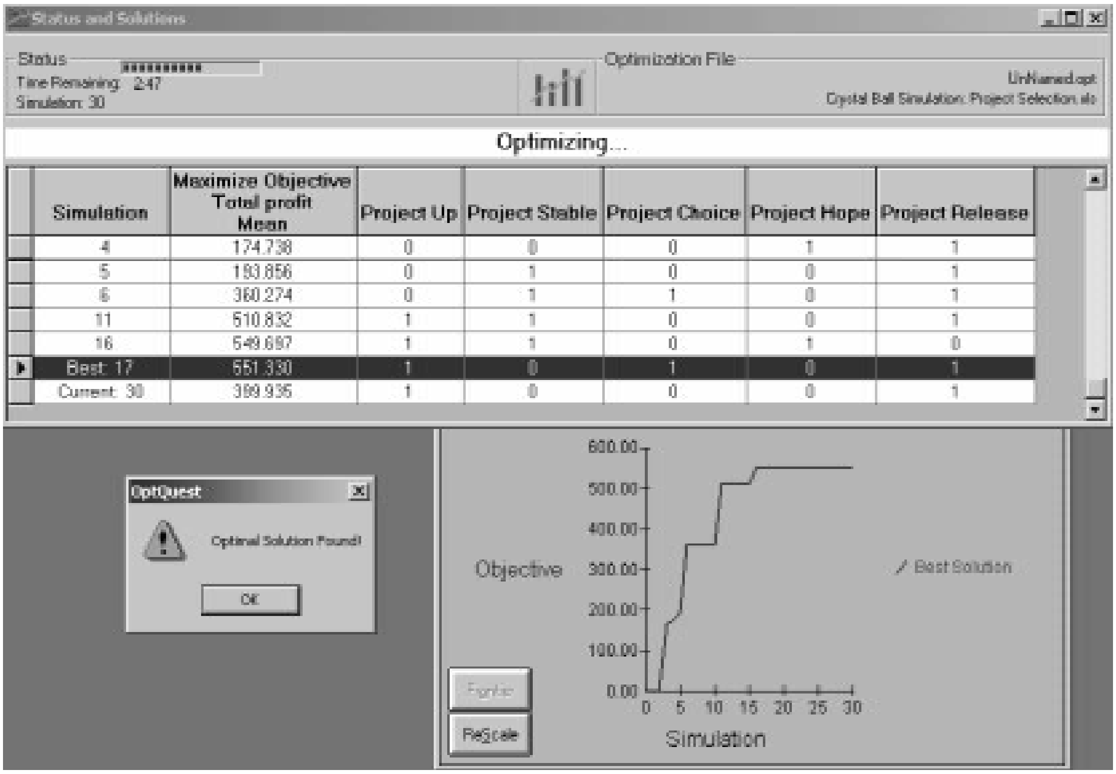


■ FIGURA 20.28
Essas quatro caixas de diálogo do OptQuest mostram as escolhas necessárias para aplicação do OptQuest ao problema de seleção de projetos da Tazer Corp. formulado na Figura 20.26.

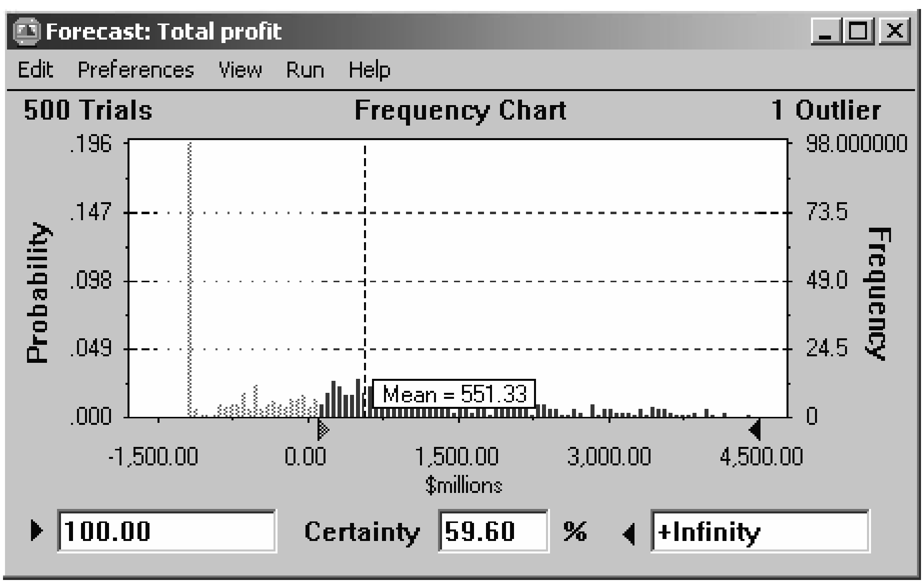
Escolher os Projetos “Para Cima”, “Escolha” e “Alívio”
Média do lucro total = US$ 551.330 milhões

é, com todas as chances, a solução ótima.

A Figura 20.30 mostra um gráfico de freqüências obtido com a execução da simulação que usou a melhor solução. Esse gráfico revela alto grau de variabilidade nos valores de lucro obtidos durante as várias tentativas de simulação. Há uma probabilidade substancial de se incorrer em perdas causadas pelos projetos de pesquisa e desenvolvimento selecionados (o que é bastante comum nesse mercado). De fato, 98 das 500 tentativas resultaram em perda de US$ 1,2 bilhão, pois todos os três projetos falharam. Felizmente, existe também



■ FIGURA 20.29
Os resultados da otimização fornecidos pelo OptQuest para o problema de seleção de projetos da Tazer Corp. A melhor solução encontrada é aprovar os projetos "Para Cima", "Escolha" e "Alívio".



■ FIGURA 20.30
Um gráfico de freqüências para a melhor solução encontrada na Figura 20.29. A caixa Certainty mostra a porcentagem das tentativas que geraram um lucro de pelo menos US$ 100 milhões.

uma boa chance de se alcançar lucros extremamente grandes. Como a direção da Tazer gostaria de ter alta probabilidade de obter um lucro total de pelo menos US$ 100 milhões, essa quantia foi introduzida na caixa no canto inferior esquerdo. A caixa Certainty indica que 59,60% das tentativas obtiveram no mínimo esse resultado.

A direção da Tazer tinha uma expectativa de alta probabilidade de obter um lucro total de pelo menos US$ 100 milhões. Portanto, a questão a ser levantada é se haveria outra combinação de projetos de pesquisa e desenvolvimento que aumentariam essa probabilidade.

Para responder a essa questão, selecione Forecasts no menu Tools no OptQuest (ou clique no botão correspondente na barra de ferramentas OptQuest). Isso acionará a caixa de diálogo Forecast Selection mostrada na parte superior da Figura 20.31. Em vez de maximizar a média, use o menu suspenso na coluna Forecast Statistic para escolher Certainty. Isso acionará a caixa de diálogo Certainty na parte inferior da Figura 20.31. Introduza um limite inferior igual a 100. Já que estamos usando milhões de dólares como unidade, isso altera o objetivo na caixa de diálogo Forecast Selection (conforme mostrado na figura) que passa a ser encontrar a solução que maximiza a probabilidade (certeza) de que o lucro total será no mínimo US$ 100 milhões.

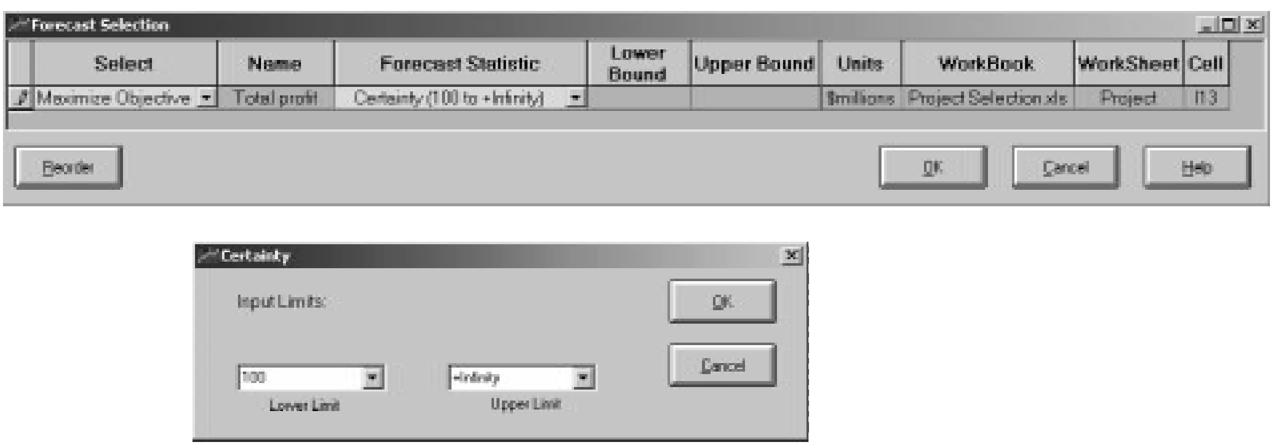
Rodando o OptQuest com esse novo objetivo nos leva aos resultados apresentados na Figura 20.32. As simulações 3, 5, 6 e 11 foram bem-sucedidas em obter melhorias em relação à solução anterior. O gráfico de desempenho representa o progresso obtido. A melhor solução encontrada no final da execução (simulação 11) tinha 65,2% das tentativas gerando um lucro total de pelo menos US$ 100 milhões. Essa solução é

