

SEM 536 - Sistemas de Controle I

Aula 10 - Critério de Nyquist

Adriano A. G. Siqueira

Universidade de São Paulo

- Relaciona a resposta em frequência em malha aberta com o número de pólos estáveis do sistema em malha fechada.
- **Diagrama de Nyquist** ou gráficos polares: Gráfico da parte imaginária de $H(j\omega)$ versus a parte real de $H(j\omega)$

$$\text{Imag}[H(j\omega)] \times \text{Re}[H(j\omega)]$$

- Exemplo

$$G(s) = \frac{1}{s + 1}$$

- **Princípio do argumento:** O mapeamento de contorno de $H(s)$ envolverá a origem se o contorno contém um pólo ou zero de $H(s)$
- O número total de envolvimentos (N) da origem do plano $H(s)$ no sentido horário, conforme um ponto percorre um contorno fechado no plano s no sentido horário, é igual a $Z - P$.

Z zeros e P pólos de $H(s)$.

- Função de Transferência de Malha Fechada:

$$T(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)}$$

- Equação característica:

$$1 + KG(s) = 0$$

$$1 + KG(s) = 1 + K \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{a(s) + Kb(s)}{a(s)}$$

$$1 + KG(s) = 1 + K \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{a(s) + Kb(s)}{a(s)}$$

- $a(s) \Rightarrow$ pólos de $1 + KG(s)$ e pólos de $KG(s)$
- $a(s) + Kb(s) \Rightarrow$ zeros de $1 + KG(s)$ e **pólos da FT de Malha Fechada $T(s)$**

- Contorno de Nyquist: contorno no plano s contendo todo o **semiplano direito** (SPD)
- Mapeamento de $1 + KG(s)$ pelo contorno de Nyquist envolverá a origem se $1 + KG(s)$ contém pólos e zeros no SPD.
- Mapeamento de $KG(s)$ pelo contorno de Nyquist envolverá o ponto -1 se $1 + KG(s)$ contém pólos e zeros no SPD.

- P : número de pólos de $KG(s)$
- Z : número de zeros de $1 + KG(s) =$ **número de pólos de $T(s)$**
- N : número de envolvimentos do ponto -1 no sentido horário ($N > 0$) ou no sentido anti-horário ($N < 0$)
- **Princípio do argumento:** $N = Z - P$

- **Critério de Nyquist:** $Z = N + P$
- Para a estabilidade da FTMF: $Z = 0$
- Se $N = 0 \Rightarrow P$ deve ser nulo
- Se $N < 0$ (anti-horário) $\Rightarrow P$ deve ser igual a $-N$
- Se $N > 0$ (horário) \Rightarrow instabilidade

- Exemplo 1

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^2}$$

- Exemplo 2

$$G(s) = \frac{1}{s - 1}$$

- Exemplo 3

$$G(s) = \frac{1}{s(s + 1)^2}$$

- Exemplo 4

$$G(s) = \frac{s + 3}{s(s - 1)}$$