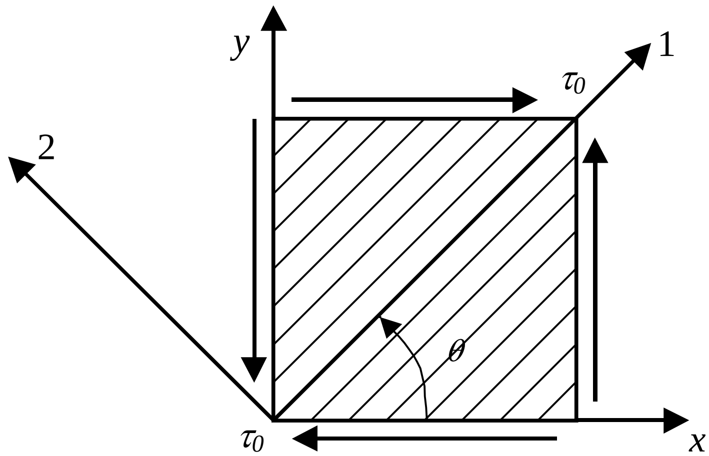
Problemas – Compósitos – Análise

1. Uma lâmina ortotrópica com ângulo de laminação θ está sujeita a um carregamento de cisalhamento puro como mostrado na figura.

a. determine as tensões no sistema de referência principal da lâmina (1-2)

b. aplique o critério de tensão máxima para estimar a resistência da lâmina em função do ângulo θ.



$F_{1t} = 2280\ MPa$
$F_{2t} = 59\ MPa$
$F_6 = 69\ MPa$
$F_{1c} = 1450\ MPa$
$F_{2c} = 228\ MPa$

2. Um laminado $[0/+45/-45/90]_s$ está sujeito a um carregamento biaxial do tipo: $N_x = N_0$, $N_y = 2N_0$ e $N_{xy} = 0$. As deformações resultantes são: $\varepsilon_x = \varepsilon_0$, $\varepsilon_y = 4\varepsilon_0$ e, naturalmente, $\gamma_{xy} = 0$. Determine o quociente de Poisson $\bar{\nu}_{xy}$ do laminado.

3. Um laminado $[0/90]_s$ está sujeito a momentos fletores $M_x = M_0$ e $M_y = M_{xy} = 0$. Calcule as curvaturas resultantes do laminado. Use:
$E_1 = 145\ GPa$, $E_2 = 10.5\ GPa$, $G_{12} = 7.5\ GPa$ e $\nu_{12} = 0.28$. A espessura de cada lâmina é de $0.18\ mm$.

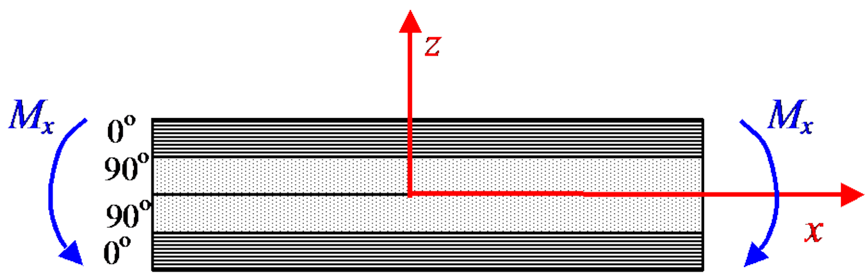
4. Um laminado [0/90]s está sujeito a esforços resultantes no plano tal que na camada a 90º as tensões no sistema de coordenadas do laminado são:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -50 \\ 150 \\ 0 \end{Bmatrix} MPa$$

Determine os esforços resultantes que atuam no laminado. Considere que todas as camadas têm 0.18 mm de espessura e a relação tensão deformação para a camada a 0º é dada por:

$$[Q]_{0^o} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 142.7 & 2.8 & 0 \\ 2.8 & 10.4 & 0 \\ 0 & 0 & 7.2 \end{bmatrix} GPa$$