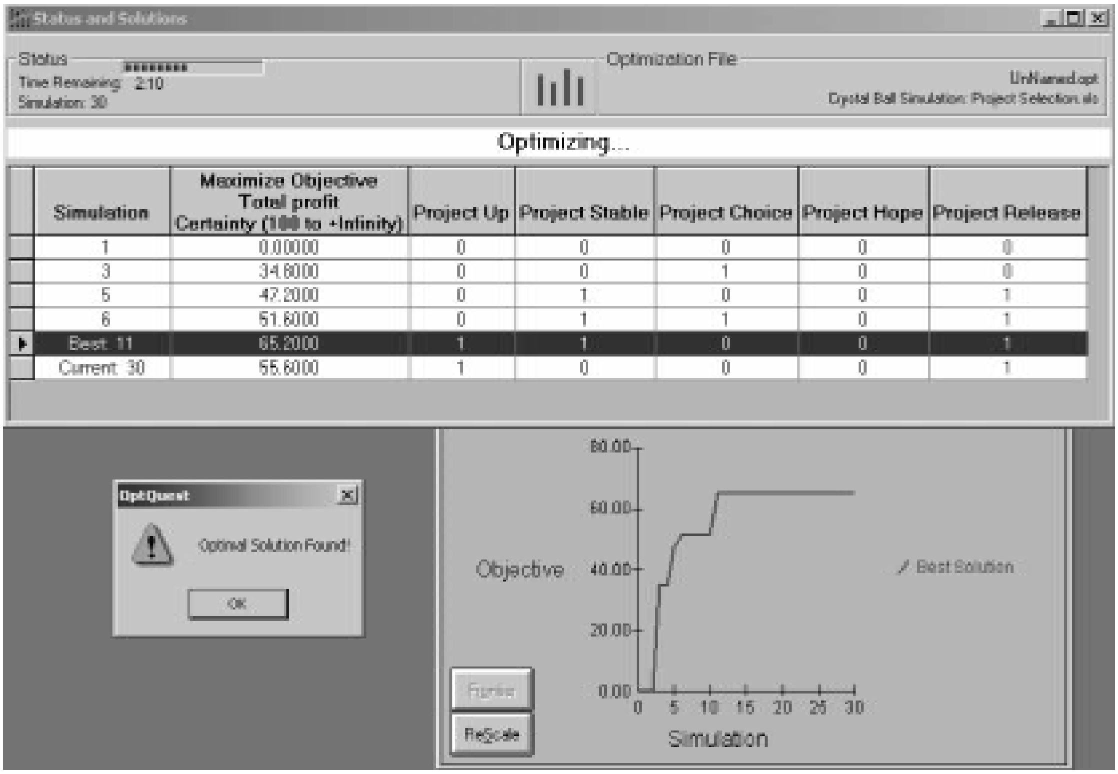
Escolher os projetos “Para Cima”, “Estável” e “Alívio”
65,2% de certeza de lucro total $\geq$ US$ 100 milhões

Substituindo-se o projeto “Estável” pelo projeto muito mais caro “Escolha”, obtido da melhor solução encontrada na Figura 20.29, essa solução mais conservadora foi capaz de aumentar a probabilidade de se obter um lucro total satisfatório, passando de 59,6% para 65,2%.

Se desejado, poderiam ser feitas muitas outras perguntas “o que aconteceria se” usando o OptQuest de maneira similar. Por exemplo, o que aconteceria se o lucro mínimo desejado de US$ 100 milhões fosse alterado para 0 (ponto de equilíbrio)? Ou para US$ 250 milhões? O que aconteceria se o orçamento de US$ 1,2 bilhão para projetos de pesquisa e desenvolvimento fosse reduzido para US$ 800 milhões? Ou aumentado para US$ 1,5 bilhão?

■ FIGURA 20.31
As escolhas feitas na caixa de diálogo Forecast Selection e sua caixa de diálogo Certainty permitirão ao OptQuest maximizar a probabilidade de a Tazer Corp. obter um lucro de no mínimo US$ 100 milhões com os projetos de pesquisa e desenvolvimento por eles escolhidos.





■ FIGURA 20.32
Os resultados de otimização fornecidos pelo OptQuest para a revisão do problema de seleção de projetos da Tazer Corp. que usa o objetivo especificado na Figura 20.31. A melhor solução encontrada é aprovar os projetos "Para Cima", "Estável" e "Alívio".

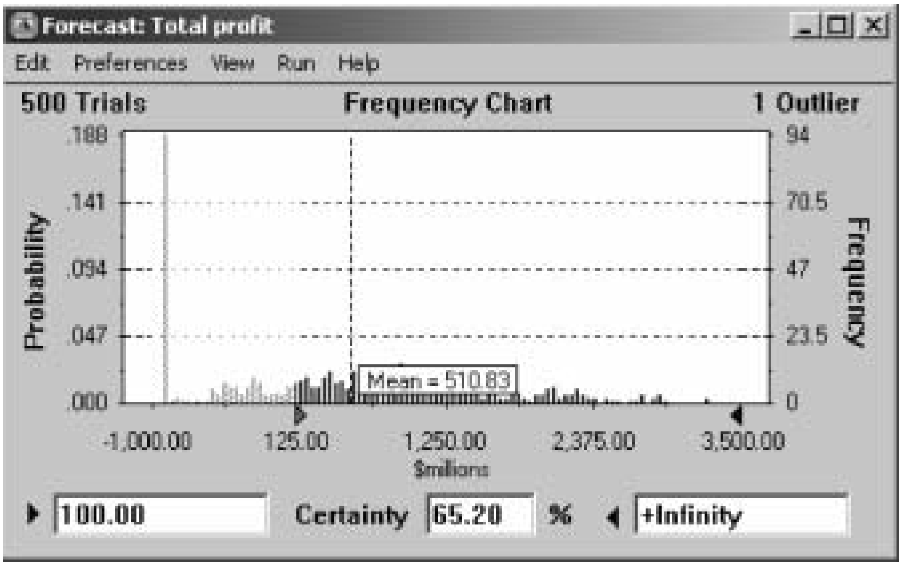
Entretanto, após copiar a melhor solução da Figura 20.32 para o Excel e exibir os resultados para essa execução de simulação, um gráfico de freqüências na Figura 20.33 revela uma desvantagem dessa solução conservadora. A média do lucro total obtida por essa solução foi de apenas US$ 510,83 milhões *versus* US$ 551,33 milhões para a melhor solução encontrada na Figura 20.29 quando o objetivo era maximizar esse valor. Ao mesmo tempo, a solução conservadora havia reduzido a maior perda possível de US$ 1,2 bilhão para US$ 900 milhões.

Concluindo, o OptQuest deu à direção da Tazer dois tipos diferentes de soluções para escolha, juntamente com um volume considerável de informações sobre cada uma delas. Uma parece ser a melhor solução de alto risco e altos ganhos que é disponível, pois maximiza o lucro total que seria obtido em média. A outra parece ser a melhor solução conservadora disponível, visto que maximiza as chances de se obter um lucro satisfatório. Avaliando-se a relação de compromisso entre risco e ganhos, a direção da empresa agora é capaz de tomar uma decisão equilibrada sobre qual solução adotar.

20.8 CONCLUSÕES

A simulação é uma ferramenta largamente usada para estimar o desempenho de sistemas estocásticos complexos se desenhos ou políticas operacionais previstos forem usados.

Concentramo-nos neste capítulo no uso da simulação para prever o comportamento de *estado estável* de sistemas cujos estados mudam apenas em pontos discretos ao longo do



■ FIGURA 20.33
Um gráfico de freqüências para os valores de lucro obtidos na execução de simulação que forneceu a melhor solução na Figura 20.32. A caixa Certainty mostra a porcentagem de tentativas que geraram um lucro de pelo menos US$ 100 milhões.

tempo. Entretanto, por meio de uma série de execuções partindo de *condições iniciais* prescritas, também podemos usar a simulação para descrever o comportamento *transiente* de um sistema proposto. Além disso, se usarmos equações diferenciais, a simulação poderá ser aplicada a sistemas cujos estados mudam *continuamente* ao longo do tempo.

A simulação é uma das técnicas de pesquisa operacional mais populares, pois é uma ferramenta muito flexível, poderosa e intuitiva. Em uma questão de segundos ou minutos, ela é capaz de simular até mesmo anos de operação de um sistema típico gerando, ao mesmo tempo, uma série de observações estatísticas sobre o desempenho do sistema ao longo desse período. Em virtude de sua excepcional versatilidade, a simulação tem sido aplicada a diversas áreas. Além disso, seus horizontes continuam a se alargar em razão do grande progresso que vem sendo feito nos pacotes de software para simulação, inclusive software para realização de simulações em planilhas.

No entanto, a simulação não pode ser vista como uma panacéia ao se estudar sistemas estocásticos. Quando aplicável, métodos analíticos (como aqueles apresentados nos Capítulos 15 a 19) possuem algumas vantagens significativas. A simulação é inerentemente uma técnica imprecisa. Ela fornece apenas *estimativas estatísticas* e não resultados exatos e *compara alternativas* e não gera uma alternativa ótima (a menos que algum pacote de software especial, como o OptQuest, seja usado). Além disso, apesar de grandes avanços de software, a simulação ainda pode ser considerada uma forma relativamente *lenta e custosa* no estudo de sistemas estocásticos complexos. Para tais sistemas, normalmente se requer grandes despesas e quantidade de tempo para análise e programação, além de considerável tempo de processamento em computador. Os modelos de simulação tendem a se tornar incontroláveis, de modo que o número de casos que possam ser executados e a precisão dos resultados obtidos normalmente acabem sendo inadequados. Finalmente, a simulação gera apenas *dados numéricos* sobre o desempenho de um sistema e, portanto, não fornece nenhuma visão extra sobre as relações causa-efeito contidas no sistema, exceto pelas dicas que podem ser deduzidas desses números (e de uma análise necessária para construir o modelo de simulação). Assim, é muito caro conduzir uma análise de sensibilidade dos valores de parâmetros assumidos pelo modelo. A única maneira possível seria conduzir novas séries de simulações com diferentes valores de parâmetros, que tenderia a fornecer relativamente pouca informação a um custo relativamente alto.

Por todas essas razões, os métodos analíticos (quando disponíveis) e a simulação têm papéis complementares importantes no estudo de sistemas estocásticos. Um método analítico é adequado para realização de pelo menos uma análise preliminar, para examinar relações de causa-efeito, para uma otimização grosseira e para conduzir análises de sensibilidade. Quando o modelo matemático para o método analítico não captura todas as características importantes do sistema estocástico, a simulação é bem-vinda para incorporar todas essas características e então obter informações detalhadas sobre as medidas de desempenho de alguns candidatos em potencial para a configuração final do sistema.

