PEF2603 - Estruturas na Arquitetura III: Sistemas Reticulados e Laminares

PROVA P – 22/05/2017

Nome: ______________________________ Nº USP: ______________

(10,0) A figura abaixo esquematiza o lançamento de vigas e pilares de um apartamento residencial. Todas as lajes são de concreto armado (peso específico $25kN/m^3$) e têm 10 cm de espessura. O revestimento das lajes tem espessura de 2,5cm (peso específico $20kN/m^3$). Paredes de alvenaria aplicam um carregamento linearmente distribuído de 6,5kN/m, sobre todas as vigas e sobre as linhas tracejadas. A carga acidental deve ser considerada igual a $2,5kN/m^2$. O módulo de elasticidade do concreto é igual a 25GPa.

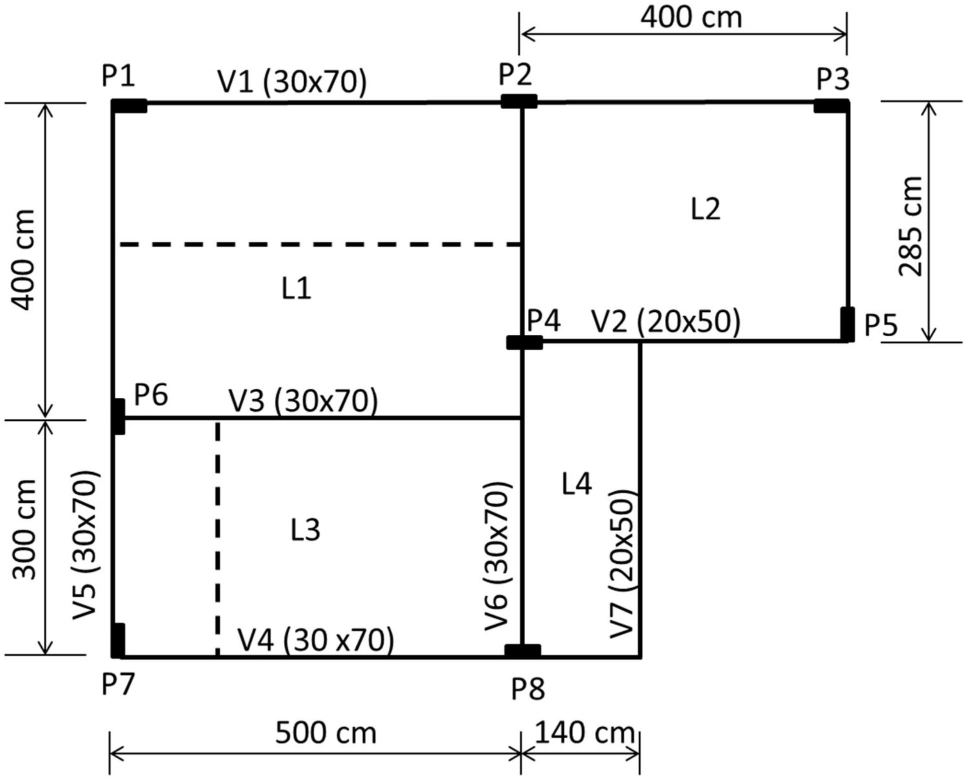
a) **(2,0)** Faça a estimativa das cargas de projeto (permanentes + acidental) atuantes nas Lajes L1 e L2;

b) **(2,0)** Estime as cargas de projeto atuantes sobre a viga V3 de seção transversal 30cm x 70cm. Admita distribuição à 45° em todos os vértices e que o carregamento das lajes L1 e L3 seja de $5kN/m^2$ e $6kN/m^2$, respectivamente;

c) **(2,0)** Supondo que o carregamento estimado para a laje L3 seja de $5,50kN/m^2$, determine os máximos momentos fletores positivos e negativos nas direções X e Y e o deslocamento máximo (flecha), considerando as tabelas de Czerny;

d) **(2,0)** Para a viga hiperestática V3, engastada no pilar P6 e apoiada na viga V6, calcule as reações de apoio e os diagramas de esforços solicitantes, considerando um carregamento uniformemente distribuído de 20kN/m (permanente + acidental);

e) **(2,0)** Estime o valor do deslocamento no meio do vão da viga V2, considerando um carregamento uniformemente distribuído igual a 15kN/m e uma carga concentrada P = 10kN proveniente da reação de apoio da viga V7. O momento de inércia deve ser determinado para a seção bruta de concreto.



FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PEF2603 - Estruturas na Arquitetura III: Sistemas Reticulados e Laminares

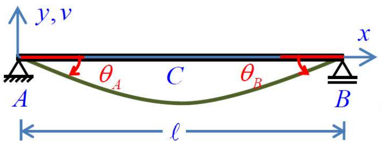
PROVA P – 22/05/2017

Nome: ______________________________ Nº USP: ______________

- *Transferência de cargas das lajes para as vigas à 45º:*

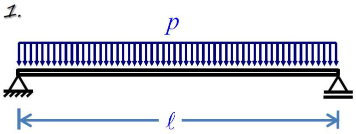
$$p_x = p\frac{\ell_x}{4} \quad ; \quad p_y = p_x\left(2 - \frac{\ell_x}{\ell_y}\right)$$

- *Vigas simplesmente apoiadas*



- *Deslocamentos transversais:* $v(x) = v$
- *Rotações:* $v'(x) = v'$
- *Deslocamento transversal máximo:* $\delta_{máx}$
- *Deslocamento transversal em C (ponto médio):* δ_C
- *Distância entre A e o ponto de* $\delta_{máx}$: x_1
- *Rotação em A:* θ_A
- *Rotação em B:* θ_B
- EI = *constante*

1.

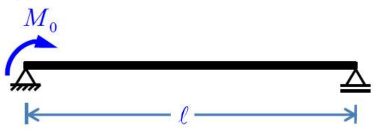


$$v = -\frac{px}{24EI}\left(\ell^3 - 2\ell x^2 + x^3\right)$$

$$v' = -\frac{p}{24EI}\left(\ell^3 - 6\ell x^2 + 4x^3\right)$$

$$\delta_C = \delta_{máx} = \frac{5p\ell^4}{384EI} \qquad \theta_A = \theta_B = \frac{p\ell^3}{24EI}$$

7.



$$v = -\frac{M_0 x}{6\ell EI}\left(2\ell^2 - 3\ell x + x^2\right)$$

$$v' = -\frac{M_0}{6\ell EI}\left(2\ell^2 - 6\ell x + 3x^2\right)$$

$$\delta_C = \frac{M_0\ell^2}{16EI} \qquad \theta_A = \frac{M_0\ell}{3EI} \qquad \theta_B = \frac{M_0\ell}{6EI}$$

$$x_1 = \ell\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \quad e \quad \delta_{máx} = \frac{M_0\ell^2}{9\sqrt{3}EI}$$

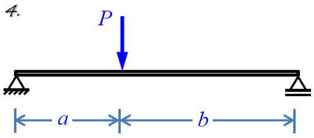
FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PEF2603 - Estruturas na Arquitetura III: Sistemas Reticulados e Laminares

PROVA P – 22/05/2017

Nome: ____ Nº USP: ____________________

4.



$$\boxed{v=-\frac{Pbx}{6\ell EI}\left(\ell^2-b^2-x^2\right)} \qquad \left(0\le x\le a\right)$$

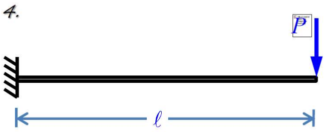
$$\boxed{v'=-\frac{P}{6\ell EI}\left(\ell^2-b^2-3x^2\right)} \qquad \left(0\le x\le a\right)$$

$$\boxed{\theta_A=\frac{Pab}{6\ell EI}\left(\ell+b\right)} \qquad \boxed{\theta_B=\frac{Pab}{6\ell EI}\left(\ell+a\right)}$$

