

Planck, um revolucionário obstinado: a idéia da quantização

Nos capítulos anteriores enfoquei basicamente as principais descobertas de caráter experimental, como os raios X e a radioatividade. Nossos heróis eram acima de tudo físicos que tinham descortinado esses novos mundos. Agora, precisaremos voltar-nos para a outra face da física, que, embora menos acessível ao leigo, é de igual importância. Refiro-me ao desenvolvimento de idéias teóricas que foram fundamentalmente novas e tão revolucionárias em seus próprios campos quanto a descoberta dos raios X e da radioatividade.

Assim, podemos ver a delicada trama entre teoria e prática que conduz a física em seu progresso de ziguezague entre novos fatos e novas teorias. O objetivo final da física é descrever a natureza e prever fenômenos, coisa que é impossível fazer partindo de teorias apriorísticas: ficaríamos enalacrados após alguns passos e os erros se misturariam uns aos outros e nos levariam a outros caminhos que não o certo. Por outro lado, apenas o uso de experiências faria com que nos emaranhássemos em uma atordoante teia de fatos desconexos, sem a menor esperança de desenredá-los. A combinação da teoria com a prática, propiciada pelo uso da linguagem matemática, é que permite os espantosos resultados que a física tem alcançado. A tarefa mais importante realizada por Galileu foi ter compreendido o poder dessa aliança e ter indicado os meios de conseguí-la.

É como se quase sempre a física seguisse uma linha predestinada e os grandes cientistas simplesmente acelerassem o processo. Se não houvesse um cientista em determinado momento e lugar, haveria um outro e este outro descobriria a mesma coisa. Exceção importante é constituída pela descoberta do *quantum* de ação, ao qual dedicaremos este capítulo.

Os Pilares Teóricos da Física

No final do século XIX, a física clássica tinha atingido alturas admiráveis: sua estrutura era harmoniosa e, até certo ponto, completa. A mecânica tinha amadurecido com a ajuda de Newton, e Lagrange a sistematizara a tal ponto que ela parecia oferecer um modelo universal. A esperança era que cada capítulo da física poderia reduzir-se à mecânica. Essa expectativa, no entanto, foi-se desfazendo, sobretudo porque o eletromagnetismo maxwelliano já não parecia poder ser reduzido à mecânica, como o próprio Maxwell esperava. De qualquer modo, a estrutura do universo

parecia repousar sobre dois pilares: mecânica e eletromagnetismo. Boltzmann já tivera pressentimentos a respeito dessa idéia quando incluiu, em seu tratado sobre a teoria de Maxwell, a pergunta de Fausto no drama de Goethe: "War es ein Gott der diese Zeichen schrieb?" ["Houve um Deus que escreveu esses sinais?"]. A história bíblica do Gênesis poderia ser reescrita em linguagem moderna. "Faça-se a luz!" transformou-se em:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= 4\pi\rho & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} & \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi\mathbf{j}}{c} \end{aligned}$$

isto é, as equações de Maxwell que governam o campo eletromagnético da luz. E, para o movimento dos corpos celestes,

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = k \frac{mm'}{r^2}$$

ditada por Newton.

Um ponto de vista tão radical é tão ingênuo quanto o dos fundamentalistas que acreditam em uma interpretação literal da Bíblia. Além do mais, a despeito de todos os triunfos, havia ainda algumas pequenas "nuvens", conforme sugeria Lord Kelvin. Era difícil conciliar a mecânica newtoniana com o eletromagnetismo maxwelliano, embora ambos tivessem sido confirmados por inúmeras experiências e Hertz tivesse demonstrado que a equação de Maxwell abrangia os fenômenos da luz.

Um terceiro pilar da física, talvez o mais firme, era a ciência da termodinâmica: essa ciência é bastante diferente da mecânica e do eletromagnetismo porque pode ser aplicada a todos os modelos, embora não sugira nenhum em particular. Em sua forma clássica, originou-se de um estudo científico do motor a vapor de Sadi Carnot (1796-1832). Mais tarde foi aperfeiçoada pela descoberta da conservação da energia por Robert Mayer (1814-1878), Hermann von Helmholtz e W. Thomson, e sistematizada por R. Clausius. A termodinâmica clássica é consequência de duas propostas aparentemente inocuas: (1) É possível construir um motor capaz de gerar energia indefinidamente. Tal motor é chamado de moto-contínuo do primeiro tipo e a proposta afirma a conservação da energia. (2) É impossível construir um motor que só faça retirar calor de uma fonte a uma temperatura constante e o converta em trabalho mecânico. Para usar as palavras de Lord Kelvin (1848), "é impossível, por meio de uma força material inanimada, extrair efeito mecânico de qualquer porção de matéria resfriando-a abaixo da temperatura do mais frio dos objetos que a cercam". [W. Thomson, *Mathematical and Physical Papers*, vol. I, p. 174 (Cambridge University Press, 1882).] Esse seria o moto-contínuo do segundo tipo. Observe-se que ele seria tão útil, do ponto de vista prático, quanto o moto-contínuo do primeiro tipo, porque, por exemplo, retiraria calor unicamente do mar e o transformaria em trabalho. Se isso fosse possível, todos os problemas práticos de energia estariam resolvidos. A partir desses dois

postulados, podem-se extrair conseqüências praticamente inesperadas e remotas. Por exemplo, a termodinâmica prevê o abaixamento do ponto de congelamento da água sob pressão, o que explica o fluxo das geleiras.

A termodinâmica tem o mesmo grau de certeza que seus postulados. O raciocínio em termodinâmica é quase sempre sutil, mas é absolutamente sólido e conclusivo. Veremos como Planck e Einstein nele se apoiaram com absoluta confiança e de que modo consideraram a termodinâmica como a única base absolutamente firme para construir uma teoria física. Sempre que tinham de enfrentar grandes obstáculos, recorriam a ela.

