Sistemas Lineares Felipe Pait

Lista de exercícios 1

1. Escreva uma demonstração do Teorema de Cayley-Hamilton.
2. Obtenha uma fórmula para $\frac{d}{dt}(A^{-1})$ para uma matriz $A(t)$ arbitrária.
3. Exemplo de aplicação: escolha um sistema e faça sua modelagem na forma de equações de estados.
4. Escreva a expansão da expressão $(A+B)^4$ para matrizes A e B. É necessário que ambas sejam quadradas?
5. Dada uma matriz A com autovalores $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, quais os autovalores de
   (a) A^4?
   (b) A^{-1}?
   (c) A^T?
   (d) A^H?
   (e) αA, onde α é um número real?
   (f) $A^T A$?
6. Mostre que a *norma induzida* de uma matriz A, dada por
$$||A|| = \max_{||x||=1} ||Ax||,$$
é igual a
$$\max_{x \neq 0} \frac{||Ax||}{||x||}.$$
7. Compute $\frac{d}{dt}||x(t)||$ para um vetor x dependente do tempo, explicitando as hipóteses de diferenciabilidade necessárias.
8. Encontre a solução nominal correspondente a $\tilde{u}(t) = \sin(3t), y(0) = 0, \dot{y}(0) = 1$, da equação diferencial
$$\ddot{y}(t) + \frac{4}{3}y^3(t) = -\frac{1}{3}u(t)$$
usando uma identidade trigonométrica apropriada. Escreva es equações do sistema linear que descreva o comportamento das trajetórias do sistema não-linear acima em torno da trajetória nominal.
9. Compute as soluções nominais constantes da equação
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2(t) - 2x_1^2(t)x_2(t) \\ -x_1(t) + x_1^2(t) + u(t) \end{bmatrix}$$
com entrada constante $\tilde{u}(t)$ nula. Encontre as equações de estado linearizadas em torno dessas soluções nominais, que são os pontos de equilíbrio do sistema.
10. Divirta-se!