A simulação fornece uma maneira de *experimentação* com sistemas ou políticas propostos sem, na verdade, implementá-los. Deve ser usada teoria estatística sólida no desenho desses experimentos. Normalmente são necessários processamentos surpreendentemente longos de simulação para se obter resultados *significativos em termos estatísticos*. Entretanto, *técnicas de redução de variância* (descritas no primeiro suplemento para este capítulo e contido no CD-ROM) ocasionalmente podem ser muito úteis na redução do tempo de processamento necessário para essas simulações.

Surgem diversos problemas estratégicos ao se aplicar procedimentos de estimação estatística a experimentos simulados. Entre tais problemas, temos de prescrever *condições iniciais* adequadas, determinar qual o *período de aquecimento* necessário para se atingir basicamente uma condição de estado estável e lidar com observações *estatisticamente dependentes*. Esses problemas podem ser eliminados usando-se o *método regenerativo* de análise estatística (descrito no segundo suplemento para este capítulo contido no CD-ROM). Entretanto, há algumas restrições em relação a quando esse método pode ser aplicado.

Inquestionavelmente a simulação tem um lugar de grande importância na teoria e prática da PO. Ela é uma ferramenta inestimável para uso naqueles problemas nos quais as técnicas analíticas são inadequadas e seu emprego está em contínuo crescimento.

REFERÊNCIAS SELECIONADAS

1. BANKS, J. (Ed.). *Handbook of Simulation:* Principles, Methodology, Advances, Applications, and Practice. Nova York: Wiley; Norcross, GA: Industrial Engineering & Management Press, 1998.
2. BANKS, J. et al. *Discrete-Event Simulation System.* 3. ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2001.
3. BANKS, J.; GIBSON, R. Simulating in the Real World. *IIE Solutions,* v. 33, n. 4, p. 38-40, abr. 2001.
4. CHISMAN, J. A. *Industrial Cases in Simulation Modeling.* Belmont, CA: Duxbury Press, 1996.
5. COCHRAN, J. K. et al. Simulation Project Characteristics in Industrial Settings. *Interfaces,* v. 25, n. 4, p. 104-113, jul./ago. 1995.
6. FISHMAN, G. S. *Discrete-Event Simulation.* Nova York: Springer, 2001.
7. ______. *Monte Carlo:* Concepts, Algorithms and Applications. Nova York: Springer-Verlag, 1996.
8. FU, M. C. Otimization for Simulation: Theory vs. Practice. *INFORMS Journal on Computing,* v. 14, p. 192-215, 2002.
9. GOLDSMAN, D. et al. Ranking and Selection for Steady-State Simulation: Procedures and Perspectives. *INFORMS Journal on Computing,* v. 14, p. 2-19, 2002.
10. HARRELL, C. et al. *Simulation Using ProModel.* 2. ed., Nova York: McGraw-Hill, 2004.
11. HILLIER, F. S.; HILLIER, M. S. *Introduction to Management Science:* A Modeling and Case Studies Approach with Spreadsheets. Capítulos 15-16. Burr Ridge, IL: McGraw-Hill/Irwin, 2003.
12. KELTON, W. D. et al. *Simulation with Arena.* 3. ed. Nova York: McGraw-Hill, 2004.
13. KLEIJNEN, J. P. C. *Statistical Tools for Simulation Practitioners.* Nova York: Marcel Dekker, 1987.
14. LAW, A. M.; KELTON, W. D. *Simulation Modeling and Analysis.* 3. ed., Nova York: McGraw-Hill, 2000.
15. NANCE, R. E.; SARGENT, R. G. Perspectives on the Evolution of Simulation. *Operations Research,* v. 50, p. 161-172, 2002.
16. PRITSKER, A. A. B.; O'REILLY, J. J. *Simulation with Visual SLAM and AweSim.* 2. ed. Nova York: Wiley, 1999.
17. RUBENSTEIN, R. Y. et al. *Modern Simulation and Modeling.* Nova York: Wiley, 1998.
18. SCHRIBER, T. J. *An Introduction to Simulation Using GPSS/H.* Nova York: Wiley, 1991.
19. STEIGER, N. M.; WILSON, J. R. An Improved Batch Means Procedure for Simulation Output Analysis. *Management Science,* v. 48, p. 1.569-1.586, 2002.
20. THOMPSON, J. R. *Simulation:* A Modeler's Approach. Nova York: Wiley, 1999.
21. WHITT, W. Planning Queueing Simulations. *Management Science,* v. 35, p. 1.341-1.366, 1989.

FERRAMENTAS DE APRENDIZADO PARA ESTE CAPÍTULO INCLUÍDAS NO CD-ROM

Exemplos Trabalhados:

Exemplos para o Capítulo 20

Exemplos Demonstrativos no Tutor PO:

Simulação de um Sistema de Filas Básico
Simulação de um Sistema de Filas com Prioridades

Procedimento Automático no Tutorial IOR:

Animação de um Sistema de Filas

Procedimentos Interativos no Tutorial IOR:

Problema de Entrada em Filas
Problema de Simulação Interativa de Filas

Arquivos em Excel (Capítulo 20 — Simulação):

Exemplos de Planilhas
Queueing Simulator

Módulos de Programa Adicionais para Excel:

Crystal Ball 2000.5 Professional Edition Student Version (inclui OptQuest)
RiskSim (versão acadêmica)

Glossário para o Capítulo 20

Suplementos para Este Capítulo:

Técnicas de Redução de Variância
Método Regenerativo de Análise Estatística
Ver o Apêndice 1 para obter documentação sobre o software.

PROBLEMAS

Os símbolos à esquerda de alguns problemas (ou parte deles) têm o seguinte significado:

D: Os exemplos demonstrativos para este capítulo podem ser úteis.
I: Sugerimos que você use os procedimentos interativos correspondentes listados anteriormente (a impressão registra seu trabalho).
E: Use o Excel.
A: Use um módulo de programa adicional para Excel, como o RiskSim ou Crystal Ball listados antes.
Q: Use o Queueing Simulator.
R: Use números aleatórios uniformes de *três dígitos* (0,096, 0,569 etc.) que são obtidos dos dígitos aleatórios consecutivos da Tabela 20.3, partindo em frente da linha superior, para executar cada parte do problema.

20.1-1.* Use os números aleatórios uniformes nas células C13:C18 da Figura 20.1 para gerar seis observações aleatórias para cada uma das seguintes situações.
(a) Lançamento de uma moeda não viciada.
(b) Um arremessador de beisebol que lança um *strike* 60% das vezes e uma *ball* 40% das vezes.
(c) A cor de um semáforo encontrada por um carro que chega aleatoriamente é verde 40% das vezes, amarelo 10% das vezes e vermelho 50% das vezes.

20.1-2. O clima pode ser considerado um sistema estocástico, pois ele evolui de maneira probabilística de um dia para outro. Suponha que para determinado local essa evolução probabilística satisfaça a seguinte descrição:

A probabilidade de chuva para amanhã é de 0,6, caso esteja chovendo hoje. A probabilidade de o tempo estar claro (sem chover) amanhã é 0,8, caso ele esteja claro hoje.
(a) Use os números aleatórios uniformes nas células C17:C26 da Figura 20.1 para simular a evolução do tempo em dez dias, começando no dia seguinte a um dia claro.
E **(b)** Agora, use um computador com os números aleatórios uniformes gerados pelo Excel para realizar em uma planilha a simulação solicitada no item (*a*).

20.1-3. Jessica Williams, gerente da loja de departamentos central da Kitchen Appliances, acredita que os níveis de estoque de fogões estão acima do necessário. Após revisar a política de estoques para fogões, ela registra o número vendido em um período de 25 dias, conforme resumido a seguir.

Número de fogões vendidos	2	3	4	5	6
Número de dias	4	7	8	5	1

(a) Use esses dados para estimar a distribuição de probabilidades das vendas diárias.
(b) Calcule a média da distribuição obtida no item (*a*).
(c) Descreva como números aleatórios uniformes podem ser usados para simular vendas diárias.
(d) Use os números aleatórios uniformes 0,4476, 0,9713 e 0,0629 para simular vendas diárias durante três dias. Compare a média com a média obtida no item (*b*).
E **(e)** Formule um modelo de planilha para realizar a simulação das vendas diárias. Realize 300 repetições e obtenha a média das vendas ao longo dos 300 dias simulados.

20.1-4. A William Graham Entertainment Company abrirá um novo guichê onde os clientes poderão comprar passagens com antecedência para os diversos eventos de entretenimento que estão ocorrendo na região. Está sendo usada simulação para analisar se eles devem ter um ou dois bilheteiros de plantão no guichê.

Ao simular o início de um dia nesse guichê, constatou-se que o primeiro cliente chega cinco minutos após ele ser aberto e depois os tempos entre chegadas para os quatro clientes seguintes (em ordem) são de três minutos, nove minutos, um minuto e quatro minutos, após o qual há um grande intervalo até a chegada do próximo cliente. Os tempos de atendimento para esses cinco primeiros clientes (em ordem) são de oito minutos, seis minutos, dois minutos, quatro minutos e sete minutos.

(a) Para a alternativa de um único bilheteiro, desenhe um gráfico que mostre a evolução do número de clientes no guichê ao longo desse período.
(b) Use essa figura para estimar as medidas de desempenho usuais — L, L_q, W, W_q e P_n (conforme definições na Seção 17.2) — para esse sistema de filas.
(c) Repita o item (*a*) para a alternativa de dois bilheteiros.
(d) Repita o item (*b*) para a alternativa de dois bilheteiros.

20.1-5. Considere o modelo $M/M/1$ de teoria das filas que foi discutido na Seção 17.6 e Exemplo 2, Seção 20.1. Suponha que a taxa média de chegada seja de 5 por hora, a taxa média de atendimento seja de 10 por hora e você precise estimar o tempo de espera antes de o atendimento ser iniciado usando simulação.