A termodinâmica distingue os fenômenos reversíveis dos irreversíveis. Um exemplo dos primeiros é a colisão elástica perfeita entre duas esferas conforme consideradas em mecânica; por outro lado, a expansão de um gás em um vácuo é irreversível. Na nossa experiência cotidiana, vemos fenômenos praticamente reversíveis em ambos os sentidos do tempo. Por exemplo, em uma colisão elástica poderíamos começar do final, reverter todas as velocidades e voltar ao estágio inicial. Isso não é possível com os fenômenos irreversíveis. Ninguém viu ainda todas as moléculas de um volume de gás concentrarem-se espontaneamente em um canto de um recipiente. Se filmarmos um fenômeno, podemos fazer o filme rodar para a frente ou para trás. Se o fenômeno for reversível, não acharemos nenhum critério para afirmar se o filme está rodando de maneira correta ou inversa, mas, se o fenômeno for irreversível, veremos que existe uma forma correta de rodar o filme. Quando uma chama sob uma chaleira esfria a água até congelar, chegamos à conclusão de que observamos um fenômeno irreversível às avessas.

A possibilidade de passarmos de um estágio de um sistema para outro, reversivelmente, depende apenas dos estágios inicial e final. O sentido do tempo em fenômenos irreversíveis é determinado. A idéia de reversibilidade pode ser aprimorada e expressa quantitativamente pelo conceito de entropia. A entropia de um sistema é a quantidade que se relaciona com esse sistema da mesma maneira que seu volume ou sua energia, e pode ser medida com experiências apropriadas. Uma mudança irreversível aumenta a entropia de um sistema isolado e assim a entropia aumenta, ou, pelo menos, não diminui com o tempo.

Até aí, tudo bem. Mas todos os fenômenos mecânicos e eletromagnéticos nos esquemas dessas duas ciências são reversíveis. Depara-se-nos então a seguinte pergunta: se todos os fenômenos elementares são reversíveis e todos os fenômenos físicos são uma combinação deles, de onde vem a óbvia irreversibilidade do mundo macroscópico?

Esse problema fundamental preocupou durante algum tempo algumas das maiores inteligências do século XIX. A nova ciência da mecânica estatística que resultou de seus esforços introduziu os conceitos de probabilidade e, assim, reduziu a distância entre a mecânica e a eletricidade, de um lado, e a termodinâmica, de outro. Entre os fundadores da mecânica estatística estavam Maxwell, R. Clausius, L. Boltzmann e J. W. Gibbs.

Descobriu-se que a segunda lei da termodinâmica não tem uma validade absoluta, mas uma probabilidade extremamente alta. Essa probabilidade é tão alta que, se quiséssemos observar uma exceção em uma escala

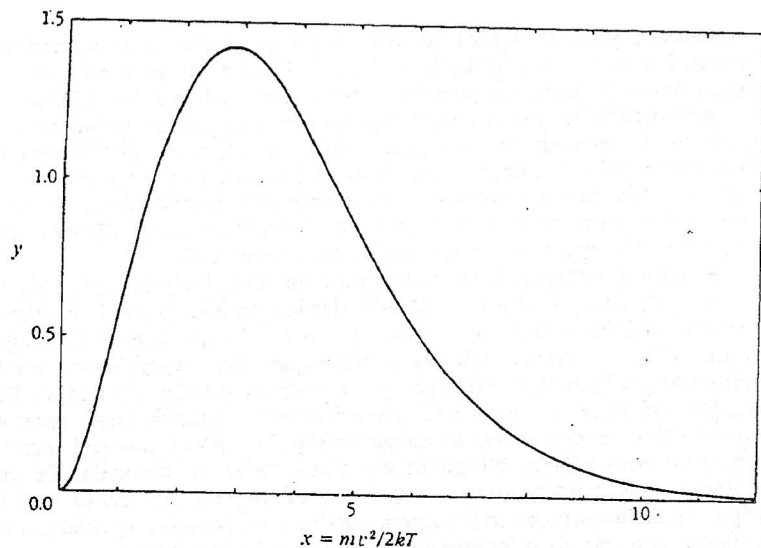
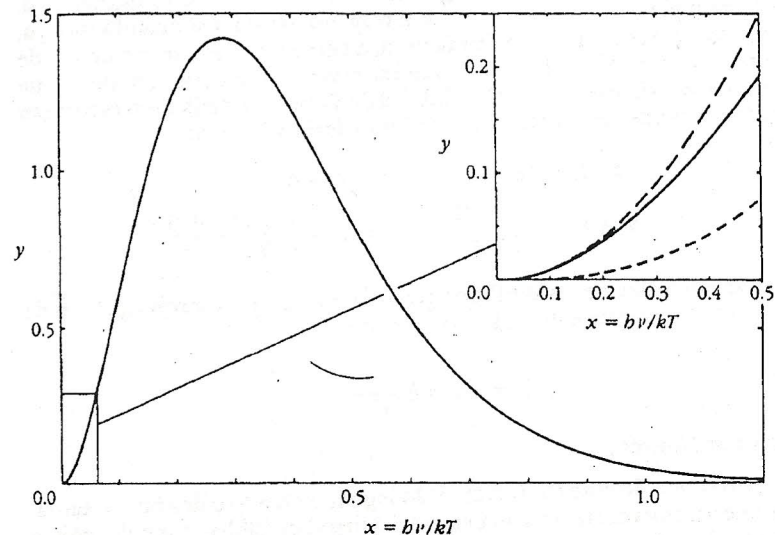


Figura 4.1. (a) O gráfico da distribuição de velocidade de moléculas em um gás mostra o número de moléculas n por intervalo de unidade de velocidade. Essa curva pode ser usada para qualquer massa molecular m e qualquer temperatura absoluta T , desde que a escala da abscissa seja tal, que $x = (m/2kT)^{1/2}v$ e a escala da ordenada seja tal, que $y = (8m/\pi kT)^{1/2}n$. A equação da curva é $y = x^2 \exp(-x^2)$. A velocidade mais provável é $(2kT/m)^{1/2}$ e a energia cinética média de uma molécula é $(3/2)kT$ independente da massa m . Esses resultados foram obtidos por Maxwell.

macroscópica, teríamos de esperar muito mais tempo do que o universo tem de idade. Por exemplo, dadas muitas moléculas em um recipiente, nada impede que essas moléculas se acumulem na metade esquerda do recipiente. Mas, para ver um evento desse tipo, talvez tivéssemos de esperar um tempo extremamente longo, de aproximadamente 10^{10} anos, a ordem de magnitude da idade do universo. Assim, o grande Maxwell escreveu o seguinte para Lorde Rayleigh: “Moral. A segunda lei da termodinâmica tem o mesmo nível de verdade que a afirmação de que, se você atirar o conteúdo de um copo d’água no mar, não conseguirá reaver o mesmo conteúdo”. [Rayleigh, *Life of Lord Rayleigh*, p. 47 (University of Wisconsin Press, 1968).]