Se $a\ge b$: $\boxed{\delta_C=\dfrac{Pb(3\ell^2-4b^2)}{48EI}}$ Se $a\le b$: $\boxed{\delta_C=\dfrac{Pa(3\ell^2-4a^2)}{48EI}}$

Se $a\ge b$: $\boxed{x_1=\sqrt{\dfrac{\ell^2-b^2}{3}}}$ e $\boxed{\delta_{máx}=\dfrac{Pb(\ell^2-b^2)^{3/2}}{9\sqrt{3}\ell EI}}$

4.



$$\boxed{v=-\frac{Px^2}{6EI}(3\ell-x)} \qquad \boxed{\delta_B=\frac{P\ell^3}{3EI}}$$

$$\boxed{v'=-\frac{Px}{2EI}(2\ell-x)} \qquad \boxed{\theta_B=\frac{P\ell^2}{2EI}}$$

FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PEF2603 - Estruturas na Arquitetura III: Sistemas Reticulados e Laminares

PROVA P – 22/05/2017

Nome: ______________________________ Nº USP: ____________________

TABELA DE CÁLCULO DE LAJES (Czerny, com Coeficiente de Poisson nulo)

Flecha $a = p \cdot \ell_x^4 / (\alpha_2 \cdot E \cdot h^3)$

p = carga uniformemente distribuida — Apoio Simples — Engaste

$m_x = p \cdot \ell x^2 / \alpha_x$; $m_y = p \cdot \ell x^2 / \alpha_y$

$m'_x = - p \cdot \ell x^2 / \beta_x$; $m'_y = - p \cdot \ell x^2 / \beta_y$

Revisão R0

TIPO: ℓx = lado menor; ℓy = lado maior

TIPO	$\ell y / \ell x$	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	3
A1	α_2	20,5	18,7	17,1	15,8	14,7	13,7	13,0	12,4	11,8	11,2	10,8	10,4	10,0	9,7	9,4	9,2	8,9	8,7	8,6	8,4	8,2	6,7
	α_x	27,2	24,5	22,4	20,7	19,1	17,8	16,8	15,8	15,0	14,3	13,7	13,2	12,7	12,3	11,9	11,5	11,3	11,0	10,8	10,6	10,4	8,0
	α_y	27,2	27,5	27,9	28,4	29,1	29,9	30,9	31,8	32,8	33,8	34,7	35,4	36,1	36,7	37,3	37,9	38,5	38,9	39,4	39,8	40,3	40,5
A2	α_2	29,9	26,5	23,7	21,4	19,5	18,0	16,6	15,5	14,5	13,7	12,9	12,3	11,7	11,2	10,8	10,4	10,1	9,7	9,5	9,2	9,0	6,7
	α_x	41,2	36,5	31,9	28,3	25,9	23,4	21,7	20,1	18,8	17,5	16,6	15,7	15,0	14,3	13,8	13,2	12,8	12,3	12,0	11,6	11,4	8,0
	α_y	29,4	29,0	28,8	28,8	28,9	29,2	29,7	30,2	30,8	31,6	32,3	33,0	33,6	34,3	34,9	35,6	36,2	36,9	37,5	38,2	38,8	38,8
	β_x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	β_y	11,9	11,3	10,9	10,4	10,1	9,8	9,6	9,3	9,2	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,5	8,4	8,4	8,3	8,3	8,2	8,0
A3	α_2	43,5	37,6	33,0	29,2	26,1	23,5	21,4	19,6	18,1	16,8	15,6	14,7	13,9	13,1	12,5	11,9	11,4	10,9	10,5	10,2	9,9	6,7
	α_x	63,3	52,2	46,1	39,8	35,5	31,5	28,5	25,8	23,7	22,0	20,4	19,0	17,9	16,9	16,0	15,2	14,6	13,9	13,4	12,9	12,5	8,0
	α_y	35,1	33,7	32,9	32,2	31,7	31,3	31,2	31,2	31,4	31,7	32,1	32,7	33,3	34,0	34,9	35,9	37,1	38,3	39,7	41,1	42,4	43,0
