



*PME-3211 - Mecânica dos Sólidos II*  
*12ª Lista de Exercícios*

**Exercícios Propostos (Livro-Texto):**

**Referência:**

Gere, J.M. & Goodno, B.J., Mecânica dos Materiais, Cengage Learning, 2010, 858 p.

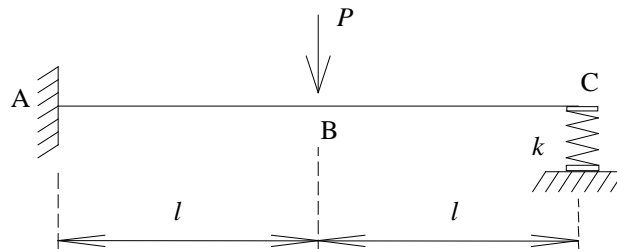
Cap. 2: 2.4-5, 2.4-7, 2.4-11, 2.4-13, 2.4-16.

Cap. 3: 3.8-4, 3.8-5, 3.8-8, 3.8-9.

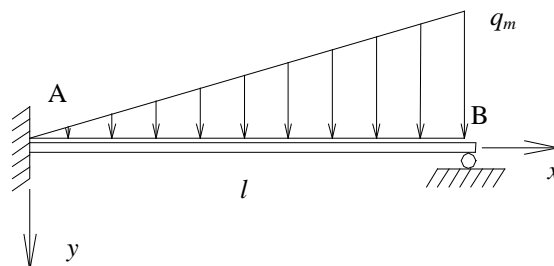
Cap. 10: 10.4-12, 10.4-14, 10.4-21, 10.4-22, 10.4-23.

1) O modelo indicado a seguir corresponde ao de uma viga de comprimento  $2l$  e rigidez flexional  $EI$ , engastada em A e sustentada em C por uma mola de constante  $k$ . A meio vão (seção B) é aplicada uma força vertical de intensidade  $P$ . Escolhendo o momento reativo em A ( $M_A$ ) como sendo a incógnita hiperestática do problema, determine:

- o esquema de cálculo para a determinação da incógnita hiperestática  $M_A$  (i.é, identifique a EIF associada a esta incógnita, os carregamentos aplicados à EIF escolhida e os esforços reativos);
- o valor da incógnita  $M_A$  em função dos parâmetros dados ( $P$ ,  $l$ ,  $EI$  e  $k$ );
- o valor do deslocamento vertical da seção B, usando a isostática escolhida.

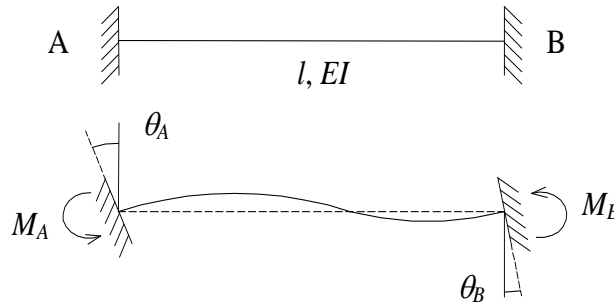


2) A viga AB indicada abaixo possui comprimento  $l$  e rigidez flexional  $EI$ . Sobre ela atua um carregamento linearmente distribuído de intensidade máxima  $q_m$  (em N/m). Pede-se a reação sobre o apoio B, em função de  $q_m$  e  $l$ ;



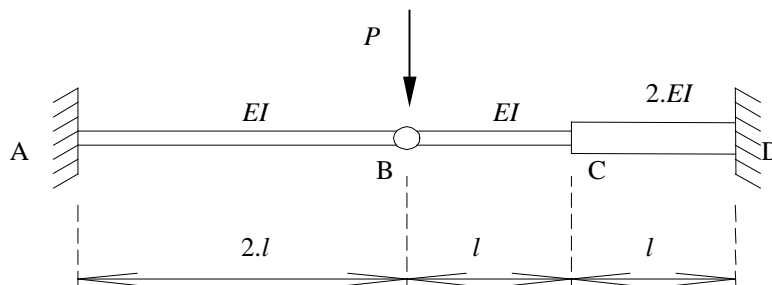


3) Considere a viga biengastada de comprimento  $l$  e rigidez flexional  $EI$  indicada abaixo. Se forem aplicadas rotações  $\theta_A$  e  $\theta_B$  às extremidades A e B, conforme indicado na figura, determine as relações entre os momentos reativos  $M_A$  e  $M_B$  e as rotações  $\theta_A$  e  $\theta_B$  impostas, ou seja, determine as relações  $M_A = M_A(\theta_A, \theta_B)$  e  $M_B = M_B(\theta_A, \theta_B)$ . Admita comportamento elástico linear do material e pequenas rotações.