A entropia considerada pela termodinâmica é uma medida da probabilidade do estágio de um sistema e também da “desordem” do sistema. Tanto a probabilidade quanto a desordem tendem a aumentar em um sistema isolado.

A mecânica estatística possibilita-nos enfrentar problemas que vão além do escopo da termodinâmica. Mas exige modelos mais circunstanciados ou outros postulados e é, portanto, menos segura e imutável do que a termodinâmica. Tanto a termodinâmica quanto a mecânica estatística são úteis apenas quando aplicadas a problemas que envolvem muitas partículas ou, de um ponto de vista mais técnico, muitos graus de liberdade.



(b) Para radiação do corpo negro à temperatura T , a densidade de energia por intervalo de frequência de unidade $u(\nu, T)$ é representada graficamente. A curva pode ser usada para qualquer temperatura, desde que a abscissa tenha uma escala tal que $x = h\nu/kT$ e a ordenada tenha uma escala que $y = (\pi^2 h^2 c^3 / k^3 T^3) u$. A equação da curva é $y = x^3 / (\exp x - 1)$. As formas limitantes de Rayleigh e de Wien são apresentadas no quadro, para o x pequeno.

Resultado importante da mecânica estatística foi a descoberta feita por Maxwell da lei que governa a distribuição de velocidade em um gás monatômico. Maxwell chegou à conclusão de que o número de moléculas em um determinado intervalo de velocidade é proporcional à densidade do gás e depende apenas da temperatura do gás e da massa absoluta das moléculas. Podemos calcular essa distribuição de velocidade com a mecânica estatística, mas não com a termodinâmica. Maxwell descobriu essa lei em 1859 por um raciocínio intuitivo, mas não rigoroso. Forneceu melhores provas mais tarde, mas sua tese inicial é espantosamente clara e mostra a força de seu gênio. Só em 1921 é que O. Stern obteve uma confirmação experimental direta (vide Figura 4.1).

A mecânica estatística teve muito sucesso e foi profundamente estudada por Boltzmann e por muitos outros físicos depois de Maxwell. Provocou muitas questões sutis e difíceis. Um resultado digno de nota foi que qualquer grau de liberdade de um sistema em equilíbrio térmico tem a energia cinética média de $\frac{1}{2}kT$. Foi possível provar rigorosamente esse resultado com base na mecânica clássica e, em muitos casos, ele chegou a ser verificado experimentalmente, mas em outros casos falhou. Assim, por exemplo, os graus internos de liberdade de um átomo não se manifestavam no calor específico e um gás monatômico tinha um calor específico como se os átomos fossem pontos, o que certamente não são. Esses paradoxos atordoaram os estudiosos de

mecânica estatística, como Boltzmann, Lorde Kelvin, Lorde Rayleigh e muitos outros. Mas não suspeitavam eles que a raiz das dificuldades estava simplesmente na validade da própria mecânica clássica.

Talvez o tratado mais perfeito sobre a mecânica estatística clássica tenha sido escrito por Josiah Willard Gibbs, em 1902: um livro pequeno, mas de apreciável nível de dificuldade e sutileza, intitulado *Elementary Principles of Statistical Mechanics*. O autor, o maior físico norte-americano do século XIX, tinha uma inteligência profundamente original e crítica. Levou uma vida um tanto isolada, dando aulas na Universidade de Yale, e foi reconhecido por gente como Maxweel, mas não era particularmente apreciado nos Estados Unidos de sua época. No prefácio do livro ele diz o seguinte:

"Além do mais, evitamos as mais sérias dificuldades quando, desistindo da tentativa de elaborar hipóteses referentes à constituição de corpos materiais, analisamos indagações estatísticas como em um domínio da mecânica racional. No atual estágio da ciência, parece pouco possível a elaboração de uma teoria dinâmica de ação molecular que abranja os fenômenos da termodinâmica, da radiação e das manifestações elétricas que acompanham a união de átomos. Mas qualquer teoria que não levar em conta esses fenômenos será evidentemente inadequada. Mesmo que limitemos nossa atenção aos fenômenos distintamente termodinâmicos, não fugiremos às dificuldades em questões tão simples como os graus de liberdade de um gás diatômico. É conhecido o fato de que, embora a teoria determine para o gás seis graus de liberdade por molécula, em nossas experiências sobre calor específico, não podemos contar com mais de cinco. Certamente, quem basear seu trabalho em hipóteses relativas à constituição da matéria estará construindo alguma coisa sobre um alicerce inseguro.

Dificuldades desse tipo já dissuadiram o autor de tentar explicar os mistérios da natureza e forçaram-no a satisfazer-se com o objetivo mais modesto de deduzir algumas das propostas mais óbvias relacionadas com o ramo estatístico da mecânica. Neste ponto, não pode haver erro quanto ao consenso das hipóteses com os fatos da natureza, pois não se pressupõe nada a esse respeito. O único erro em que se pode cair é a falta de consenso entre as premissas e as conclusões e isso, com certo cuidado, pode-se basicamente tentar evitar".

Um Problema Abrangente: o Corpo Negro

Há um outro problema um tanto semelhante à distribuição da velocidade de uma molécula de gás – o problema do corpo negro. A termodinâmica clássica pode indicar algumas importantes limitações à sua solução, mas não pode resolvê-lo completamente. Alguns físicos experimentais de renome, como Heinrich Rubens (1865-1922), Ernest Pringsheim (1859-1917) e Otto Lummer (1860-1925), do Physikalisch Technische Reichsanstalt de Berlim (o equivalente alemão do Bureau Nacional de Padrões dos EUA), já estavam trabalhando nessa área na virada do século, bem como outros físicos teóricos de outros locais, como W. Wien, Lorde Rayleigh e J. H. Jeans. Acima de tudo, um termodinamicista clássico de realce, Max Planck, a

ele se devotava obstinadamente. Primeiro explicarei o problema e depois falarei de Planck.