R **(a)** Partindo de um sistema vazio, use incrementos pelo próximo evento para realizar a simulação manualmente até terem ocorrido dois términos de atendimento.
R **(b)** Partindo de um sistema vazio, use incrementos de tempo fixos (adotando dois minutos como unidade de tempo) para realizar a simulação manualmente até terem ocorrido dois términos de atendimento.
D,I **(c)** Use o procedimento interativo para simulação contido no Tutorial IOR (que incorpora o método de incremento pelo próximo evento) para executar interativamente uma simulação até terem sido completados 20 términos de atendimento.
Q **(d)** Use o Queueing Simulator para executar uma simulação com 10.000 chegadas de cliente.
E **(e)** Use o gabarito em Excel para esse modelo nos arquivos Excel para o Capítulo 17 para obter medidas de desempenho usuais para esse sistema de filas. Em seguida, compare esses resultados exatos com as estimativas pontuais correspondentes e com os intervalos de confiança de 95% obtidos na execução de simulação do item (*d*). Identifique qualquer medida cujos resultados exatos caem fora do intervalo de confiança de 95%.

20.1-6. A Rustbelt Manufacturing Company emprega uma equipe de manutenção para reparar suas máquinas conforme a necessidade. A gerência quer que seja feito um estudo de simulação para analisar o tamanho da equipe, onde os tamanhos das equipes considerados são 2, 3 e 4. O tempo necessário pela equipe para reparar uma máquina tem uma distribuição uniforme ao longo do intervalo que vai de 0 a duas vezes a média, em que a média depende do tamanho da equipe. A média é de quatro horas com equipe formada por dois membros, três horas com três membros e de duas horas com uma equipe de quatro membros. O tempo entre quebras de alguma máquina possui uma distribuição exponencial com média de cinco horas. Quando uma máquina quebra e, portanto, exige conserto, a gerência quer que o tempo médio de espera antes de o reparo começar não seja superior a três horas. A gerência também quer que o tamanho da equipe não seja maior do que o estritamente necessário para alcançar esse objetivo.

(a) Desenvolva um modelo de simulação para esse problema descrevendo seus blocos formadores listados na Seção 20.1 à medida que eles forem aplicados ao presente caso.
R **(b)** Considere o caso de uma equipe formada por dois membros. Partindo do caso em que nenhuma máquina precise de reparo, use o procedimento de incremento pelo próximo evento para realizar a simulação manualmente para 20 horas de tempo simulado.
R **(c)** Repita o item (*b*), porém, dessa vez, com incrementos de tempo fixos (ficando 1 hora como unidade de tempo).
D,I **(d)** Use o procedimento interativo para simulação contido no Tutorial IOR (que incorpora o procedimento de incremento pelo próximo evento) para executar interativamente uma simulação ao longo de um período de dez quebras para cada um dos três tamanhos de equipe considerados.
Q **(e)** Use o Queueing Simulator para simular esse sistema ao longo de um período de 10.000 quebras para cada um dos três tamanhos de equipe considerados.
(f) Use o modelo de filas $M/G/1$ apresentado na Seção 17.7 para obter o tempo de espera W_q analiticamente para cada um dos três tamanhos de equipe. Você pode calcular W_q manualmente ou então usar o gabarito para esse modelo nos arquivos em Excel para o Capítulo 17. Que tamanho de equipe deveria ser usado?

20.1-7. Ao realizar uma simulação com um sistema de filas com um único atendente, o número de clientes no sistema é 0 nos dez primeiros minutos, 1 para os 17 minutos seguintes, 2 para os 24 minutos seguintes, 1 para os 15 minutos seguintes, 2 para os 16 minutos seguintes e 1 para os 18 minutos seguintes. Após esse total de 100 minutos, o número volta a 0 novamente. Baseado nesses resultados para os 100 primeiros minutos, realize a seguinte análise (usando a notação para modelos de filas introduzida na Seção 17.2).

(a) Crie um gráfico que mostre a evolução do número de clientes no sistema ao longo desses 100 minutos.

(b) Desenvolva estimativas para P_0, P_1, P_2, P_3.
(c) Desenvolva estimativas para L e L_q.
(d) Desenvolva estimativas para W e W_q.

20.1-8. Observe o primeiro exemplo demonstrativo (*Simulação de um Sistema de Filas Básico*) na área de simulação do Tutor PO.

D,I **(a)** Introduza esse *mesmo problema* no procedimento interativo para simulação no Tutorial IOR. Execute interativamente uma simulação para 20 minutos de tempo de simulação.

Q **(b)** Use o Queueing Simulator com 5.000 chegadas de clientes para estimar as medidas de desempenho usuais para esse sistema de filas segundo o plano atual de disponibilizar dois caixas.

Q **(c)** Repita o item (*b*) para o caso de serem disponibilizados três caixas.

Q **(d)** Agora, faça uma análise de sensibilidade verificando o efeito caso o volume de negócios acabe sendo maior que o projetado. Particularmente, parta do pressuposto de que o tempo médio entre chegadas de clientes acabe sendo apenas 0,9 minuto em vez de 1,0 minuto. Avalie as alternativas de dois e três caixas segundo essa hipótese.

(e) Suponha que *você* seja o gerente desse banco. Use seus resultados de simulação como base para uma decisão gerencial sobre quantos caixas deveriam ser disponibilizados. Justifique sua resposta.

D,I **20.1-9.** Veja o segundo exemplo demonstrativo (*Simulação de um Sistema de Filas com Prioridades*) na área de simulação do Tutor PO. Em seguida introduza esse *mesmo problema* no procedimento interativo para simulação no Tutorial IOR. Execute interativamente uma simulação para 20 minutos de tempo de simulação.

20.1-10.* A Hugh's Repair Shop se especializou em consertar carros alemães e japoneses. A oficina possui dois mecânicos. Um deles trabalha somente em carros alemães, ao passo que o outro apenas em carros japoneses. Em ambos os casos, o tempo necessário para reparar um carro apresenta uma distribuição exponencial com média igual a 0,2 dia. O movimento na oficina vem crescendo constantemente, em especial para os carros alemães. Hugh projeta que, no próximo ano, carros alemães chegarão aleatoriamente à oficina a uma taxa média de 4 por dia e, portanto, o tempo entre chegadas apresentará uma distribuição exponencial com média igual a 0,25 dia. A taxa média de chegada para carros japoneses é projetada em 2 por dia e, assim, a distribuição dos tempos entre chegadas será exponencial com média de 0,5 dia.

Para ambos os tipos de carro, Hugh gostaria que o tempo de espera na oficina antes de o conserto ter sido completado fosse de no máximo 0,5 dia.

(a) Formule um modelo de simulação para realizar uma simulação para estimar qual será, no ano que vem, o tempo de espera até que o conserto seja completado para cada tipo de carro.

D,I **(b)** Considerando-se apenas carros alemães, use o procedimento interativo para simulação contido no Tutorial IOR para realizar essa simulação interativamente ao longo de um período de dez chegadas de carros alemães.

Q **(c)** Use o Queueing Simulator para realizar essa simulação para carros alemães ao longo de um período de chegada de 10.000 carros.

Q **(d)** Repita o item (*c*) para carros japoneses.

D,I **(e)** Hugh está considerando a possibilidade de contratar um segundo mecânico especializado em carros alemães, de modo que dois carros desse tipo poderiam ser consertados ao mesmo tempo. Cada carro será atendido única e exclusivamente por um mecânico. Repita o item (*b*) para essa opção.

Q **(f)** Use o Queueing Simulator com 10.000 chegadas de carros alemães para avaliar a opção descrita no item (*e*).

Q **(g)** Outra opção seria treinar os dois mecânicos atuais para trabalhar em qualquer tipo de carro. Isso aumentaria o tempo de conserto esperado em 10%, passando de 0,2 dia atual para 0,22 dia. Use o Queueing Simulator com 20.000 chegadas de carros de ambos os tipos para avaliar essa opção.

(h) Como a distribuição de tempos entre chegadas e de tempos de atendimento são exponenciais, os modelos de filas $M/M/1$ e $M/M/s$ introduzidos na Seção 17.6 podem ser usados para avaliar analiticamente todas as opções anteriores. Use esses modelos para determinar W, o tempo de espera até o próximo reparo ser completado, para cada um dos casos considerados nos itens (*c*), (*d*), (*f*) e (*g*). Você poderá calcular W manualmente ou então usar o gabarito para o modelo $M/M/s$ nos arquivos em Excel para o Capítulo 17. Para cada um dos casos, compare a estimativa de W obtida pela simulação computadorizada com o valor analítico. O que isso quer dizer sobre o número de chegadas de carros que deveriam ser incluídos na simulação?

(i) Baseado nos resultados anteriores, que opção você selecionaria, caso você fosse Hugh? Por quê?

20.1-11. A Vistaprint produz monitores e impressoras para computadores. No passado, apenas parte deles foi inspecionada em uma base de amostragem. Entretanto, o novo plano é que todos eles serão inspecionados antes de serem liberados. Sob esse plano, os monitores e impressoras serão trazidos para a estação de inspeção um de cada vez à medida que forem completados. Para monitores, o tempo entre chegadas terá uma distribuição uniforme entre dez e 20 minutos. Para impressoras, o tempo de atendimento será uma constante de 15 minutos.

A estação de inspeção possui dois inspetores. Um deles trabalha apenas com monitores e o outro apenas inspeciona impressoras. Em ambos os casos, o tempo de inspeção apresenta uma distribuição exponencial com média de dez minutos.

Antes de iniciar o novo plano, a gerência quer que seja feita uma avaliação de quantos monitores e impressoras serão mantidos na estação de inspeção.

(a) Formule um modelo de simulação para executar uma simulação a fim de estimar os tempos de espera (tanto antes de se iniciar a inspeção quanto após completá-la) para os monitores e para as impressoras.