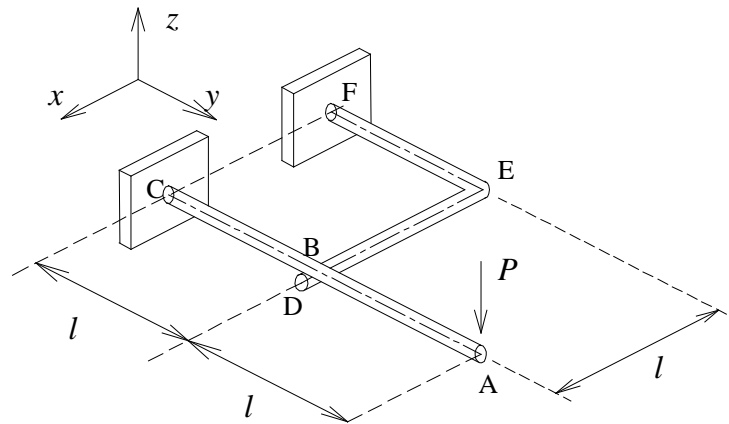
4) A viga AB, de comprimento total  $2l$  e rigidez flexional  $EI$ , está conectada à viga BCD de comprimento  $2l$  e rigidez variável (no trecho BC a rigidez flexional vale  $EI$ , e no trecho CD,  $2EI$ ). Considerando que as seções A e D estejam engastadas e que a união em B possa ser representada por uma articulação ideal, determine para o carregamento indicado:

- O grau de hiperestaticidade estrutural; uma EIF para a solução do problema e o diagrama de momentos fletores da estrutura (obtido a partir da solução do problema usando a EIF escolhida);
- a rotação à esquerda e à direita da articulação B.



5) A estrutura abaixo é formada por barras de alumínio (7075-T6) de seção transversal circular (diâmetro  $d$ ). A barra ABC encontra-se engastada na seção C, enquanto a seção B está simplesmente apoiada sobre a barra DEF (engastada em F), a qual fornece uma única reação vertical no ponto de contato entre as barras. Determine o valor mínimo de  $d$  para que o ponto mais crítico do sistema tenha um coeficiente de segurança C.S. = 2 com relação ao início de escoamento para o carregamento indicado (utilize o critério de Tresca).

Obs: Indique as seções mais solicitadas, a localização dos pontos críticos nestas seções e o estado de tensões nestes pontos usando a base indicada.



Dados:  $P = 500 \text{ N}$ ,  $l = 400 \text{ mm}$ ,  $E = 69 \text{ GPa}$ ,  $\sigma_e = 503 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,33$ .

---

6) Utilizando resultados parciais encontrados no problema anterior (incluindo o valor do diâmetro encontrado), determine o deslocamento vertical e a rotação na seção A.



*PME-2300 - Mecânica dos Sólidos I*  
*Respostas da 12ª Lista de Exercícios*

$$1) \text{ b) } M_A = 3Pl \cdot \left[ \frac{k.l^3 + EI}{8k.l^3 + 3EI} \right]$$

Obs: Note que, pela expressão acima, quando  $k \rightarrow 0$ , teremos  $M_A \rightarrow Pl$  (como era de se esperar!!).

$$\text{c) } |\delta_{V,B}| = \frac{Pl^3}{12EI} \cdot \left[ \frac{7k.l^3 + 12.EI}{8k.l^3 + 3.EI} \right] \quad (\downarrow)$$

Obs: Note ainda que, pela expressão acima, quando  $k \rightarrow 0$ , teremos  $|\delta_{V,B}| = Pl^3/3EI$  (como já era esperado!!). Tais verificações mostram-se bastante úteis quando analisamos estruturas um pouco mais complexas, pois mostram a consistência interna das expressões encontradas.

---

$$2) R_B = \frac{11.q_m.l}{40} = 0,275.q_m.l$$

---

$$3) M_A = \left( \frac{4EI}{l} \right) \cdot \theta_A + \left( \frac{2EI}{l} \right) \cdot \theta_B \quad \text{e} \quad M_B = \left( \frac{2EI}{l} \right) \cdot \theta_A + \left( \frac{4EI}{l} \right) \cdot \theta_B$$

---

4) a) O diagrama de momentos fletores é linear, partindo de zero (junto à articulação) e indo até os valores máximos junto aos engastamentos A e D, dados por:  $M_A = 0,72.Pl$  e  $M_D = 1,28.Pl$

$$\text{b) Rotação à esquerda: } \theta_{B,esq} = 0,72 \cdot \frac{Pl^2}{EI} \quad ; \quad \text{Rotação à direita: } \theta_{B,dir} = 0,8 \cdot \frac{Pl^2}{EI}$$

---

$$5) d \cong 23,7 \text{ mm}$$

---

$$6) \delta_{V,A} \cong 2,3686 \cdot \frac{Pl^3}{EI} \cong 71 \text{ mm} \quad \text{e} \quad \theta_A \cong 1,8212 \cdot \frac{Pl^2}{EI} \cong 0,1363 \text{ rad} \cong 7,8^\circ$$