Um corpo negro é um corpo que absorve completamente as radiações eletromagnéticas que sobre ele caem. O orifício de uma cavidade, tal como a porta de um forno, na prática se comporta como um corpo negro. O poder emissivo – ou emissividade – de um corpo é a potência eletromagnética emitida por unidade de superfície. O poder de absorção é a fração de energia incidente que é absorvida. Para um corpo negro o poder de absorção α é igual a 1 porque absorve toda a energia incidente, pela própria definição de corpo negro. A radiação é emitida em forma de ondas eletromagnéticas, de certa frequência, e todas as frequências estão nela representadas, cada uma com sua própria intensidade. Poderíamos examinar a radiação com um espectroscópio e achar a energia em cada intervalo de frequência, obtendo a distribuição espectral da energia. É possível calcular a temperatura de um forno olhando para dentro dele através do vidro da portinhola. Já em 1792, T. Wedgwood, o fabricante de porcelana e antecessor de Darwin, tinha observado que, quando são aquecidos, todos os corpos se tornam vermelhos à mesma temperatura. Essa observação rústica foi formulada do ponto de vista científico e de modo preciso por Kirchhoff, que em 1859 provou pela termodinâmica que a proporção entre emissividade e coeficiente de absorção é uma função apenas da frequência e da temperatura e independe da natureza do corpo. Para um corpo negro que tenha um coeficiente de absorção 1, o poder emissor depende apenas da temperatura e da frequência, pouco importando de que modo o corpo negro é obtido na prática. A Figura 4.2 mostra um aparelho clássico usado pelos físicos do Reichsanstalt para medir a emissividade de um forno fechado mantido a determinada temperatura.

Podemos facilmente avaliar que a descoberta da lei que rege a emissividade de um corpo negro constitui problema importante. O fato de independer da natureza do corpo indica um caráter geral do resultado, mas mesmo os cientistas que trabalhavam nessa área não podiam suspeitar que conseqüências amplas e fundamentais viriam a ter as pesquisas sobre a emissividade de um corpo negro.

Qual o ponto de vista da termodinâmica a respeito da emissividade do corpo negro? O primeiro e mais importante resultado é a lei de Kirchhoff citada acima. Tal resultado poderia ir mais além? Em combinação com a teoria eletromagnética, poderia proporcionar maiores detalhes. A emissividade total tinha de ser proporcional à quarta potência da temperatura, o que havia sido descoberto experimentalmente pelo físico austríaco J. Stefan (1835-1893) em 1879 e, em 1884, Boltzmann obteve esse resultado ao combinar a termodinâmica com a teoria da eletricidade de Maxwell (vide Apêndice 1).

Outro passo foi dado por W. Wien em 1893. Conseguiu ele, mais uma vez através da termodinâmica combinada com a teoria de Maxwell, demonstrar que a emissividade era o produto do cubo da frequência multiplicado por uma função do quociente da frequência dividida pela temperatura. A partir da lei de Wien, torna-se fácil deduzir a lei de Stefan. A lei de Wien nos conduz até onde é possível ao combinar a termodinâmica com a

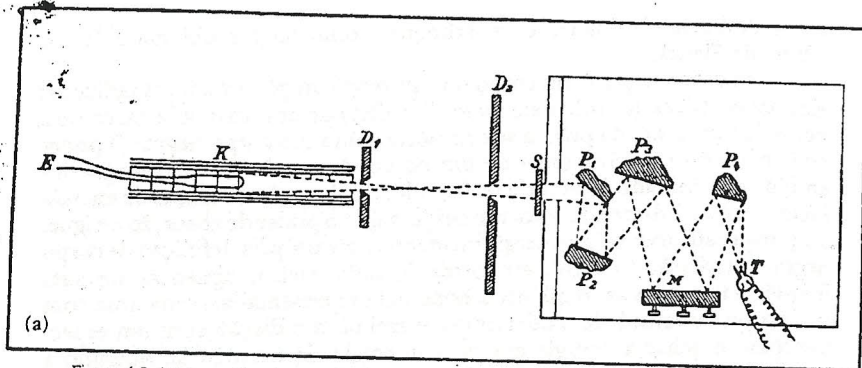


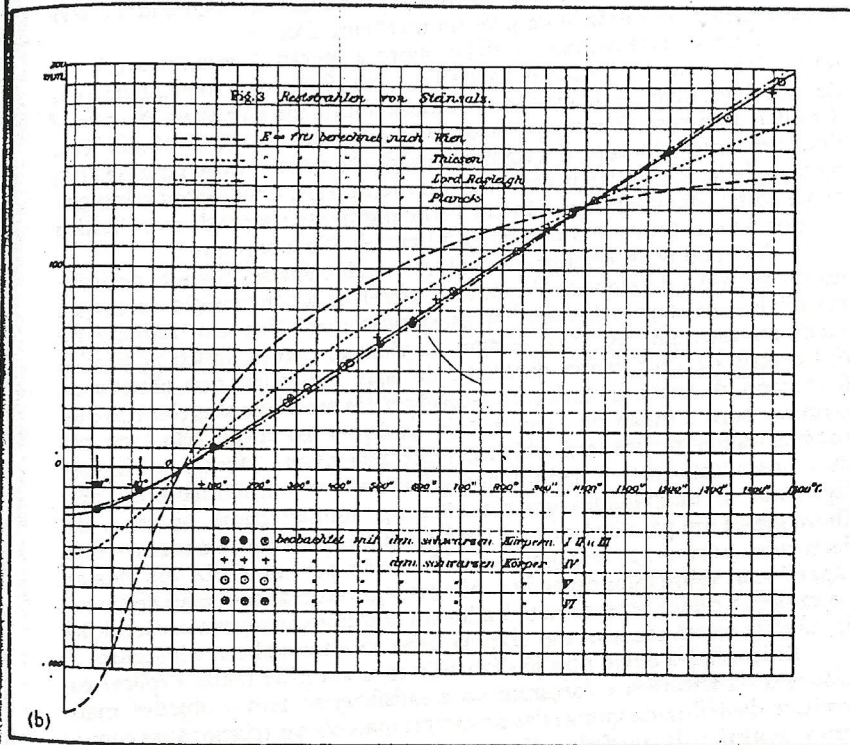
Figura 4.2. (a) Aparelho para medir a intensidade da radiação infravermelha emitida do forno K (corpo negro).