D,I **(b)** Considerando-se apenas os monitores, use o procedimento interativo para simulação contido no Tutorial IOR para realizar interativamente essa simulação ao longo de um período de dez chegadas de monitores.

D,I **(c)** Repita o item (*b*) para as impressoras.

Q **(d)** Use o Queueing Simulator para repetir os itens (*b*) e (*c*) com 10.000 chegadas em cada caso.

Q **(e)** A gerência está considerando a opção de fornecer novo equipamento de inspeção para os inspetores. Esse equipamento não alteraria o tempo esperado para realizar uma inspeção, porém ele diminuiria a variabilidade dos tempos. Particularmente, para ambos os produtos, o tempo de inspeção teria uma distribuição de Erlang com média de 10 minutos e parâmetro de forma $k = 4$. Use o Queueing Simulator para repetir o item (*d*) segundo essa opção. Compare os resultados com aqueles obtidos no item (*d*).

20.2-1. A Seção 20.2 introduziu quatro aplicações reais de simulação que são descritas em artigos da *Interfaces*. As citações para as duas que também usam modelos de fila são dadas na Seção 17.3. Selecione uma dessas aplicações e leia o artigo correspondente. Redija um resumo de duas páginas da aplicação e os benefícios por ela gerados.

20.2-2. Leia os artigos sobre todas as quatro aplicações de simulação mencionadas no Problema 20.2-1. Para cada uma delas, redija um resumo de uma página da aplicação e os benefícios por elas gerados.

20.3-1.* Use o método congruente misto para gerar as seguintes seqüências de números aleatórios.
(a) Uma seqüência de dez números aleatórios inteiros de *um dígito* de modo que $x_{n+1} \equiv (x_n + 3)$ (módulo 10) e $x_0 = 2$.
(b) Uma seqüência de oito números aleatórios inteiros entre 0 e 7 de modo que $x_{n+1} \equiv (5x_n + 1)$ (módulo 8) e $x_0 = 1$.
(c) Uma seqüência de cinco números aleatórios inteiros de *dois dígitos* de modo que $x_{n+1} \equiv (61x_n + 27)$ (módulo 100) e $x_0 = 10$.

20.3-2. Reconsidere o Problema 20.3-1. Suponha agora que você queira converter esses números aleatórios inteiros em números aleatórios uniformes (aproximados). Para cada uma das três partes, forneça uma fórmula para essa conversão que torne a aproximação a mais próxima possível.

20.3-3. Use o método congruente misto para gerar uma seqüência de cinco números aleatórios inteiros de *dois dígitos* de modo que $x_{n+1} \equiv (41x_n + 33)$ (módulo 100) e $x_0 = 48$.

20.3-4. Use o método congruente misto para gerar uma seqüência de números aleatórios inteiros de *três dígitos* de modo que $x_{n+1} \equiv (201x_n + 503)$ (módulo 1.000) e $x_0 = 485$.

20.3-5. Você precisa gerar cinco números aleatórios uniformes.
(a) Prepare-se para fazer isso usando o método congruente misto para gerar uma seqüência de cinco números aleatórios inteiros entre 0 e 31 de modo que $x_{n+1} \equiv (13x_n + 15)$ (módulo 32) e $x_0 = 14$.
(b) Converta esses números aleatórios inteiros em números aleatórios uniformes o mais próximo possível.

20.3-6. São fornecidos o *gerador congruente multiplicativo* $x_0 = 1$ e $x_{n+1} \equiv 7x_n$ (módulos 13) para $n = 0, 1, 2, \ldots$
(a) Calcule x_n para $n = 1, 2, \ldots, 12$.
(b) Com que freqüência cada inteiro entre 1 e 12 aparece nas seqüências geradas no item (*a*)?
(c) Sem realizar cálculos adicionais, indique como $x_{13}, x_{14}, \ldots$ será comparado com $x_1, x_2, \ldots$

20.4-1. Reconsidere o jogo de lançamento de moeda introduzido na Seção 20.1 e analise por meio de simulação nas Figuras 20.1, 20.2 e 20.3.
(a) Simule uma rodada desse jogo lançando repetidamente sua própria moeda até o jogo terminar. Registre os resultados no formato indicado nas colunas *B*, *D*, *E*, *F* e *G* da Figura 20.1. Quanto você teria ganhado ou perdido caso esta tivesse sido uma rodada real desse jogo?
E **(b)** Revise o modelo de planilha na Figura 20.1 usando a função VLOOKUP do Excel em vez da função IF para gerar cada lançamento simulado da moeda. Em seguida, realize uma simulação de uma rodada desse jogo.
E **(c)** Use esse modelo de planilha revisado para gerar uma tabela de dados com 14 repetições como a da Figura 20.2.
E **(d)** Repita o item (*c*) com 1.000 repetições (como na Figura 20.3).

20.4-2.* Aplique o método de transformação inversa, conforme indicado a seguir, para gerar três observações aleatórias a partir da distribuição uniforme entre –10 e 40 usando os seguintes números aleatórios uniformes: 0,0965, 0,5692, 0,6658.
(a) Aplique esse método graficamente.
(b) Aplique esse método algebricamente.
(c) Escreva a equação que o Excel usaria para gerar cada uma dessas observações aleatórias.

R **20.4-3.** Obtendo números aleatórios uniformes, conforme instrução no início da seção Problemas, gere três observações aleatórias de cada uma das seguintes distribuições de probabilidades.
(a) A distribuição uniforme de 25 a 75.
(b) A distribuição cuja função densidade probabilística é

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{4}(x+1)^3 & \text{se } -1 \le x \le 1 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

(c) A distribuição cuja função de densidade probabilística é

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{200}(x-40) & \text{se } 40 \le x \le 60 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

R **20.4-4.** Obtendo números aleatórios uniformes, conforme instrução no início da seção Problemas, gere três observações aleatórias de cada uma das seguintes distribuições de probabilidades.
(a) A variável aleatória X tem $P\{X = 0\} = \frac{1}{2}$. Dado $X \neq 0$, ela apresenta uma distribuição uniforme entre -5 e 15.
(b) A distribuição cuja função densidade probabilística é

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{se } 1 \le x \le 2 \\ 3 - x & \text{se } 2 \le x \le 3. \end{cases}$$

(c) A distribuição geométrica com parâmetro $p = \frac{1}{3}$, de modo que

$$P\{X = k\} = \begin{cases} \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2}{3}\right)^{k-1} & \text{se } k = 1, 2, \ldots \\ & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

20.4-5. Cada vez que uma moeda não viciada for lançada três vezes, a probabilidade de dar 0, 1, 2 e 3 caras é, respectivamente, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{8}$, e $\frac{1}{8}$. Portanto, com oito grupos de três lançamentos cada, *em média*, um grupo daria 0 cara, três grupos dariam 1 cara, três grupos dariam 2 caras e um grupo daria 3 caras.
(a) Usando uma moeda própria, lance-a 24 vezes divididas em oito grupos de três lançamentos cada e registre o número de grupos com 0 cara, 1 cara, 2 caras e 3 caras.
(b) Obtendo números aleatórios uniformes, conforme instrução no início da seção Problemas, simule os lançamentos especificados no item (*a*) e registre as informações indicadas no item (*a*).
E **(c)** Formule um modelo de planilha para realizar uma simulação de três lançamentos da moeda e registre o número de

caras. Realize uma repetição dessa simulação.

E **(d)** Use essa planilha para gerar uma tabela de dados com oito repetições da simulação. Compare essa distribuição de freqüências do número de caras com a distribuição de probabilidades do número de caras com três lançamentos.

E **(e)** Repita o item (*d*) com 800 repetições.

20.4-6.* O jogo de *craps* requer que o jogador lance dois dados uma ou mais vezes até que se chegue a uma decisão se ele ganhou ou perdeu. Ele ganhará se os primeiros resultados de lançamentos dos dados for uma soma 7 ou 11 ou, alternativamente, se a primeira soma for 4, 5, 6, 8, 9 ou 10 e a mesma soma reaparecer antes de se obter uma soma igual a 7. Ao contrário, ele perderá o jogo se os resultados dos primeiros lançamentos for uma soma 2, 3 ou 12 ou, então, se a primeira soma for 4, 5, 6, 8, 9 ou 10 e a soma 7 ocorrer antes de a primeira soma dar de novo.

E **(a)** Formule um modelo de planilha para realizar uma simulação do lançamento de dois dados. Realize uma repetição.

E **(b)** Realize 25 repetições dessa simulação.

(c) Pesquise entre essas 25 repetições para determinar tanto o número de vezes que o jogador simulado teria ganhado o jogo de *craps* quanto o número de derrotas quando cada jogada começar com o próximo lançamento após a jogada anterior terminar. Use essas informações para calcular uma estimativa preliminar da probabilidade de se ganhar uma única rodada do jogo.

(d) Para um grande número de rodadas, a proporção de vitórias possui uma distribuição *aproximadamente* normal com média $= 0{,}493$ e desvio-padrão $= 0{,}5\sqrt{n}$. Use essas informações para calcular o número de rodadas simuladas que seriam necessárias para se ter uma probabilidade de pelo menos 0,95 de que a proporção de vitórias será menor que 0,5.

R **20.4-7.** Obtendo números aleatórios uniformes, conforme instrução no início da seção Problemas, use o método de transformação inversa e a tabela da distribuição normal dada no Apêndice 5 (com interpolação linear entre valores na tabela) para gerar dez observações aleatórias (até três casas decimais) de uma distribuição normal com média $= 1$ e variância $= 4$. Em seguida, calcule a média da amostra dessas observações aleatórias.

R **20.4-8.** Obtendo números aleatórios uniformes, conforme instrução no início da seção Problemas, gere três observações aleatórias (aproximadas) de uma distribuição normal com média $= 0$ e desvio-padrão $= 1$.

(a) Faça isso aplicando o teorema do limite central, usando três números aleatórios uniformes para gerar cada observação aleatória.

(b) Agora, faça isso usando a tabela para a distribuição normal dada no Apêndice 5 e aplicando o método de transformação inversa.

