Cálculo IV, Prova 2, Prof. Juan López Linares

Para ser entregue no dia 26/11/2015.

1) Encontre a série de Fourier da função:
$$f(x) = \begin{cases} 0, & se -1 \leq x < 0 \\ x^2, & se\ 0 \leq x < 1 \end{cases} \text{ e } f(x+2) = f(x)$$
Esboce os gráficos das três primeiras aproximações para $f(x)$ seguindo a série de Fourier encontrada anteriormente no intervalo $-1 \leq x \leq 1$.

2) Faça uma extensão periódica ímpar da função:
$$f(x) = 4 - x^2 \ se\ 0 < x < 1$$
Encontre a série de Fourier da extensão anterior. Esboce os gráficos das três primeiras aproximações para $f(x)$ seguindo a série de Fourier encontrada anteriormente no intervalo $-2 \leq x \leq 2$.

3) Encontre os autovalores e autofunções do problema de valores de contorno: $x^2 y'' - xy' + \lambda\, y = 0$, $y(1) = 0$, $y(L) = 0$, $L > 1$.

4) Considere a condução do calor em uma barra com *40 cm* de comprimento cujas extremidades são mantidas à temperatura de *0°C* para todo *t > 0*. A superfície lateral da barra está completamente insulada termicamente. Encontre uma expressão para a temperatura $u(x,t)$ quando a distribuição inicial de temperaturas for:
$$u(x,0) = \begin{cases} x, & se\ 0 \leq x \leq 20 \\ 40 - x, & se\ 20 \leq x \leq 40 \end{cases}$$

5) Considere a condução do calor em uma barra com *40 cm* de comprimento cujas extremidades são mantidas à temperatura de -2*0°C* e 30*°C* para todo *t > 0*. A superfície lateral da barra está completamente insulada termicamente. Encontre uma expressão para a temperatura $u(x,t)$ quando a distribuição inicial de temperaturas for $u(x,0) = x$, $se\ 0 \leq x \leq 40$.

6) Considere a condução do calor em uma barra com *40 cm* de comprimento cujas extremidades e a superfície lateral da barra estão completamente insuladas termicamente. Encontre uma expressão para a temperatura $u(x,t)$ quando a distribuição inicial de temperaturas for $u(x,0) = x,\ se\ 0 \leq x \leq 40$.

7) Considere uma corda elástica com *10 cm* de comprimento cujas extremidades são mantidas fixas. A corda é colocada em movimento, sem velocidade inicial, de uma posição inicial: $u(x,0) = \frac{8}{1000}x(10-x)^2$. Encontre uma expressão para o deslocamento vertical de cada ponto da corda: $u(x,t)$.

8) Considere uma corda elástica com *10 cm* de comprimento cujas extremidades são mantidas fixas. A corda é colocada em movimento a partir da sua posição de equilíbrio, com velocidade inicial: $u_t(x,0) = \frac{8}{1000}x(10-x)^2$. Encontre uma expressão para o deslocamento vertical de cada ponto da corda: $u(x,t)$.

9) Desenvolva a teoria que permite encontrar a solução da equação diferencial em derivadas parciais de Laplace no caso do "Problema de Dirichlet em um **Retângulo**".

10) Desenvolva a teoria que permite encontrar a solução da equação diferencial em derivadas parciais de Laplace no caso do "Problema de Dirichlet em um **Círculo**".