teoria de Maxwell sem introduzir hipóteses mais detalhadas. O fato é que falharam todas as tentativas de encontrar a fórmula exata para a emissividade, inclusive tentativas importantes feitas pelo próprio Wien. Os resultados obtidos eram incompatíveis com a experiência, às vezes até absurdos, porque previam uma emissividade total infinita. Em lugar da emissividade, quase sempre convém examinar a densidade de energia no volume do corpo negro, por exemplo, dentro de um forno. A densidade de energia também pode ser analisada com relação à frequência, e a densidade de energia é simplesmente proporcional à emissividade; o fator de proporcionalidade é $4\pi/c$, onde c é a velocidade da luz.

Max Planck

Agora passemos a Max Planck (Figura 4.3), que viria a dar um passo decisivo ao descobrir a lei da emissividade e , através dela, abrir novos e insuspeitados campos em toda a física. Planck nasceu em 18 de abril de 1858, em Kiel, Alemanha, descendente de uma família de advogados e ministros protestantes. O pai era renomado professor de Direito. Os Planck constituíam exemplo das melhores qualidades dos alemães: a honestidade, dedicação ao dever e talvez também uma certa rigidez de caráter eram aspectos típicos da família. A vida de Planck foi arruinada por violentas tragédias pessoais. Suas vocações eram a música, área em que demonstrou alta capacidade profissional, e o alpinismo, esporte a que se dedicou já em idade avançada.

A família de Planck mudou-se para Munique, na Bavária, em 1867, antes da unificação da Alemanha. Max fez o ginásio em Munique e ali teve um bom professor de Física, H: Mueller, que enfatizava o princípio de conservação da energia com exemplos que impressionavam o jovem aluno. Na Universidade de Munique, matriculou-se em cursos relativamente insignificantes e depois, seguindo o costume alemão de mudar de universidade, matriculou-se na de Berlim, onde freqüentou cursos ministrados por



(b) Curvas de emissão do corpo negro a uma frequência constante e temperatura variável, comparadas com dados experimentais. [De H. Rubens e F. Kurlbaum, em *Annalen der Physik* 4, 649 (1901).]

duas celebridades: Kirchhoff e Helmholtz. O primeiro dava aulas perfeitas e de alto nível que, vez por outra, provocavam sono nos estudantes. O segundo não preparava as aulas de modo satisfatório e era muito difícil acompanhar-lhe o raciocínio. Planck, como Heinrich Hertz, que teve os mesmos professores, relata esses fatos em algumas cartas à família. Por sua própria conta, escolheu uma tese sobre termodinâmica e obteve o certificado em Munique no ano de 1879.

A tese era importante, mas passou despercebida. Segundo Planck, *Eindruck Null* (nenhuma impressão). Helmholtz não a leu, Kirchhoff não a aprovou e, quando Planck tentou mostrá-la a Clausius, este não foi encontrado. Nessa tese, Planck aplicou algumas de suas idéias ao estudo dos equilíbrios termodinâmicos e escreveu boa parte daquilo que mais tarde viria a incluir em um famoso livro sobre termodinâmica, que se tornou texto-padrão para várias gerações de físicos. Max Planck, entretanto, não sabia que Gibbs se antecipara a ele de várias formas. O norte-americano tinha

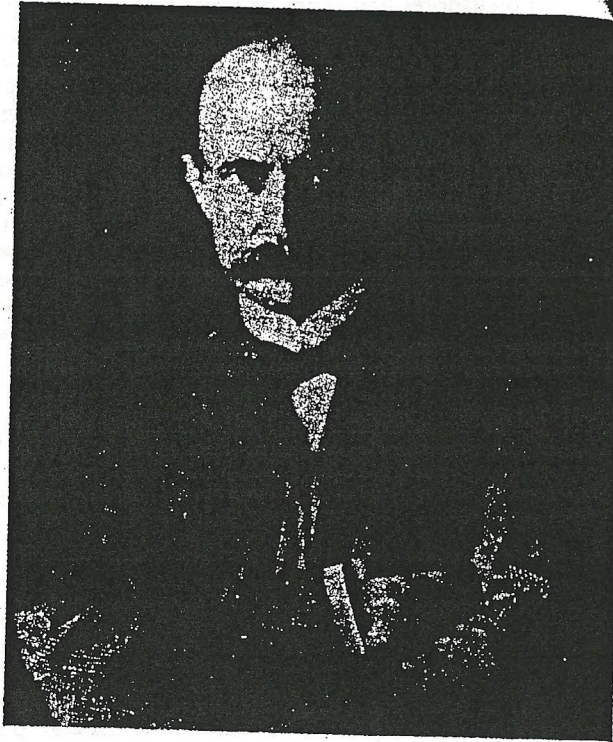


Figura 4.3. Max Planck (1858-1947) por volta de 1900. Sua descoberta do *quantum* de ação (1900) causou uma revolução na filosofia natural, introduzindo uma descontinuidade em muitos campos da física e forçando uma mudança radical na descrição dos fenômenos.

publicado seus resultados em *Transactions of the Connecticut Academy of Sciences* — certamente bem às escondidas — e, quando Planck descobriu esse fato, ficou bastante desapontado.