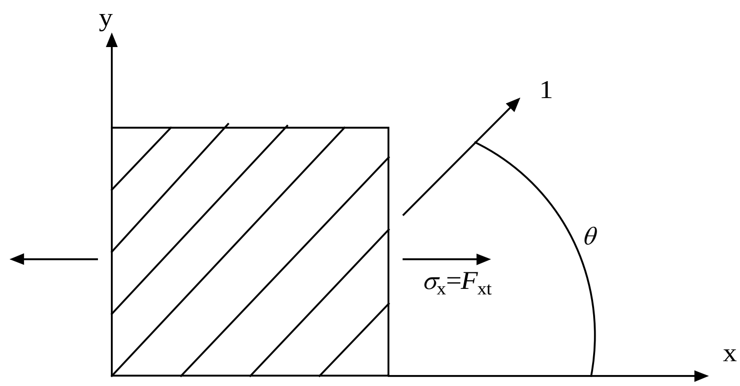
5. Uma viga constituída de um laminado simétrico $[0/90]_s$ está sujeita a um momento de flexão M_x na direção 0º como mostra a figura. Todas as lâminas têm espessura t. Determine as tensões máximas σ_1 e σ_2 na camada superior em termos das componentes de rigidez da lâmina Q_{ij}, das componentes de rigidez à flexão D_{ij}, da espessura t e do momento aplicado M_x.



6. Uma lâmina unidirecional é caracterizada experimentalmente determinando-se os módulos de elasticidade E_1 e E_2. Em seguida, a lâmina é ensaiada em tração a um ângulo de 30º em relação à direção da fibras determinado-se o módulo de elasticidade nessa direção é $(E_x)_{\theta=30}$, obtenha o módulo $(E_x)_{\theta=45}$ para um ângulo de 45º em relação as fibras em termos de E_1, E_2, e $(E_x)_{\theta=30}$.

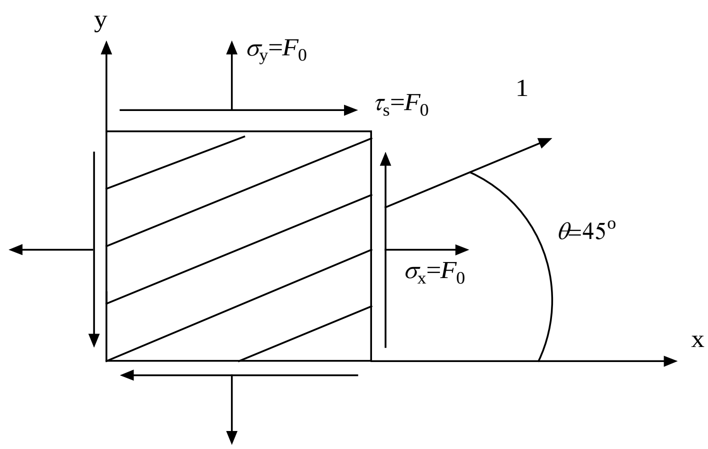
7. Um laminado *crossply* simétrico é projetado de tal forma que $\overline{E}_x = 5\overline{E}_y$. Sabendo que $E_1 = 14\ E_2$ determine a razão aproximada *r* entre o número de camadas a 0º e o número de camadas a 90º assumindo $E_1 >> E_2$.

8. Uma lâmina unidirecional de carbono/epóxi é carregada sob tração segundo um ângulo θ com os eixos principais do material. Usando o critério de falha de máxima deformação determine a resistência fora do eixo F_{xt}. Deternine também o ângulo θ para o qual falha por deformação de cisalhamento e falha por deformação transversal coincidem. E_1 = 147 GPa, E_2 = 10.3 GPa, G_{12} = 7.0 GPa, $\nu_{12} = 0.27$, $\nu_{21} = 0.02$, F_{1t} = 22808 MPa, F_{2t} = 57 MPa, F_6 = 76 MPa.