	β_x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	β_y	14,3	13,4	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,5	9,3	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4	8,0
B1	α_2	29,9	28,0	26,3	24,9	23,8	22,8	22,0	21,2	20,6	20,1	19,6	19,2	18,8	18,5	18,2	18,0	17,8	17,6	17,4	17,2	17,1	16,7
	α_x	31,4	29,2	27,3	25,8	24,5	23,4	22,4	21,6	21,0	20,3	19,8	19,4	19,0	18,6	18,3	18,0	17,8	17,5	17,4	17,2	17,1	14,3
	α_y	41,2	43,2	45,1	47,1	48,8	50,3	51,8	53,2	54,3	55,0	55,6	56,2	56,8	57,3	57,8	58,2	58,6	58,8	59,0	59,1	59,2	60,0
	β_x	11,9	11,3	10,9	10,5	10,2	9,9	9,7	9,4	9,3	9,1	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,3	8,3	8,3	8,3	8,0
	β_y	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
B2	α_2	39,7	35,6	33,1	30,4	28,7	27,1	25,7	24,5	23,5	22,6	21,8	21,2	20,7	20,2	19,7	19,3	18,9	18,6	18,3	18,1	17,8	16,7
	α_x	42,7	38,0	35,1	32,2	30,0	28,0	26,5	25,2	24,1	23,1	22,2	21,6	21,0	20,4	19,9	19,5	19,1	18,7	18,4	18,1	17,9	14,3
	α_y	40,2	41,0	42,0	42,9	44,0	45,6	47,6	49,6	51,0	52,1	53,0	54,1	54,8	55,6	56,3	57,0	57,7	58,3	59,0	59,6	60,2	62,0
	β_x	14,3	13,3	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,6	9,4	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4	8,0
	β_y	14,3	13,8	13,6	13,3	13,1	12,9	12,8	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,3	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2

FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PEF2603 - Estruturas na Arquitetura III: Sistemas Reticulados e Laminares

PROVA P – 22/05/2017

Nome: ______________________________ Nº USP: ______________

Gabarito – item a(2,0) Faça a estimativa das cargas de projeto (permanentes + acidental) atuantes nas Lajes L1 e L2;

	L1 (kN/m²)	**L2 (kN/m²)**
Peso próprio: $\gamma_C \times h_{laje}$	2,50	2,50
Revestimento: $\gamma_{rev} \times h_{rev}$	0,50	0,50
Alvenaria: $\dfrac{p \times l_{par}}{l_x \times l_y}$	1,63	0,00
Carga Permanente	4,63	3,00
Carga Acidental	2,50	2,50
Carregamento Total	**7,13**	**5,50**

Gabarito – item b (2,0) Estime as cargas de projeto atuantes sobre a viga V3 de seção transversal 30cm x 70cm. Admita distribuição à 45° em todos os vértices e que o carregamento das lajes L1 e L3 seja de 5kN/m² e 6kN/m², respectivamente;

Peso Próprio: $pp = \gamma_C \times b_V \times h_V = 5,25\text{kN/m}$

Carga da Alvenaria: $p_{alv} = 6,5\text{kN/m}$

Carga da L1 (Py_{L1}): $p_{X_1} = \dfrac{p_{L_1} \times l_{x1}}{4} \rightarrow p_{YL_1} = p_{X_1}\left(2 - \dfrac{l_{x1}}{l_{y1}}\right) = 6,0\text{kN/m}$