O primeiro local de trabalho de Planck foi em sua cidade natal, Kiel. Quando Kirchhoff morreu, em 1889, a Universidade de Berlim chamou Boltzmann, que estava em Viena, para sucedê-lo. Boltzmann a princípio aceitou, mas depois mudou de idéia, porque não lhe agradava a atmosfera prussiana de Berlim. Após sua recusa, a Universidade de Berlim, um tanto inesperadamente, recorreu a Planck. Helmholtz era a figura mais importante de Berlim, e agora Planck vinha a travar conhecimento com ele e a tê-lo como colega, daí resultando sua grande simpatia e respeito por Helmholtz. Em sua autobiografia, ele registra que Helmholtz o elogiou em duas ocasiões: por sua teoria de soluções e por seu elogio a Hertz.

A dedicação de Planck a questões básicas e gerais levou-o a envolver-se no problema do corpo negro, que era independente de modelos atômicos ou de outras hipóteses específicas. Planck idolatrava o absoluto e o corpo negro era o absoluto.

A descoberta da lei da emissividade era uma meta digna de seus esforços e nela Planck começou a trabalhar em 1897. Wien, depois de ter descoberto algumas das propriedades gerais da lei da emissividade usando a termodinâmica, julgou, em 1893, tê-la descoberto integralmente e elaborou uma fórmula. Essa fórmula, de início, parecia estar em consonância com dados experimentais, conforme mostram as Figuras 4.1-a e 4.2-b. Assemelhava-se um pouco à lei de distribuição de moléculas em um gás e, no seu todo, parecia digna de crédito. Planck tentou, durante alguns anos, obtê-la, combinando rigorosamente a termodinâmica com a eletrodinâmica. Mas Boltzmann mostrou que esse raciocínio estava errado, porque não fazia a análise estatística correta exigida para calcular as condições de equilíbrio. Surgiriam contestações públicas, entre as quais a de um dos alunos de Planck, que atacava as bases matemáticas da mecânica estatística; Boltzmann respondeu-as à altura, e tinha razão, conforme o próprio Planck veio a confirmar mais tarde.

A despeito desses vaivéns, Planck perseverou em sua obra e chegou a um resultado importante. A termodinâmica mostra que a radiação em um corpo negro não depende da natureza das paredes, mas apenas da temperatura das paredes. Planck então pensou em analisar um corpo negro com paredes feitas de osciladores hertzianos cujo comportamento poderia ser calculado. Dessa forma, evitou tratar com a constituição detalhada de moléculas reais, que era desconhecida à época. Com essa importante simplificação, Planck descobriu que a potência emissiva tinha de ser proporcional à energia média dos osciladores. Por outro lado, conforme Maxwell e Boltzmann haviam demonstrado, a mecânica estatística inequivocamente exigia que a energia média do oscilador fosse proporcional à temperatura absoluta:

$$\langle E \rangle = (R/A)T = kT$$

onde $\langle E \rangle$ é o valor médio da energia do oscilador, R é uma constante universal que aparece na relação entre pressão, temperatura e volume e uma massa de um gás perfeito $pV = RT$, e A é o número de Avogadro, isto é, o número de moléculas contidas em um mol. Em outras palavras, para uma molécula em volume V , ter-se-ia $pV = kT$. Planck chamou a proporção $R/A = k$ de constante de Boltzmann, nome que hoje em dia já é aceito universalmente. Boltzmann, no entanto, nunca utilizou k em seus trabalhos, registrando-o como R/A , quando necessário. A combinação dos resultados de Planck sobre a relação entre energia média do oscilador e força emissiva dá, então,

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT$$

conforme Rayleigh acentuou. Essa lei não parecia concordar com dados experimentais e, além disso, era obviamente indefensável porque a potência emissiva total, integrada em todas as frequências, seria infinita.

No início de seu trabalho, Planck desejava achar a prova para uma fórmula proposta por Wien: $u(\nu, T) = A \nu^3 e^{-B/\nu T}$ que aparentemente estava em consonância com dados experimentais. Como mestre em termodinâmica, ele postulava uma expressão para a entropia dos osciladores que daria a fórmula de Wien, e tentou mostrar que sua escolha, que obedecia às exigências da termodinâmica, era muito especial.

Nesse meio tempo, algumas experiências começaram a lançar dúvidas sobre a fórmula de Wien. No Reichsanstalt os físicos estavam chegando à conclusão de que a baixas frequências, para a radiação infravermelha, as divergências eram maiores do que erros experimentais possíveis. Planck inteirou-se desses resultados e tentou alterar sua expressão para a entropia da radiação, generalizando-a (vide Apêndice 2). A partir da nova expressão, voltou a calcular a emissividade e descobriu uma fórmula, que foi divulgada, em 19 de outubro de 1900, no Seminário de Física da Universidade de Berlim. Nesse mesmo dia, Rubens e Kurlbaum confrontaram a fórmula de Planck com os resultados de suas próprias experiências e chegaram à conclusão de que se encaixavam perfeitamente. Planck tinha descoberto a fórmula do corpo negro. Talvez fosse apenas uma feliz interpolação, mas aparentemente não havia erro.

No entanto, era preciso justificá-la do ponto de vista teórico. Planck declarou o seguinte no seu discurso pelo Prêmio Nobel, vinte anos mais tarde:

“Mas, ainda que a fórmula da radiação estivesse perfeita e irrefutavelmente correta, teria sido, afinal de contas, apenas uma fórmula de interpolação descoberta por um feliz acaso do raciocínio e isso nos teria deixado relativamente insatisfeitos. Em consequência, a partir do dia da descoberta, dispus-me a dar-lhe uma interpretação física, o que me levou a examinar as relações entre entropia e probabilidade segundo os conceitos de Boltzmann. Após algumas semanas do mais intenso trabalho que já realizei na vida, as coisas começaram a clarear e visões inesperadas revelaram-se a distância”. (*Les Prix Nobel en 1920.*)

O que é que Planck tinha feito? Primeiro, sem nenhuma dificuldade, achara a expressão da entropia da radiação, correspondente à sua fórmula para $u(\nu, T)$, tendo, porém, de justificá-la depois. Enquanto lidava com a termodinâmica clássica, Planck estava pisando em terreno conhecido, terreno no qual era mestre; mas a tarefa extrapolou os limites da termodinâmica clássica. Era preciso fazer uso dos métodos de mecânica estatística, com os quais estava menos familiarizado e, acima de tudo, nos quais tinha muito menos confiança. Mas era a única maneira de poder prosseguir.