R **20.4-9.** Obtendo números aleatórios uniformes, conforme instrução no início da seção Problemas, gere quatro observações aleatórias (aproximadas) de uma distribuição normal com média $= 0$ e desvio-padrão $= 1$.

(a) Faça isso aplicando o teorema do limite central, usando três números aleatórios uniformes para gerar cada observação aleatória.

(b) Agora, faça o mesmo usando a tabela para a distribuição normal dada no Apêndice 5 e aplicando o método de transformação inversa.

(c) Use suas observações aleatórias dos itens (*a*) e (*b*) para gerar observações aleatórias de uma distribuição qui-quadrado com 2 graus de liberdade.

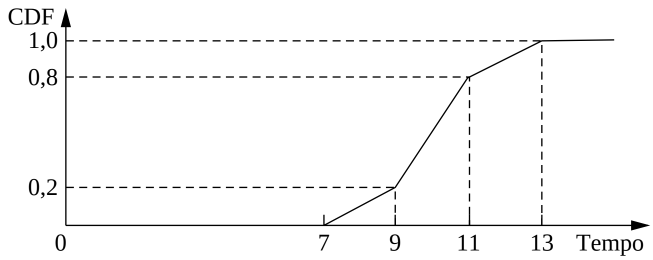
R **20.4-10.*** Use suas observações aleatórias dos itens (*a*) e (*b*) para gerar observações aleatórias de uma distribuição qui-quadrado com 2 graus de liberdade.

(a) A distribuição exponencial com média $= 4$.

(b) A distribuição de Erlang com média $= 4$ e parâmetro de forma $k = 2$ (isto é, desvio-padrão $= 2\sqrt{2}$).

(c) A distribuição normal com média $= 4$ e desvio-padrão $= 2\sqrt{2}$. Use o teorema do limite central e $n = 6$ para cada observação.

20.4-11. Richard Collins, gerente e proprietário da Richard's Tire Service, deseja usar simulação para analisar a operação de sua loja. Uma das atividades a ser incluída na simulação é a instalação de pneus de automóveis (inclusive balanceamento). Richard estima que a função de distribuição cumulativa (CDF) da distribuição de probabilidades do tempo (em minutos) necessário para a instalação de um pneu apresente a forma de gráfico mostrada a seguir.



(a) Use o método de transformação inversa para gerar cinco observações aleatórias dessa distribuição ao usar os cinco números aleatórios uniformes a seguir: 0,2655; 0,3472; 0,0248; 0,9205; 0,6130.

(b) Use uma função aninhada IF para escrever uma equação que o Excel possa usar para gerar cada observação aleatória a dessa distribuição.

R **20.4-12.** Obtendo números aleatórios uniformes conforme instrução no início da seção Problemas, gere quatro observações aleatórias de uma distribuição normal com média $= 1$. Em seguida, use essas quatro observações para gerar uma observação aleatória de uma distribuição de Erlang com média $= 4$ e parâmetro de forma $k = 4$.

20.4-13. Façamos que $r_1, r_2, \ldots, r_n$ sejam números aleatórios uniformes. Defina $x_i = -\ln r_i$ e $y_i = -\ln(1 - r_i)$, para $i = 1, 2, \ldots, n$, e $z = \sum_{i=1}^{n} x_i$. Classifique cada uma das seguintes afirmações como verdadeira ou falsa e então justifique sua resposta.

(a) Os números $x_1, x_2, \ldots, x_n$ e $y_1, y_2, \ldots, y_n$ são observações aleatórias da mesma distribuição exponencial.

(b) A média de $x_1, x_2, \ldots, x_n$ é igual à média de $y_1, y_2, \ldots, y_n$.

(c) z é uma observação aleatória de uma distribuição de Erlang (gama).

20.4-14. Considere uma variável aleatória discreta X que é uniformemente distribuída (probabilidades iguais) no conjunto $\{1, 2, \ldots, 9\}$. Desejamos gerar uma série de observações aleatórias x_i ($i = 1, 2, \ldots$) de X. Foram feitas as três propostas a seguir para tal. Para cada uma delas, analise se é um método válido e, caso não seja, como ele poderia ser ajustado para se tornar um método válido.

(a) Proposta 1: Gere números aleatórios uniformes r_i ($i = 1, 2, \ldots$) e em seguida faça que $x_i = n$, em que n é o inteiro que satisfaz $n/8 \leq r_i < (n + 1)/8$.

(b) Proposta 2: Gere números aleatórios uniformes r_i ($i = 1, 2, \ldots$) e em seguida faça que x_i seja igual ao maior inteiro menor ou igual a $1 + 8r_i$.

(c) Proposta 3: Gere x_i do gerador congruente misto $x_{n+1} \equiv (5x_n + 7)$ (módulos 8), partindo do valor $x_0 = 4$.

R **20.4-15.** Obtendo números aleatórios uniformes, conforme instrução no início da seção Problemas, use o método da aceitação-rejeição para gerar três observações aleatórias da distribuição triangular usada para ilustrar esse método na Seção 20.4.

R **20.4-16.** Obtendo números aleatórios uniformes, conforme instrução no início da seção Problemas, use o método da aceitação-rejeição para gerar três observações aleatórias de uma função densidade probabilística

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{50}(x - 10) & \text{se } 10 \leq x \leq 20 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

R **20.4-17.** Uma companhia de seguros possui apólices para quatro tipos de risco importantes. O número de perdas para cada risco é independente e distribuído de forma idêntica nos pontos {0, 1, 2} com probabilidades, respectivamente, 0,7, 0,2 e 0,1. O tamanho de uma perda individual apresenta a seguinte função distribuição cumulativa:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}}{20} & \text{se } 0 \leq x \leq 100 \\ \frac{x}{200} & \text{se } 100 < x \leq 200 \\ 1 & \text{se } x > 200. \end{cases}$$

Obtendo números aleatórios uniformes, conforme instrução no início da seção Problemas, realize um experimento de simulação com o dobro da perda total gerada pelos quatro tipos de risco.

20.4-18. Uma empresa oferece a seus três funcionários um seguro-saúde dentro de um plano de grupo. Para cada funcionário, a probabilidade de se incorrer em despesas médicas durante um ano é 0,9 e, portanto, o número de funcionários incorrendo em despesas médicas durante um ano tem uma distribuição binomial com $p = 0,9$ e $n = 3$. Dado que um funcionário incorre em despesas médicas durante um ano, a quantia total para o ano apresenta a distribuição US$ 100 com probabilidade 0,9 ou US$ 10.000 com probabilidade 0,1. A empresa tem uma cláusula de dedução de US$ 5.000 com a empresa seguradora de modo que a cada ano a empresa seguradora paga um extra de US$ 5.000 para o total das despesas médicas para o grupo. Use os números aleatórios uniformes 0,01 e 0,20, na ordem dada, para gerar o número de solicitações baseadas em uma distribuição binomial a cada dois anos. Use os seguintes números aleatórios uniformes, na ordem dada, para gerar o valor de cada solicitação: 0,80; 0,95; 0,70; 0,96; 0,54; 0,01. Calcule a quantia total que a empresa seguradora paga por dois anos.

A **20.6-1.** Os resultados de uma simulação são inerentemente aleatórios. Esse problema demonstrará esse fato e investigará o impacto do número de tentativas sobre essa aleatoriedade. Considere o exemplo envolvendo a banca de jornal de Freddie que foi introduzido na Seção 20.6. O modelo de planilha se encontra disponível nos arquivos em Excel deste capítulo contidos no CD-ROM. Ao usar o Crystal Ball, certifique-se de que a opção "Use Same Sequence of Random Numbers" *não* esteja marcada e que Monte-Carlo Sampling Method esteja selecionado na guia Sampling de Run Preferences. Use uma quantidade encomendada de 60.

(a) Configure o número de tentativas em 100 em Run Preferences e execute a simulação do problema do Freddie cinco vezes. Observe o lucro médio para cada simulação.

(b) Repita o item (*a*) exceto configurando o número de tentativas para 1.000 em Run Preferences.

(c) Compare os resultados dos itens (*a*) e (*b*) e comente sobre quaisquer diferenças.

A **20.6-2.** A Aberdeen Development Corporation (ADC) está reconsiderando o projeto Aberdeen Resort Hotel. Ele seria localizado nas pitorescas margens de Grays Harbor e terá um campo de golfe profissional.

O custo para aquisição do terreno seria de US$ 1 milhão, pagável agora. Os custos de construção seriam de aproximadamente US$ 2 milhões, pagáveis no final do ano 1. Entretanto, os custos de construção são incertos. Esses custos poderiam estar 20% acima ou abaixo da estimativa de US$ 2 milhões. Partindo do pressuposto que os custos de construção seguiriam uma distribuição triangular.

A ADC está muito insegura em relação aos lucros (ou perdas) operacionais anuais que seriam gerados assim que o hotel estivesse pronto. Sua melhor estimativa para o lucro operacional anual que seria gerado nos anos 2, 3, 4 e 5 é de US$ 700.000. Em virtude do alto grau de incerteza, a estimativa do desvio-padrão do lucro operacional anual em cada ano também seria de US$ 700.000. Suponha que os lucros anuais sejam estatisticamente independentes e sigam a distribuição normal.

Após o ano 5, a ADC planeja vender o hotel. O preço de venda provável está em torno de US$ 4 milhões a US$ 8 milhões (suponha uma distribuição uniforme). A ADC adota uma taxa de desconto de 10% para calcular o valor presente líquido. Para fins desse cálculo, suponha que os lucros de cada ano sejam recebidos no final do ano. Execute 1.000 tentativas de uma simulação desse projeto em uma planilha.

(a) Qual é o valor presente líquido (VPL) médio do projeto? *Dica:* A função VPL (taxa, fluxo de caixa) no Excel retorna o VPL de uma seqüência de fluxos de caixa supostamente começando daqui a um ano. Por exemplo, o VPL(10%, C5:F5) retorna o VPL a uma taxa de desconto de 10% quando C5 é um fluxo de caixa no final do ano 1, D5 no final do ano 2, E5 no final do ano 3 e F5 no final do ano 4.

