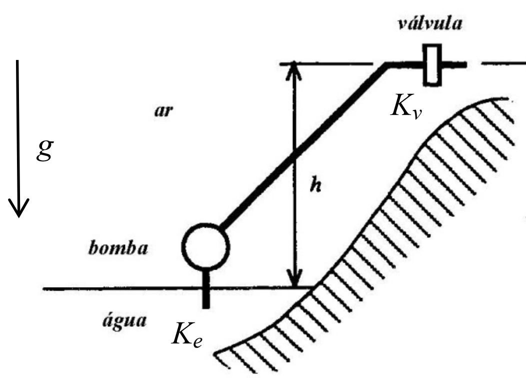
LABORATÓRIO E APLICAÇÕES DE MECÂNICA DOS FLUIDOS (PME 2332)
NOÇÕES DE MECÂNICA DOS FLUIDOS (PME 2333)
Gabarito Terceira Prova - 2015

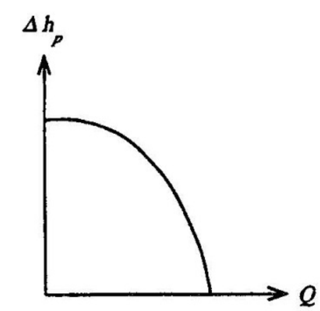
1. (3 pontos) Uma bomba fornece água (de massa específica ρ e viscosidade μ) com uma vazão volumétrica Q à atmosfera, através de um conduto de diâmetro D, comprimento total L e rugosidade e com uma válvula parcialmente aberta na saída, como mostra a figura. A saída está localizada a uma altura h acima da superfície do reservatório de onde é extraída a água. A altura de carga da bomba Δh_p está relacionada com a vazão como segue:

$$\Delta h_p = A - B\,Q^2$$

onde A e B são constantes dimensionais. A perda de altura no sistema inclui a perda distribuída no duto e as perdas singulares na entrada e na válvula, com coeficientes de perda respectivamente de K_e e K_v. Nestas condições:

a) Deduzir uma expressão para a vazão volumétrica em regime permanente Q. Que condição deve satisfazer a curva da bomba?
b) Indicar as dificuldades e um procedimento numérico no cálculo da vazão volumétrica.





Conservação da energia: $H_{E1} + H_{maq} = H_{E2} + \sum h_{perdas}$; $H_E = \dfrac{p}{\rho g} + \dfrac{V^2}{2g} + z$

Perda de carga singular: $h_S = K_S \dfrac{V^2}{2g}$; Perda de carga distribuída: $h_d = f\dfrac{L}{D}\dfrac{V^2}{2g}$

Solução:

a) Se 1 é o ponto no espelho de água e 2 é o ponto na saída (a jusante da válvula), da conservação da altura de energia, temos:

$$H_{E1} + \Delta h_p = H_{E2} + \left(f\frac{L}{D} + K_e + K_v \right)\frac{V^2}{2g}$$

Considerando a pressão atmosférica e a cota do espelho de água como referências, resultam:

$$H_{E1} = 0$$

$$H_{E2} = \frac{V^2}{2g} + h$$

Substituindo (2), (3) e a curva característica da bomba em (1) e considerando que $V = \dfrac{Q}{S}$, onde $S = \pi\dfrac{D^2}{4}$ é a área de passagem do duto, resulta finalmente:

$$\left(B + \frac{f\dfrac{L}{D} + K_e + K_v + 1}{2\,g\,S^2} \right) Q^2 - \left(A - h \right) = 0$$

$$Q = \left(\frac{A-h}{B + \dfrac{f\dfrac{L}{D} + K_e + K_v + 1}{2\,g\,S^2}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{A-h}{B + \dfrac{8\left(f\dfrac{L}{D} + K_e + K_v + 1\right)}{\pi^2\,g\,D^4}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Vemos que a curva da bomba deve satisfazer a condição $A > h$ para existir solução.

b) O fator de atrito depende da vazão através de $f = f\left(Re_D, \dfrac{e}{D}\right)$, com $Re_D = \dfrac{V\,D}{\nu} = \dfrac{4Q}{\pi\,\nu\,D}$. O procedimento é chutar um fator de atrito, calcular a vazão de operação e recalcular o fator de atrito, até convergência.