Entre a entropia e a probabilidade (deixando-se de lado algumas sérias dificuldades na definição de probabilidade) está a relação antes desenvolvida por Boltzmann (e gravada em sua sepultura, em Viena):

$$S = k \log W$$

onde W é a probabilidade termodinâmica e k , a constante universal, que Planck chamou de constante de Boltzmann.

Os osciladores hertzianos da parede do corpo negro têm uma certa distribuição de energia e uma distribuição de entropia. Em equilíbrio, a entropia tem de ser máxima e pode ser calculada estatisticamente com o uso da equação fundamental de Boltzmann. Para calcular a probabilidade por métodos de análise combinatória, Planck achou conveniente dividir a energia de um oscilador em quantidades pequenas, mas finitas, de modo que a energia dos osciladores pudesse ser registrada como $E = P \epsilon$, onde P é um número inteiro. Com essa hipótese, Planck pôde calcular a energia média de um oscilador e, assim, chegou à fórmula do corpo negro. Planck confiava em que ϵ podia tornar-se arbitrariamente pequeno e que a decomposição de E em quantidades finitas seria apenas um artifício de cálculo. Mas, para que os resultados combinassem com a lei termodinâmica de Wien, ϵ tinha de ser finito e proporcional à frequência do oscilador

$$\epsilon = h\nu$$

onde h é uma nova constante universal, denominada apropriadamente *constante de Planck*.

Dessa maneira, a densidade de energia no corpo negro torna-se

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^3}{c^3} \frac{h}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

onde $h\nu$ é uma quantidade finita, um *quantum* de energia. O oscilador harmônico não podia ter nenhuma energia conforme ensinado pela eletricidade e pela mecânica clássica, mas apenas valores discretos múltiplos integrais de $h\nu$. A fórmula de Planck para $h\nu/kT \ll 1$ dá uma expressão aproximada do limite clássico descoberto por Rayleigh; para $h\nu/kT \gg 1$, dá a fórmula descoberta por Wien em 1893 e, para os casos intermediários, discorda de ambos, mas, naturalmente, apóia-se nas medidas experimentais (vide Figuras 4.1-b, parte interna, e 4.2-b).

O resultado é revolucionário. Um juiz competente e nada tímido como Einstein disse o seguinte a respeito:

“Todas as minhas tentativas de adaptar as bases teóricas da física a essas novas noções fracassaram integralmente. Era como se o chão tivesse sido arrancado de debaixo dos pés de alguém e esse alguém não visse nenhuma base firme onde pudesse apoiar-se”. (Schlipp, *Albert Einstein, Philosopher-Scientist*, p. 45.)

Era evidente que a teoria nem era um pesadelo nem uma fantasia, porque as consequências experimentais foram abrangentes, corretas e concretas. Desde o primeiro trabalho, Planck salientou que da lei de Stefan e da lei termodinâmica de Wien é possível inferir as duas constantes universais h e k , e destas, a carga do elétron, o número de Avogadro e muitas outras coisas. No documento de Planck de 1900, achamos $h = 6,55 \times 10^{-27}$ erg. sec. e $k = 1,346 \times 10^{-16}$ erg./° C (Figuras 4.4 e 4.5). Hoje sabemos que $h = 6,6262 \times 10^{-27}$ erg. seg e $k = 1,380 \times 10^{-16}$ erg./° C. As diferenças são mínimas. A partir desses índices, Planck obteve a carga do elétron e o número de Avogadro. Passaram-se quase vinte anos para que esses cálculos

9. Ueber das Gesetz
der Energieverteilung im Normalspectrum;
von Max Planck.

(In anderer Form mitgeteilt in der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, Sitzung vom 19. October und vom 14. December 1900, Verhandlungen 2. p. 202 und p. 237. 1900.)

Einleitung.

Die neueren Spectralmessungen von O. Lummer und E. Pringsheim¹⁾ und noch auffälliger diejenigen von H. Rubens und F. Kurlbaum²⁾, welche zugleich ein früher von H. Beckmann³⁾ erhaltenes Resultat bestätigten, haben gezeigt, dass das zuerst von W. Wien aus molecularkinetischen Betrachtungen und später von mir aus der Theorie der elektromagnetischen Strahlung abgeleitete Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum keine allgemeine Gültigkeit besitzt.

Die Theorie bedarf also in jedem Falle einer Verbesserung, und ich will im Folgenden den Versuch machen, eine solche auf der Grundlage der von mir entwickelten Theorie der elektromagnetischen Strahlung durchzuführen. Dazu wird es vor allem nötig sein, in der Reihe der Schlussfolgerungen, welche zum Wien'schen Energieverteilungsgesetz führten, dasjenige Glied ausfindig zu machen, welches einer Abänderung fähig ist; sodann aber wird es sich darum handeln, dieses Glied aus der Reihe zu entfernen und einen geeigneten Ersatz dafür zu schaffen.

Dass die physikalischen Grundlagen der elektromagnetischen Strahlungstheorie, einschliesslich der Hypothese der „natürlichen Strahlung“, auch einer geschärften Kritik gegenüber Stand halten, habe ich in meinem letzten Aufsatz⁴⁾ über diesen

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. der Deutsch. Physikal. Gesellsch. 2. p. 169. 1900.

2) H. Rubens und F. Kurlbaum, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom 25. October 1900, p. 829.

3) H. Beckmann, Inaug.-Dissertation, Tübingen. 1898. Vgl. auch H. Rubens, Wied. Ann. 69. p. 582. 1899.

4) M. Planck, Ann. d. Phys. 1. p. 719. 1900.

Annalen der Physik. IV. Folge. 4.

Figura 4.4. A página-título do artigo de Max Planck publicado em *Annalen der Physik* [4,553 (1901)], no qual a constante h aparece pela primeira vez, assinalando o nascimento da física quântica.

fossem suplantados, o que se deve em grande parte aos físicos do Reichsanstalt, e de outras instituições de Berlim, que mediram as constantes de radiação, e à teoria de Planck, que estabeleceu pela primeira vez um vínculo entre campos da física tão distanciados entre si.