(b) Qual é a probabilidade estimada de que o projeto renderá um VPL maior que US$ 2 milhões?

(c) A ADC também está preocupada com o fluxo de caixa nos anos 2, 3, 4 e 5. Gere uma previsão da distribuição do lucro operacional *mínimo* (sem desconto) ganho em qualquer um dos quatro anos. Qual o valor médio do lucro operacional mínimo ao longo dos quatro anos?

(d) Qual é a probabilidade de o lucro operacional anual ser de pelo menos US$ 0 em cada um dos quatro anos de operação?

A **20.6-3.** A fábrica Avery Co. tem tido um problema de manutenção com o painel de controle para um de seus processos de produção. Esse painel de controle contém quatro relés eletromecânicos idênticos que foram a causa do problema. O problema é que os relés caem com bastante freqüência, forçando, portanto, o painel de controle (e o processo de produção que ele controla) a ser desligado enquanto é feita uma manutenção. A prática atual é substituir os relés apenas quando eles falham. O custo total médio de se fazer isso tem sido de US$ 3,19 por hora. Para tentar reduzir esse custo, foi feita uma proposta para substituir todos os quatro relés toda vez que qualquer um deles falhar na tentativa de reduzir a freqüência na qual o painel de controle tem de ser desligado. Essa proposta iria realmente reduzir o custo?

Os dados pertinentes são os seguintes. Para cada relé, o tempo operacional até a falha apresenta uma distribuição aproximadamente uniforme de 1.000 a 2.000 horas. O painel de controle deve ser desligado por uma hora para substituir um relé ou de duas horas para substituir os quatro relés. O custo total associado ao desligamento do painel de controle e substituição dos relés é de US$ 1.000 por hora mais US$ 200 para cada relé novo.

Use simulação em uma planilha para avaliar o custo da proposta e compare-o com a prática atual. Realize 1.000 tentativas (em que o final de cada tentativa coincide com o final de um desligamento do painel de controle) e determine o custo médio por hora.

A **20.6-4.** Para um produto novo ser produzido pela Aplus Company, terão de ser feitos furos para buchas em um bloco de metal e eixos cilíndricos serão inseridos nesses furos. Os eixos precisam ter um raio de pelo menos 1,0000”, porém o raio deveria ser um pouco maior do que o possível. Com o processo de produção proposto para fabricar os eixos, a distribuição de probabilidades do raio de um eixo apresenta uma distribuição triangular com um mínimo de 1,0000”, um valor mais provável de 1,0010” e um valor máximo de 1,0020”. Com o método proposto de furação para as buchas, a distribuição de probabilidades do raio de uma bucha tem uma distribuição normal com média igual a 1,0020” e desvio-padrão 0,0010”. A folga entre uma bucha e um eixo é a diferença de seus raios. Como eles são escolhidos ao acaso, geralmente ocorrem interferências (isto é, folga negativa) para encaixe de uma bucha e um eixo.

A gerência está preocupada com o comprometimento na produção do novo produto que seria causado por essa interferência ocasional. Talvez os processos de produção para os eixos e buchas devessem ser aperfeiçoados (a um custo considerável) para diminuir a chance de interferência. Para avaliar a necessidade para tais melhorias, a gerência solicitou que você determine com que freqüência ocorreria essa interferência com os processos de produção atualmente propostos.

Estime a probabilidade de interferência realizando 500 tentativas de uma simulação em uma planilha.

A **20.6-5.** Reconsidere o Problema 20.4-6 envolvendo o jogo de *craps*. Agora, o objetivo é estimar a probabilidade de se ganhar uma rodada desse jogo. Se a probabilidade for maior que 0,5, você vai querer ir para Las Vegas participar desse jogo inúmeras vezes até eventualmente ganhar uma considerável quantia. Entretanto, se a probabilidade for menor que 0,5, você permanecerá em casa.

Você decidiu realizar uma simulação em planilha para estimar essa probabilidade. Realize o número de tentativas (rodadas do jogo) indicadas a seguir *duas vezes.*

(a) 100 tentativas.
(b) 1.000 tentativas.
(c) 10.000 tentativas.
(d) A probabilidade real é 0,493. Que conclusão você tira das simulações anteriores em relação ao número de tentativas que parecem ser necessárias para dar uma certeza razoável de se obter uma estimativa que se encontre dentro de um intervalo de 0,007 em relação à real probabilidade?

A **20.6-6.** Considere o exemplo envolvendo Freddie que foi introduzido na Seção 20.6. O modelo de planilha se encontra disponível nos arquivos em Excel para este capítulo contidos no CD-ROM. A tabela de decisão gerada na Seção 20.6 (ver a Figura 20.20) para o problema de Freddie sugere que 55 é a melhor quantidade encomendada, porém essa tabela considerou apenas quantidades encomendadas que eram um múltiplo de 5. Refine a busca gerando uma tabela de decisão para o problema de Freddie que considere todas as quantidades encomendadas inteiras entre 50 e 60.

Nota: Os problemas remanescentes requerem o emprego do OptQuest, que está disponível apenas na Professional Edition do Crystal Ball. Esse pacote de software é fornecido no CD-ROM.

20.7-1. Michael Wise opera uma banca em um movimentado cruzamento no centro da cidade. A demanda pelo Sunday *Times* é em média de 300 exemplares com desvio-padrão de 50 exemplares (suponha uma distribuição normal). Michael compra os jornais por US$ 0,75 e os revende a US$ 1,25. Qualquer exemplar que sobre no final do dia é reciclado sem nenhum reembolso.

(a) Suponha que Michael compre 350 exemplares para sua banca para cada manhã de domingo. Use o Crystal Ball para realizar 500 tentativas de simulação em uma planilha. Qual será o lucro médio de Michael na venda do Sunday *Times*? Qual será a probabilidade de Michael pelo menos empatar o capital aplicado (lucro US$ 0)?
(b) Gere uma tabela de decisão que considere cinco quantidades encomendadas possíveis entre 250 e 350. Que quantidade encomendada maximizaria o lucro médio de Michael?
(c) Gere um gráfico de tendências para as cinco quantidades encomendadas consideradas no item (*b*).
(d) Use o OptQuest para encontrar a quantidade encomendada que maximiza o lucro médio de Michael.

20.7-2. Susan é uma cambista. Ela compra ingressos para os jogos do Los Angeles Laker antes do início da temporada a US$ 100 cada. Já que os ingressos estão esgotados, Susan pode vendê-los por US$ 150 em dia de jogo. Os ingressos que Susan não consegue vender no dia do jogo não possuem mais valor. Baseada em experiência passada, Susan previu a distribuição de probabilidades de quantos ingressos ela poderá vender, conforme mostrado na tabela a seguir.

Ingressos	Probabilidade
10	0,05
11	0,10
12	0,10
13	0,15
14	0,20
15	0,15
16	0,10
17	0,10
18	0,05

(a) Suponha que Susan compre 14 ingressos para cada jogo. Use o Crystal Ball para realizar 500 tentativas de uma simulação em planilha. Qual será o lucro médio de Susan obtido na venda dos ingressos? Qual será a probabilidade de Susan pelo menos empatar o capital (lucro US$ 0)? *Dica:* Use uma Custom Distribution (distribuição personalizada) para simular a demanda por ingressos.

(b) Gere uma tabela de decisão para considerar todas as nove quantidades possíveis de ingressos a serem comprados entre 10 e 18. Que quantidade comprada maximiza o lucro médio de Susan?

(c) Gere um gráfico de tendências para as nove quantidades compradas consideradas no item (*b*).

(d) Use o OptQuest para encontrar a quantidade comprada que maximize o lucro médio de Susan.

20.7-3. A Road Pavers, Inc. (RPI) está considerando a possibilidade de participar de uma concorrência no projeto de construção de uma rodovia estadual. A RPI estimou o custo dessa obra em particular em torno de US$ 5 milhões. O custo de preparar uma proposta para a concorrência é estimado em torno de US$ 50.000. O Estado também receberá quatro outras propostas do projeto de concorrentes da RPI. A experiência passada com esses concorrentes sugere que as propostas de cada concorrente estarão muito provavelmente 20% acima do custo, mas poderiam estar 5% acima ou até 40% acima do custo. Suponha uma distribuição triangular para cada uma dessas propostas.

(a) Suponha que a RPI faça uma proposta de US$ 5,7 milhões no projeto. Use o Crystal Ball para realizar 500 tentativas de uma simulação em planilha. Qual será a probabilidade de a RPI não ganhar a concorrência? Qual o lucro médio da RPI?

(b) Gere uma tabela de decisão para considerar oito propostas possíveis entre US$ 5,3 milhões e US$ 6 milhões e faça uma previsão do lucro médio da RPI. Que proposta maximizaria o lucro médio da RPI?

(c) Gere um gráfico de tendências para as oito propostas consideradas no item (*b*).

(d) Use o OptQuest para encontrar a proposta que maximiza o lucro médio da RPI.

20.7-4. O vôo 120 entre Seattle e São Francisco é um vôo popular entre os viajantes, ou a negócios ou turismo. O avião tem capacidade para 112 passageiros em um único compartimento. São oferecidas tarifas com desconto para compra com sete dias de antecedência e tarifas cheias. A direção da companhia aérea está tentando decidir (1) quantos assentos alocar para a tarifa com desconto para compra com sete dias de antecedência e (2) quantas passagens emitir no total.

A passagem com desconto é vendida por US$ 150 e não é reembolsável. A demanda por tarifas com desconto para compra com sete dias de antecedência está, tipicamente, entre 50 e 150, mas é muito mais provável estar próximo de 90. Suponha uma distribuição triangular. A tarifa cheia (sem exigência de compra com antecedência e totalmente reembolsável antes do horário de *check-in*) é de US$ 400. Excluindo-se os clientes que compraram essa passagem e então cancelaram antes do horário de *check-in*, a demanda é igualmente provável de se encontrar entre 30 e 70 para essas passagens (com toda a demanda ocorrendo essencialmente a uma semana do vôo). A média de passageiros que não comparecem para embarcar é de 5% para as passagens com desconto e sem reembolso e de 15% para as passagens reembolsáveis e com preços cheios. Se comparecerem um número de passageiros com passagens maior que o número de assentos disponíveis, os passageiros extras têm de ser "descartados". Um passageiro descartado é realocado para outro vôo e recebe um *voucher* para uma passagem gratuita em um vôo futuro. O custo total para a companhia aérea que descarta um passageiro é de US$ 600. Há um custo total de US$ 10.000 para operar o vôo.

