Respostas

1. a. $\lim_{x\to 9} \sqrt{x} = 3$

   b. $\lim_{x\to -1} \sqrt{3x-5} = -8$

   c. $\lim_{x\to 2} \frac{x^2+9}{x+2} = \frac{13}{4}$

   d. $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x+2} = \frac{0}{4} = 0$

   e. $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} = \lim_{x\to 2}(x+2) = 4$

   f. $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{x\to 1}[\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}] = \lim_{x\to 1}[\frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}] = \lim_{x\to 1} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2}$

2. a. $f(x+h) = (x+h)^3 = x^3 + 3x^2h + xh^2 + x^2h + 2xh^2 + h^3 = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3$

   $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(x^3+3x^2h+3xh^2+h^3)-x^3}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(3x^2h+3xh^2+h^3}{h} = \lim_{h\to 0} 3x^2 + 3xh + h^2 = 3x^2$

   b. $f(x+h) = 2(x+h) = 2x + 2h$

   $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2x+2h-2x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2h}{h} = 2$

3. a. $(5x-3)' = 5$

   b. $(2x^3 - x^2)' = 6x^2 - 2x$

   c. $(\frac{1}{x^2})' = (x^{-2})' = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$

   d. $(\sqrt[3]{x})' = (x^{\frac{1}{3}})' = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

   e. $(\frac{x}{x+1})' = \frac{(x)'(x+1)-x(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)-x}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$

   f. $(3x^5 + \frac{1}{3}x^4 + x + 2)' = 15x^4 + \frac{4}{3}x^3 + 1$

   g. $(x^2 + \frac{1}{x^2} + \sqrt{x})' = (x^2 + x^{-2} + x^{\frac{1}{2}})' = 2x - 2x^{-3} + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 2x - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{2\sqrt{x}} = 2x - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

   h. $(5 + 3x^{-2})' = -6x^{-3} = -\frac{6}{x^3}$

   i. $(5x^4 + bx^3 + cx^2 + k)' = 20x^3 + 3bx^2 + 2cx$

   j. $(\sqrt[3]{x} + \sqrt{x})' = (x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

   k. $(x^2e^{3x})' = (x^2)'e^{3x} + x^2(e^3x)'$

   Vamos calcular $(e^3x)'$. Essa é uma função composta da forma $g(f(x))$, onde $g(x) = e^x$ e $f(x) = 3x$. Assim,

   $g(x) = e^x \Rightarrow g'(x) = e^x$

   $f(x) = 3x \Rightarrow f'(x) = 3$

   $g'(f(x)) = e^{3x}$

   Pela regra da cadeia temos: $(g(f(x)))' = g'(f(x))f'(x) = e^{3x}3$. Assim,

   $(x^2)'e^{3x} + x^2(e^3x)' = 2xe^{3x} + x^2e^{3x}3 = x^{3x}(2+3x)$

l. $(xe^{-2x}) = (x)'e^{-2x} + x(e^{-2x})'$

Vamos calcular $(e^{-2x})'$. Essa é uma função composta da forma $f(g(x))$, onde $f(x) = e^x$ e $g(x) = -2x$. Assim,

$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$

$g(x) = -2x \Rightarrow g'(x) = -2$

$f'(g(x)) = e^{-2x}$

Pela regra da cadeia temos: $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x) = e^{-2x}(-2) = -2e^{-2x}$. Assim,

$(x)'e^{-2x} + x(e^{-2x})' = e^{-2x} + x(-2e^{-2x}) = e^{-2x} - x2e^{-2x} = e^{-2x}(1 - 2x)$

m. $(\sqrt[3]{x^2 + 3})'$

Essa é uma função composta da forma $f(g(x))$, onde $f(x) = \sqrt[3]{x}$ e $g(x) = x^2+3$. Assim,

$f(x) = \sqrt[3]{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

$g(x) = x^2 + 3 \Rightarrow g'(x) = 2x$

$f'(g(x)) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(2x+3)^2}}$

Pela regra da cadeia temos: $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(2x)^2}}2x = \frac{2x}{3\sqrt[3]{(2x+3)^2}}$

n. $ln(2x + 1)$

Essa é uma função composta da forma $f(g(x))$, onde $f(x) = ln(x)$ e $g(x) = 2x + 1$. Assim,

$f(x) = ln(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$

$g(x) = 2x + 1 \Rightarrow g'(x) = 2$

$f'(g(x)) = \frac{1}{2x+1}$

Pela regra da cadeia temos: $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x) = \frac{1}{2x+1}2 = \frac{2}{2x+1}$

4. A inclinação da reta tangente ao gráfico de f é dada pela derivada de f.

$f(x) = x^2 + x \Rightarrow f'(x) = 2x + 1$

Para uma reta ser paralela ao eixo x ela deve ter inclinação igual a 0. Assim, O ponto x em que a reta tangente ao gráfico de f é paralela ao eixo x é aquele que satisfaz $f'(x) = 0$. Assim, $2x + 1 = 0 \iff 2x = -1 \iff x = -\frac{1}{2}$.

Portanto, o ponto é $x = -\frac{1}{2}$ e $y = f(-\frac{1}{2}) = (-\frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2}) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$. Isto é $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$.