Planck acrescenta uma nota pungente:

“Deu-me especial satisfação, em contrapartida às muitas decepções que enfrentei, ouvir o próprio Ludwig Boltzmann falar de seu interesse e total concordância com minha nova linha de raciocínio”.

Mas, embora Boltzmann estivesse de acordo, o raciocínio de Planck teve de enfrentar inúmeras e sérias objeções. Idéias tão fundamentais e tão

Hierbei sind h und k universelle Constante.

Durch Substitution in (9) erhält man:

$$\frac{1}{\nu} = \frac{k}{h\nu} \log \left(1 + \frac{h\nu}{U} \right),$$

$$(11) \quad U = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

und aus (8) folgt dann das gesuchte Energieverteilungsgesetz:

$$(12) \quad u = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

oder auch, wenn man mit den in § 7 angegebenen Substitutionen statt der Schwingungszahl ν wieder die Wellenlänge λ einführt:

$$(13) \quad E = \frac{8\pi c h}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

Figura 4.5. Outros trechos do mesmo artigo de Planck. Acima, a equação (12) contém a fórmula para distribuição de energia na radiação do corpo negro como uma função da frequência ν e da temperatura θ . A constante h aparece aí, bem como a velocidade da luz c e da constante de Boltzmann k . Abaixo, os valores numéricos de h e k em 1900 (fórmulas (15) e (16)). Usando esses números, pode-se obter os valores numéricos da carga do elétron, do número de Avogadro e de outras constantes universais da física. Esses valores mantiveram-se inigualados durante muitos anos.

Hieraus und aus (14) ergeben sich die Werte der Naturconstanten:

$$(15) \quad h = 6,55 \cdot 10^{-27} \text{ erg. sec.}$$

$$(16) \quad k = 1,346 \cdot 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{grad}}$$

Das sind dieselben Zahlen, welche ich in meiner früheren Mitteilung angegeben habe.

1) O. Lummer und E. Pringsheim, Verhandl. der Deutschen Physikal. Gesellsch. 2. p. 174. 1900.

(Eingegangen 7. Januar 1901.)

revolucionárias não podiam ser assimiladas com facilidade. A despeito das várias dificuldades citadas acima, o trabalho de Planck não foi ignorado, mas não chegou a constituir o centro das atenções. Houve muitas descobertas espetaculares naquela época e o próprio Planck desconfiava tanto dos métodos usados que passou anos tentando explicar, de uma forma menos revolucionária, os resultados a que chegara.

Em 1931, o físico norte-americano R. W. Wood perguntou-lhe como tinha inventado algo tão incrível como a teoria dos *quanta*. Planck respondeu o seguinte:

“Foi um ato de desespero. Durante seis anos fiquei lutando com a teoria dos corpos negros. Era preciso que eu descobrisse uma explicação teórica a qualquer preço que não fosse a inviolabilidade das duas leis da termodinâmica”. [Armin Hermann, *The Genesis of Quantum Theory* (MIT Press, 1971), p. 23.]

Ao final de sua vida, ele fez outro comentário:

“Minhas tentativas inúteis no sentido de conciliar de alguma forma o *quantum* elementar com a teoria clássica prosseguiram durante muitos anos e me custaram um grande esforço. Muitos de meus colegas viram nisso quase que uma tragédia, mas o meu enfoque era diferente porque o profundo aperfeiçoamento de meus conceitos, resultante desse trabalho, significou muito para mim. Agora tenho certeza de que o *quantum* de ação tem um significado muito mais fundamental do que eu imaginava antes”.

Mesmo no início, porém, Planck tinha consciência da importância de sua descoberta: conta-se que, durante um passeio, ele dissera ao filho ter descoberto qualquer coisa digna de um Newton.

Com o passar do tempo, Planck tornou-se um dos físicos alemães mais considerados. Foi secretário da Academia Prussiana de Ciências, e um dos mais renomados representantes das ciências na Alemanha. Einstein, apesar de não sentir a menor simpatia pelas condições da Alemanha de então, tinha profundo respeito por seu colega, mesmo que os enfoques políticos e científicos de ambos fossem totalmente opostos. A amizade entre os dois foi reforçada pelo amor que ambos devotaram à música — que eles tocavam juntos. Além de sua eminência científica, o caráter de Planck inspirava respeito em todo o mundo. Conservador arraigado, viu-se compelido pela força dos fatos e pelo rigor da lógica a promover uma das maiores revoluções na filosofia natural.

Sofreu rudes golpes no decorrer de toda a sua vida. Sua primeira mulher morreu em 1909 e dos quatro filhos que teve com ela, três morreram durante a Primeira Guerra Mundial (o mais velho morreu no *front* e as duas filhas casadas morreram de parto). Mais tarde ele casou-se de novo e teve outro filho. Com setenta e cinco anos de idade, assistiu à ascensão de Hitler. Para um patriota alemão como ele, foi um golpe sério. A pedido de amigos e colegas, Planck aceitou a presidência da Kaiser Wilhelm Gesellschaft, atualmente chamada de Sociedade Max Planck, insituição importante que prestou apoio a boa parte da ciência alemã. O fardo era pesado e, naquelas circunstâncias, bastante desagradável, mas Planck considerou ser de seu dever tentar salvar o que fosse possível. Chegou a falar com Hitler na esperança de conseguir atenuar algumas das piores aberrações do *Führer*, mas foi posto porta afora. Mais tarde, o filho sobrevivente de seu primeiro casamento foi condenado à morte pelos nazistas por ter conspirado contra Hitler em 1944. Planck, que então já estava bem idoso, perdeu a casa em um bombardeio aéreo e ficou acuado entre os alemães em fuga e os aliados que avançavam. Um físico alemão ouviu falar de sua situação e convenceu os

norte-americanos a enviarem um carro para transportá-lo a um lugar relativamente seguro, em Göttingen. Planck sobreviveu à guerra e a Alemanha, tentando demonstrar que estava emergindo da barbárie, concedeu-lhe diversas honrarias. Preparou-se uma grande solenidade para celebrar seu 90º aniversário, mas ele morreu poucos meses antes, em 4 de outubro de 1947.