Há duas decisões a serem tomadas. Primeiramente, no período de uma semana antes do vôo, quantas passagens deveriam ser disponibilizadas com desconto? Muitas, e a empresa corre o risco de perder potenciais passageiros para a compra de passagens a preço cheio. Poucas, e a empresa pode ter um vôo sem sua capacidade total preenchida. Em segundo lugar, quantas passagens deveriam ser emitidas no total? Muitas, e a empresa correria o risco de precisar descartar passageiros. Poucas, e a empresa correria o risco de ter um vôo sem sua capacidade total preenchida.

(a) Suponha que a companhia aérea disponibilize um máximo de 75 passagens para a tarifa com desconto e um máximo de 120 passagens no total. Use o Crystal Ball para gerar uma previsão de 1.000 tentativas da distribuição do lucro, o número de assentos preenchidos e o número de passageiros descartados.

(b) Gere uma Solver Table bidimensional que forneça um lucro médio para todas as combinações dos seguintes valores das duas variáveis de decisão: (1) o número máximo de passagens disponibilizadas com tarifa com desconto é um múltiplo de 10 entre 50 e 90 e (2) o número máximo de passagens disponibilizadas para ambas as tarifas são de 112, 117, 122, 127 ou 132.

(c) Use o OptQuest para tentar determinar o número máximo de passagens com desconto e o número máximo total de passagens disponibilizadas de modo a maximizar o lucro esperado da companhia aérea.

■ CASOS

CASO 20.1 REDUÇÃO DE ESTOQUE DE ITENS EM FABRICAÇÃO (REVISITADO)

Reconsidere o caso 17.1. Os sistemas de filas atual e propostos nesse caso deviam ser analisados com a ajuda de modelos de fila para determinar como reduzir o máximo possível o estoque de itens em fabricação. Entretanto, esses mesmos sistemas de filas também podem ser analisados efetivamente aplicando-se simulação com a ajuda do Queueing Simulator no *Courseware* de PO.

Use a simulação para realizar toda a análise solicitada neste caso.

CASE 20.2 HISTÓRIAS DE AVENTURA

A Adventure Toys Company fabrica uma popular linha de super-heróis e os distribui para lojas de brinquedos a um preço de distribuidor de US$ 10 por unidade. A demanda pelos super-heróis é sazonal, com as vendas mais elevadas ocorrendo antes do Natal e durante a primavera. As menores vendas ocorrem durante os meses de verão e inverno.

A cada mês as vendas mensais "base" seguem uma distribuição normal com média igual às vendas "base" reais do mês anterior e com desvio-padrão de 500 unidades. As vendas reais em qualquer mês são as vendas mensais-base multiplicadas pelo fator de sazonalidade para o mês em questão, conforme mostrado na tabela a seguir. As vendas-base em dezembro de 2004 foram de 6.000 unidades, com vendas reais iguais a (1,18)(6.000) = 7.080. Hoje é 1º de janeiro de 2005.

Mês	Fator de Sazonalidade	Mês	Fator de Sazonalidade
Janeiro	0,79	Julho	0,74
Fevereiro	0,88	Agosto	0,98
Março	0,95	Setembro	1,06
Abril	1,05	Outubro	1,10
Maio	1,09	Novembro	1,16
Junho	0,84	Dezembro	1,18

Tipicamente, as vendas à vista contribuem com cerca de 40% das vendas mensais, mas esse número tem chegado a um mínimo de 28% e um máximo de 48% em alguns meses. O restante das vendas é feito a crédito em 30 dias sem cobrança de juros, com o pagamento total feito um mês depois após a entrega. Em dezembro de 2004, 42% das vendas foram à vista e 58% a crédito.

Os custos de produção dependem de custos de matéria-prima e mão-de-obra. O plástico necessário para fabricar os super-heróis flutua em termos de preço mês a mês, dependendo das condições de mercado. Em decorrência dessas flutuações, os custos de produção podem se encontrar em qualquer ponto entre US$ 6 e US$ 8 por unidade. Além desses custos de produção variáveis, a empresa incorre em um custo fixo de US$ 15.000 por mês para fabricar os super-heróis. A empresa monta os produtos encomendados. Quando um lote de determinado super-herói for encomendado, ele é fabricado imediatamente e despachado em alguns dias.

A empresa utiliza oito máquinas de molde para moldar os super-heróis. Essas máquinas quebram ocasionalmente e exigem uma peça de reposição de US$ 5.000. Cada máquina requer uma peça de reposição com uma probabilidade de 10% a cada mês.

A empresa tem uma política de manter um saldo em caixa mínimo de pelo menos US$ 20.000 no final de cada mês. O saldo no final de dezembro de 2004 (ou, equivalentemente, no início de janeiro de 2005) é de US$ 25.000. Se necessário, a empresa tomará um empréstimo de curto prazo (um mês) para cobrir despesas e manter um saldo mínimo. Os empréstimos têm de ser pagos no mês seguinte com juros (usando a taxa de juros de empréstimo do mês corrente). Por exemplo, se a taxa de juros anual de março for de 6% (portanto, 0,5% ao mês) e for levantado um empréstimo de US$ 1.000 em março, então US$ 1.005 é devido em abril. Entretanto, um novo empréstimo pode ser levantado a cada mês.

Qualquer saldo que sobre no final de um mês (inclusive o saldo mínimo) é transportado para o mês seguinte e também recebe juros de poupança. Por exemplo, se o saldo final em março for de US$ 20.000 e a taxa de juros de março for de 3% ao ano (portanto, 0,25% ao mês), então US$ 50 de juros de poupança é ganho em abril.

Tanto a taxa de juros de empréstimo como a taxa de juros de poupança são estabelecidas mensalmente baseadas na taxa *Prime*. A taxa de juros de empréstimo é estabelecida em *Prime* + 2%, ao passo que a taxa de juros de poupança é estabelecida em *Prime* − 2%. Entretanto, a taxa de juros de empréstimo tem um teto de (não pode exceder) 9% e a taxa de juros de poupança jamais cairá abaixo de 2%.

A taxa *Prime* em dezembro de 2004 era de 5% ao ano. Essa taxa depende dos caprichos do Federal Reserve . Particularmente, para cada mês, há uma probabilidade de 70% de ela permanecer inalterada, uma probabilidade de 10% de ela aumentar em 25 pontos (0,25%), uma probabilidade de 10% de ela diminuir em 25 pontos, uma probabilidade de 5% de ela aumentar em 50 pontos e uma probabilidade de 5% de ela diminuir em 50 pontos.

(a) Formule um modelo de simulação em planilha para controlar mês a mês os fluxos de caixa da empresa. Indique as distribuições de probabilidades (tanto o tipo como os parâmetros) para as células pressupostas diretamente na planilha. Simule 1.000 tentativas para o ano de 2005 e cole os resultados obtidos na planilha.

(b) A direção da Adventure Toys quer informações sobre qual seria o patrimônio líquido da empresa no final de 2005, incluindo a probabilidade de o patrimônio líquido ultrapassar zero. O patrimônio líquido é definido aqui como o saldo em caixa final *mais* juros de poupança e contas a receber *menos* quaisquer empréstimos e juros devidos. Exiba os resultados de sua simulação realizada no item (*a*) nas diversas formas que você imagina que seriam úteis para a direção analisar essa questão.

(c) São necessárias providências para se obter um limite de crédito específico do banco para empréstimos a curto prazo que eventualmente seriam necessários durante o ano 2005. Portanto, a direção da Adventure Toys também gostaria de ter informações referentes ao volume máximo de empréstimos a curto prazo que poderiam ser necessários durante 2005. Exiba os resultados da simulação realizada no item (*a*) nos vários formatos que você imagina que seriam úteis para a direção analisar essa questão.

PRÉVIAS DE CASOS ADICIONAIS NO CD-ROM

CASO 20.3 PLAINAS NO PROCESSO PRODUTIVO

O setor de plainas de uma fábrica teve um período particularmente difícil para conseguir atender o seu volume de trabalho, que comprometeu seriamente o cronograma de produção para operações seguintes. Às vezes, surge um grande volume de trabalho e há um grande acúmulo de trabalho atrasado. Em seguida, poderia haver um longo intervalo sem muita coisa para fazer de modo que as plainas ficavam ociosas parte do tempo. Foram feitas três propostas distintas para atenuar o gargalo no setor de plainas: (1) adquirir mais uma plaina, (2) eliminar a variabilidade dos tempos entre chegadas das tarefas e (3) reduzir a variabilidade do tempo necessário para realização das tarefas. Qualquer uma dessas ou uma combinação destas propostas pode ser adotada. Com o auxílio do Queueing Simulator, deve-se usar simulação para determinar o que deve ser feito de modo a minimizar o custo total esperado por hora.

CASE 20.4 DETERMINANDO PREÇOS SOB PRESSÃO

Um cliente de um grande banco de investimentos está interessado em comprar uma opção de compra européia para determinada ação que lhe dá o direito de comprar a ação a um preço fixo 12 semanas antes. O cliente faria uso então dessa opção em 12 semanas somente se seu preço fixo fosse menor que o preço de mercado naquele momento. O banco precisa determinar que preço deveria ser cobrado por essa opção de compra. Esse preço deve ser um valor médio da opção em 12 semanas. Baseado em um modelo de movimentação aleatório de como o preço da ação evolui de semana em semana, deve-se usar simulação para estimar esse valor médio. Como ponto de partida devem ser cuidadosamente formulados os diversos elementos de um modelo de simulação.