Carga da L3 (Py_{L3}): $p_{X3} = \dfrac{p_{L_3} \times l_{x3}}{4} \rightarrow p_{YL_3} = p_X\left(2 - \dfrac{l_{x3}}{l_{y3}}\right) = 6,3\text{kN/m}$

Carga total na viga V3: $pp + p_{alv} + p_{YL_1} + p_{YL_3} = 24,05\text{kN/m}$

Gabarito – item c (2,0) Supondo que o carregamento estimado para a laje L3 seja de 5,50kN/m², determine os máximos momentos fletores positivos e negativos nas direções X e Y e o deslocamento máximo (flecha), considerando as tabelas de Czerny;

Laje tipo B2, com $\dfrac{l_y}{l_x} = \dfrac{5}{3} = 1,67$.

Adotando $\dfrac{l_y}{l_x} = 1,65 \quad \rightarrow \quad \begin{matrix} \alpha_x = 20,4 & \beta_x = 9,1 \\ \alpha_y = 55,6 & \beta_y = 12,2 \end{matrix} \quad \alpha_2 = 20,2$

(também é válido adotar $l_y / l_x = 1,7$, ou interpolar!)

Nome: ______________________________ Nº USP: ______________

$$\delta = \frac{pl_x^4}{\alpha_2 E h^3} = \frac{5,5\times10^3\times3^4}{20,2\times25\times10^9\times(0,1)^3} = 8,8218\times10^{-4}m = 0,9mm$$

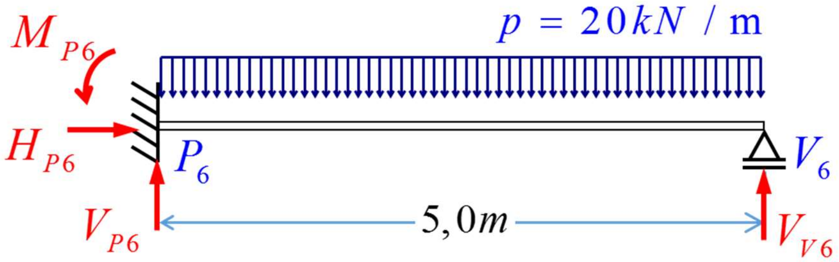
$$m_x = \frac{pl_x^2}{\alpha_x} = \frac{5,5\times10^3\times3^2}{20,4} = 2426,5Nm/m = 2,4kNm/m$$

$$m_y = \frac{pl_x^2}{\alpha_y} = \frac{5,5\times10^3\times3^2}{55,6} = 890,29Nm/m = 0,9kNm/m$$

$$m'_x = \frac{pl_x^2}{\beta_x} = \frac{5,5\times10^3\times3^2}{9,1} = 5439,6Nm/m = 5,4kNm/m$$

$$m'_y = \frac{pl_x^2}{\beta_y} = \frac{5,5\times10^3\times3^2}{12,2} = 4057,4Nm/m = 4,0kNm/m$$

Gabarito item d - (2,0) Para a viga hiperestática V3, engastada no pilar P6 e apoiada na viga V6, calcule as reações de apoio e os diagramas de esforços solicitantes, considerando um carregamento uniformemente distribuído de 20kN/m (permanente + acidental);



Equações de equilíbrio:

$$\sum_{\rightarrow} F_X = H_{P6} = 0$$

$$\uparrow \sum F_Y = V_{P6} + V_{V6} - p\cdot 5 = 0 \qquad V_{P6} + V_{V6} = 5p = 100$$

$$\sum M_{(P6)} = M_{P6} + V_{V6}\ell - \frac{p\ell^2}{2} = 0 \qquad M_{P6} + V_{V6}\ell = 12,5p = 250$$

Equações de Compatibilidade

$$\theta_A = \theta_{A,P} + \theta_{A,M_A} = 0$$

$$\theta_A = -\frac{p\ell^3}{24EI} + \frac{M_{P6}\ell}{3EI} = 0 \qquad M_{P6} = \frac{p\ell^2}{8} = 62,5kNm$$