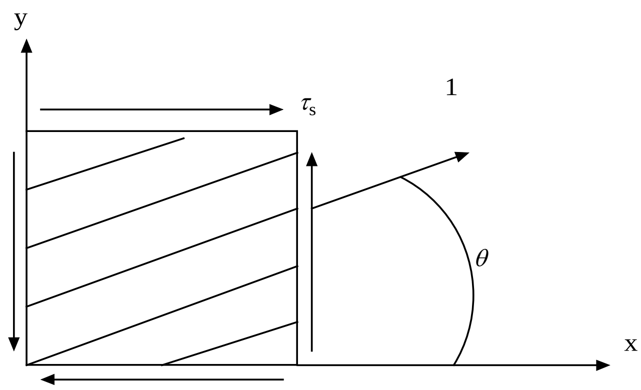


9. Uma lâmina unidirecional é carregada sob tensão biaxial normal com $\sigma_x = -2\sigma_y = 2\sigma_0$ a 45^o com a direção das fibras. As resistências mecânicas são $F_{1t} = F_{1c} = 3F_{2c} = 5F_6 = 12F_{2t} = 600$ MPa. Determine o nível de tensão σ_0^u para falha de acordo com o critério de máxima tensão. Qual o modo de falha?

10. Usando o critério de falha de Tsai-Hill, determine a resistência da lâmina carregada conforme na figura abaixo sabendo que $\sigma_x^u = \sigma_y^u = 2\tau_s^u = F_0$. F_0 deverá ser obtido em função de F_1, F_2, F_6.



11. Usando o critério de falha de Tsai-Wu para uma lâmina com orientação θ em cisalhamento puro, expresse a tensão de cisalhamento na falha $\tau_s^u = F_s$ em termos dos coeficientes de Tsai-Wu. Encontre aproximações para compósitos com $F_{1t} >> F_{2t}$ e $F_{1c} >> F_{2c}$. (Dica: considere E_2 e $G_{12} << E_1$)

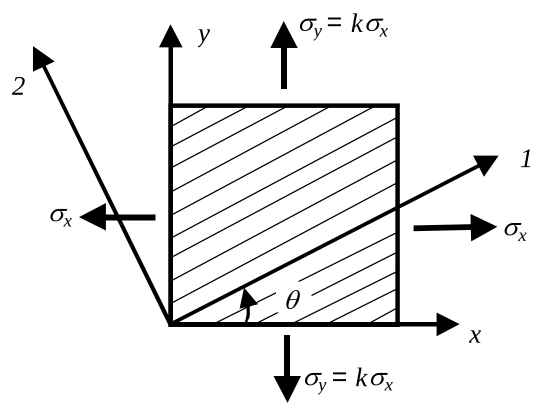


13. Obtenha as matrizes A, B e D para um laminado $[0^o/90^o]$ com as seguintes propriedades: E_1 = 145 GPa, E_2 = 10.5 GPa, G_{12} = 7.5 GPa e ν_{12}=0.28. Espessura de cada camada: t = 0.25 mm.

14. Determine o coeficiente de Poisson ν_{xy} de uma lâmina orientada a 30º para um material com as seguintes características: $E_1/E_2 = 3$, $G_{12}/E_2 = 0.5$ e $\nu_{12} = 0.25$.

15. Para uma lâmina unidirecional em cisalhamento puro τ_0 a 45º com a direção das fibras obtenha expressões para as três componentes de deformação ε_x, ε_y e γ_s em função de E_1, E_2, G_{12}, ν_{12}, ν_{21} e τ_0. Encontre primeiramente expressões exatas e, em seguida, relações aproximadas para compósitos de alta rigidez ($E_1 >> E_2$ e $E_1 >> G_{12}$).

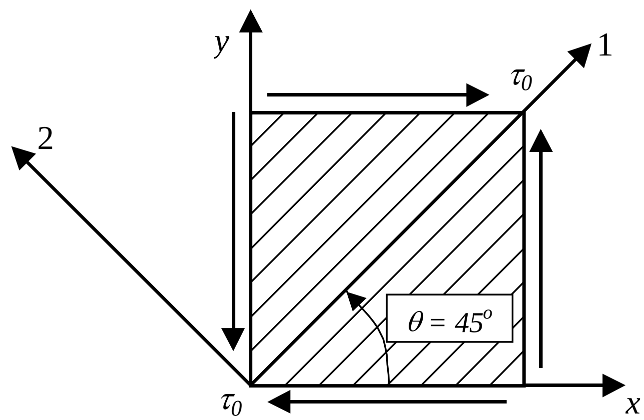
16. Uma lâmina tem constantes de engenharia E_1, E_2, G_{12}, e ν_{12} e está carregada com um estado de tensões tal que $\sigma_y = k\sigma_x$ e $\tau_{xy} = 0$. Determine a constante k em termos das constantes de engenharia de modo que a deformação de cisalhamento da lâmina no sistema de coordenadas xy seja nula.