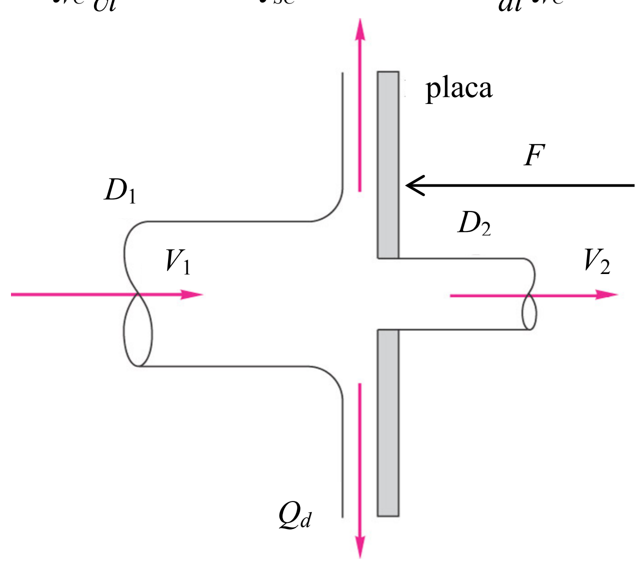
2. (3,5 pontos) Um jato líquido de massa específica ρ, diâmetro D_1 e velocidade V_1 atinge uma placa plana perpendicular contendo um orifício concêntrico de diâmetro D_2, como na figura. Parte do jato atravessa pelo orifício e parte é defletida. Desprezando as forças volumétricas e as perdas e considerando pressão atmosférica fora do jato:

a) Definir um volume de controle para aplicar as leis de conservação.
b) Calcular a velocidade do jato que atravessa o orifício V_2 e a vazão volumétrica defletida Q_d .
c) Calcular a força necessária F para segurar a placa.

Bernoulli: $p + \dfrac{1}{2}\rho V^2 + \rho\,g\,z = cte$

Conservação da massa: $0 = \int_{VC} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} d\upsilon + \int_{SC} \rho\,(\boldsymbol{V}.\breve{\boldsymbol{n}})dA = \dfrac{d}{dt}\int_{VC} \rho\,d\upsilon + \int_{SC} \rho\,(\boldsymbol{V}_r.\breve{\boldsymbol{n}})dA$

Conservação do momento: $\sum \boldsymbol{F}_{ext} = \int_{VC} \dfrac{\partial}{\partial t}(\rho \boldsymbol{V})d\upsilon + \int_{SC} \rho \boldsymbol{V}(\boldsymbol{V}.\breve{\boldsymbol{n}})dA = \dfrac{d}{dt}\int_{VC} \rho \boldsymbol{V}\,d\upsilon + \int_{SC} \rho \boldsymbol{V}(\boldsymbol{V}_r.\breve{\boldsymbol{n}})dA$



Solução:

a) Definimos o volume de controle fixo do jato mais a placa.
b) Aplicando Bernoulli na linhas de corrente que atravessa o orifício, a pressão na entrada e na saída é atmosférica e desprezamos forças volumétricas, de maneira que resulta que o módulo da velocidade é constante $V_2 = V_1$. Aplicando a conservação da massa, resulta:

$$V_1\,A_1 = V_2\,A_2 + Q_d \quad \Rightarrow \quad Q_d = V_1\,A_1 - V_2\,A_2 = V_1\left(A_1 - A_2\right) = V_1\frac{\pi}{4}\left(D_1^2 - D_2^2\right)$$

c) Aplicando a conservação do momento linear no volume de controle, o fluxo de momento defletido se anula, resultando:

$$\sum \boldsymbol{F}_{ext} = -\dot{m}_1 \boldsymbol{V}_1 + \dot{m}_2 \boldsymbol{V}_2$$

onde $\dot{m}_1 = \dfrac{\pi}{4}\rho V_1 D_1^2$ e $\dot{m}_2 = \dfrac{\pi}{4}\rho V_1 D_2^2$. As velocidades e forças resultam:

$\boldsymbol{V}_1 = \boldsymbol{V}_2 = V_1 \breve{x}$

$\sum \boldsymbol{F}_{ext} = -F_x \breve{x}$

Substituindo, resulta:

$F_x = \rho V_1^2 \dfrac{\pi}{4}\left(D_1^2 - D_2^2\right)$

3. (3,5 pontos) Uma aeronave VANT (Veículo Aéreo Não-Tripulado) como a da figura foi projetada com uma asa de área planar A_p e envergadura b. A velocidade de cruzeiro da aeronave é U e o seu peso (totalmente carregada) é P. A seção transversal da asa é constante e utiliza um aerofólio retangular com arqueamento (cambagem) com ângulo de sustentação nula β. Assuma que a aeronave esteja voando a uma altura onde a massa específica do ar é ρ na sua velocidade de cruzeiro, totalmente carregada num voo nivelado. Nestas condições:

a) Calcular o ângulo de ataque α.

b) Calcular a potência requerida W, admitindo-se que o coeficiente de arrasto para o aerofólio infinito com esse mesmo ângulo de ataque vale $C_{D\infty}$.

c) Se ao longo da missão o consumo de combustível faz com que o peso da aeronave diminua para um valor $P' < P$, calcular a nova potência W' e o novo ângulo de ataque α', mantendo a velocidade de cruzeiro e supondo desprezível a variação de $C_{D\infty}$ com o ângulo de ataque. O que acontece como o novo coeficiente de sustentação C_L'? O novo ângulo de ataque deve ser maior ou menor que o original? Justificar.

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A_p};\ C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A_p};\ C_L = \frac{2\pi\,\mathrm{sen}(\alpha+\beta)}{1+\frac{2}{AR}};\ C_D = C_{D\infty} + \frac{C_L^2}{\pi AR}$$

$$AR = \frac{b}{c};\ A_p = b\,c;\ W = D\,U_\infty$$

Solução:

a) Sabendo que a sustentação deve ser igual ao peso e escrevendo a razão de aspecto em função da área planar e a envergadura $AR = \dfrac{b^2}{A_p}$ temos:

$$C_L = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho U^2 A_p} = \frac{2\pi\,\mathrm{sen}(\alpha+\beta)}{1+\frac{2A_p}{b^2}} \quad\Rightarrow\quad \alpha = \arcsin\left[\frac{P\left(1+\frac{2A_p}{b^2}\right)}{\pi\rho U^2 A_p}\right] - \beta$$

b) O coeficiente de sustentação resulta $C_L = \dfrac{2\,P}{\rho\, U^2 A_p}$; daqui a potência resulta:

$$W = D\,U = \frac{1}{2}\rho U^3\, A_p \left(C_{D\infty} + \frac{C_L{}^2}{\pi\, AR} \right)$$

Eliminando C_L obtemos:

$$W = \frac{1}{2}\rho\, A_p\, C_{D\infty}\, U^3 + \frac{2\,P^2}{\pi\, AR\, \rho\, U\; A_p} = \frac{1}{2}\rho\, A_p\, C_{D\infty}\, U^3 + \frac{2\,P^2}{\pi\, \rho\, U\, b^2}$$

A nova potência resulta:

$$W' = \frac{1}{2}\rho\, A_p\, C_{D\infty}\, U^3 + \frac{2\,P'^2}{\pi\, \rho\, U\, b^2}$$

Como $P' < P$ e a velocidade de cruzeiro permanece constante, $W' < W$, $C_L' < C_L$, $C_D' < C_D$ e $\alpha' < \alpha$. Os novos valores resultam:

$$C_L' = \frac{2\,P'}{\rho\, U^2 A_p}$$

$$\alpha' = \arcsin\left[\frac{P'\left(1 + \dfrac{2\,A_p}{b^2}\right)}{\pi\, \rho\, U^2 A_p} \right] - \beta$$

IMPORTANTE:

- Escrever de maneira legível.
- Anteceder as expressões matemáticas com um raciocínio ou com uma explicação do que vai ser feito. NÃO SERÃO ACEITAS EXPRESSÕES MATEMÁTICAS SEM UM RACIOCÍNIO!