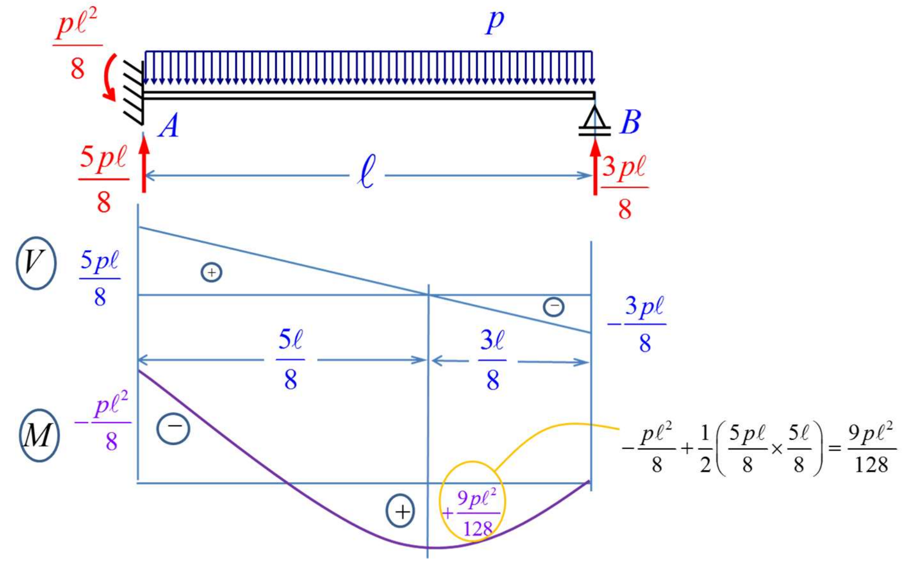
$$\frac{p\ell^2}{8} + V_{V6}\ell = \frac{p\ell^2}{2} \qquad V_{V6} = \frac{3p\ell}{8} = 37,5kN \quad V_{P6} = \frac{5p\ell}{8} = 62,5kN$$

Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade de São Paulo

PEF2603 - Estruturas na Arquitetura III: Sistemas Reticulados e Laminares

Prova P – 22/05/2017

Nome: ______________________________ Nº USP: ______________



$$M_{\max} = \frac{9p\ell^2}{128} = 35{,}15kN.m$$

Gabarito item e - (2,0) Estime o valor do deslocamento no meio do vão da viga V2, considerando um carregamento uniformemente distribuído igual a 15kN/m e uma carga concentrada P = 10kN proveniente da reação de apoio da viga V7. O momento de inércia deve ser determinado para a seção bruta de concreto.

$$l = 4{,}0m; \quad a = 1{,}4m; \quad b = 2{,}6m; \quad q = 15kN/m; \quad P = 10kN$$

$$b = 20cm; \quad h = 50cm; \quad E = 25GPa; \quad I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0{,}2\times 0{,}5^3}{12} = 2.{,}0833\times 10^{-3}m^4$$

$$\delta_C = \delta_C^q + \delta_C^q$$

$$\delta_C = \frac{5pl^4}{384EI} + \frac{Pa\left(3l^2 - 4a^2\right)}{48EI}, \text{ para } a < b$$

$$\delta_C = \frac{5\times\left(15\times 10^3\right)\times 4^4}{384\times\left(25\times 10^9\right)\times\left(2{,}0833\times 10^{-3}\right)} + \frac{\left(10\times 10^3\right)\times 1{,}4\times\left(3\times 4^2 - 4\times 1{,}4^2\right)}{48\times\left(25\times 10^9\right)\times\left(2{,}0833\times 10^{-3}\right)}$$

$$\delta_C = 9.{,}6002\times 10^{-4}m + 2{,}2490\times 10^{-4}m = 1{,}1849\times 10^{-3}m = 1{,}2mm$$