17. Calcule o módulo de elasticidade $\overline{E}_x$, o módulo de cisalhamento $\overline{G}_{xy}$, e o coeficiente de Poisson $\overline{\nu}_{xy}$ de um laminado $[\pm 45]_s$ sendo que a lâmina tem propriedades de engenharia E_1, E_2, G_{12}, e ν_{12}.

18. Determine o módulo de elasticidade $\overline{E}_x$ e o módulo de cisalhamento $\overline{G}_{xy}$, de um laminado $[\pm 30^o]_s$ sendo que a lâmina tem propriedades de engenharia E_1, E_2, G_{12}, ν_{12}.

19. Obtenha expressões em termos do carregamento e das constantes de engenharia da lâmina (E_1, E_2, G_{12}, ν_{12} e ν_{21}) para os três componentes de deformação (ε_x, ε_y, γ_s) para uma lâmina unidirecional sujeita a um carregamento de cisalhamento puro τ_0 a 45º em relação à direção da fibra.



Dica: passe o carregamento $\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau_0 \end{Bmatrix}$ para o sistema principal do material 1-2; calcule as deformações nesse sistema e volte as deformações para o sistema *x-y* original.

RELAÇÕES ÚTEIS:

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_s\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs}\\ Q_{xy} & Q_{yy} & Q_{ys}\\ Q_{xs} & Q_{ys} & Q_{ss}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_s\end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_s\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}S_{xx} & S_{xy} & S_{xs}\\ S_{xy} & S_{yy} & S_{ys}\\ S_{xs} & S_{ys} & S_{ss}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_s\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{E_x} & -\dfrac{\nu_{yx}}{E_y} & \dfrac{\eta_{sx}}{G_{xy}}\\ -\dfrac{\nu_{xy}}{E_x} & \dfrac{1}{E_y} & \dfrac{\eta_{sy}}{G_{xy}}\\ \dfrac{\eta_{sx}}{E_x} & \dfrac{\eta_{sy}}{E_y} & \dfrac{1}{G_{xy}}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_s\end{Bmatrix}$$

$$Q_{xx}=m^4Q_{11}+n^4Q_{22}+2m^2n^2Q_{12}+4m^2n^2Q_{66}$$
$$Q_{yy}=n^4Q_{11}+m^4Q_{22}+2m^2n^2Q_{12}+4m^2n^2Q_{66}$$
$$Q_{xy}=m^2n^2Q_{11}+m^2n^2Q_{22}+(m^4+n^4)Q_{12}-4m^2n^2Q_{66}$$
$$Q_{xs}=m^3nQ_{11}-mn^3Q_{22}+(mn^3-m^3n)Q_{12}+2(mn^3-m^3n)Q_{66}$$
$$Q_{ys}=mn^3Q_{11}-m^3nQ_{22}+(m^3n-mn^3)Q_{12}+2(m^3n-mn^3)Q_{66}$$
$$Q_{ss}=m^2n^2Q_{11}+m^2n^2Q_{22}-2m^2n^2Q_{12}+(m^2-n^2)^2Q_{66}$$

$$S_{xx}=m^4S_{11}+n^4S_{22}+2m^2n^2S_{12}+m^2n^2S_{66}$$
$$S_{yy}=n^4S_{11}+m^4S_{22}+2m^2n^2S_{12}+m^2n^2S_{66}$$
$$S_{xy}=m^2n^2S_{11}+m^2n^2S_{22}+(m^4+n^4)S_{12}-m^2n^2S_{66}$$
$$S_{xs}=2m^3nS_{11}-2mn^3S_{22}+2(mn^3-m^3n)S_{12}+(mn^3-m^3n)S_{66}$$
$$S_{ys}=2mn^3S_{11}-2m^3nS_{22}+2(m^3n-mn^3)S_{12}+(m^3n-mn^3)S_{66}$$
$$S_{ss}=4m^2n^2S_{11}+4m^2n^2S_{22}-8m^2n^2S_{12}+(m^2-n^2)^2S_{66}$$