Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Física para Engenharia II - 4320196
Lista de exercícios 1 - 2012

(Quando necessário utilize $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$)

1. A corda de um piano emite um lá médio vibrando com uma freqüência primária igual a 220 Hz.

(a) Calcule o período e a freqüência angular.

(b) Calcule a freqüência angular de uma soprano emitindo um lá uma oitava acima, que é igual a duas vezes a freqüência da corda do piano.

R: (a) $4{,}54 \times 10^{-3} s,\ \ 1{,}38 \times 10^{3} rad/s$; (b) $2{,}27 \times 10^{-3} s,\ 2{,}76 \times 10^{3} rad/s$.

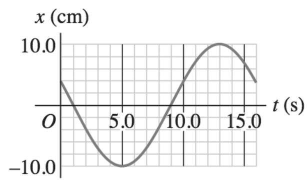
2. O deslocamento de um objeto oscilando em função do tempo é mostrado na figura abaixo. Quais são

(a) a freqüência?

(b) a amplitude?

(c) o período?

(d) a freqüência angular desse movimento?



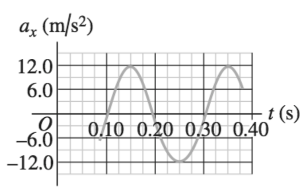
R: (a) $1/16s$; (b) $10cm$; (c) $16s$; (d) $\pi/8s$

3. Sobre um trilho de ar sem atrito, horizontal, um corpo oscila na extremidade de uma mola ideal de constante 2,50 N/cm. O gráfico abaixo mostra a aceleração do corpo em função do tempo. Encontre

(a) a massa do corpo;

(b) o deslocamento máximo do corpo a partir do ponto de equilíbrio;

(c) a força máxima que a mola exerce sobre o corpo;



R: (a) $0{,}253kg$; (b) $1{,}22cm$; (c) $3{,}05N$.

4. Uma massa de 1,50 kg oscilando em uma mola tem o deslocamento em função do tempo dado pela equação

$$x(t) = (7{,}40cm)\cos[(4{,}16s^{-1})t - 2{,}42]$$

Encontre

(a) O tempo de uma vibração completa;

(b) a constante da mola;

(c) a velocidade máxima da massa;

(d) a força máxima sobre a massa;

(e) a posição, velocidade e aceleração da massa em $t = 1{,}00s$;

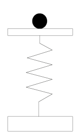
(f) a força sobre a massa nesse instante;

R: (a) $1{,}51s$; (b) $26{,}0N/m$; (c) $0{,}308m/s$; (d) $1{,}92N$; (e) $-0{,}0125m$; $0{,}303m/s$; $0{,}216m/s^2$.

5. Uma pequena plataforma oscila com uma frequência de 4 Hz e com amplitude de 7 cm, presa numa mola vertical. Uma pequenina conta é pousada na plataforma no exato momento em que esta se encontra na posição mais baixa (figura abaixo). Admita que a conta seja tão leve que não altere perceptivelmente a oscilação.

(a) A que distância da posição de equilíbrio da plataforma sobre a mola a conta perde contanto com a plataforma?

(b) Qual a velocidade da conta no instante em que abandona a plataforma?

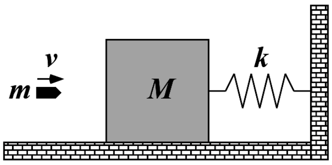


R: (a)1,58 cm acima da posição de equilíbrio; (b) 1,72 m/s.

6. A figura abaixo mostra um bloco de massa M, em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito, preso a uma mola de constante k. Uma bala de massa m e velocidade v atinge o bloco em $t = 0$, conforme é indicado na figura abaixo. A bala permanece dentro do bloco. Determine:

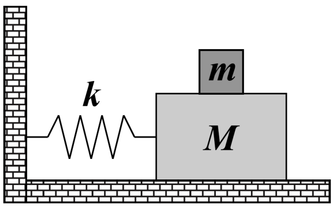
(a) a velocidade do bloco imediatamente após a colisão;

(b) a expressão do deslocamento x do sistema para $t > 0$.



R: (a) $V = \frac{m}{m+M}v$ e (b) $x = A\,\mathrm{sen}(\omega t)$, com $A = \frac{mv}{(m+M)\omega}$ e $\omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}}$.

7. Um disco de massa M, preso por uma mola de constante elástica k e massa desprezível a uma parede vertical, desliza sem atrito sobre uma mesa de ar horizontal. Um bloquinho de massa m está colocado sobre o disco, com cuja superfície tem um coeficiente de atrito estático μ_e. Qual é a amplitude máxima de oscilação do disco para que o bloquinho não escorregue sobre ele?



R: $x_{max} = \frac{\mu_e(m+M)g}{k}$.

8. Certa mola sem massa está suspensa no teto com um pequeno objeto preso a sua extremidade inferior. O objeto é mantido inicialmente em repouso, numa posição y_i tal que a mola não fique esticada. O objeto é então liberado e oscila para cima e para baixo, sendo sua posição mais baixa 10 cm de y_i.

(a) Qual a frequência da oscilação?

(b) Qual a velocidade do objeto quando está 8 cm abaixo da posição inicial?

(c) Um objeto de massa 300 g é ligado ao primeiro objeto; logo após, o sistema oscila com metade da frequência original. Qual a massa do primeiro objeto?

(d) Com relação a y_i, onde é o novo ponto de equilíbrio (repouso) com ambos os objetos presos a mola?

R: (a) $\omega = 14$ rad/s, (b) $|v| = 0{,}56$ m/s e (c) $m = 100$ g e (d) 0,2 m abaixo de y_i.

9. Um prédio em São Francisco tem enfeites luminosos que consistem em pequenos bulbos de 2,35 kg com quebra-luzes pendendo do teto na extremidade de cordas leves e finas de 1,50 m de comprimento. Se um terremoto de fraca intensidade ocorrer, quantas oscilações por segundo farão esses enfeites? **R:** 0,407 oscilações/s

10. Depois de pousar em um planeta desconhecido, uma exploradora do espaço constrói um pêndulo simples de 50,0 cm de comprimento. Ela verifica que o pêndulo simples executa 100 oscilações completas em 136 s. Qual o valor de g nesse planeta?

R: 10,7m/s^2.

11. Um macaco mecânico de 1,80 kg é suspenso por um pivô localizado a uma distância de 0,250 m de seu centro de massa e começa a oscilar como um pêndulo físico. O período da oscilação com ângulo pequeno é igual a 0,940 s.

(a) Qual o momento de inércia do macaco em relação a um eixo passando pelo pivô?

(b) Quando ele é deslocado 0,400 rad da sua posição de equilíbrio, qual é sua velocidade angular quando ele passa pela posição de equilíbrio?

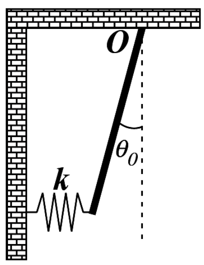
R: (a) 0,1007kgm^2; (b) 2,656rad/s.

12. Uma haste rígida de comprimento L e massa M está suspensa, podendo girar em torno do ponto O, por uma das suas extremidades, como mostra a figura abaixo. Na outra extremidade a barra está ligada a uma mola de constante k que está na posição relaxada quando a barra se encontra na posição vertical. No instante $t = 0$, a barra é deslocada para a esquerda, até um ângulo θ_0 com a direção vertical, e abandonada a partir do repouso. Dado que $I_O = \frac{1}{3}ML^2$ e considerando que a mola sempre permanece na horizontal,

(a) obtenha a equação diferencial que descreve o movimento da barra.

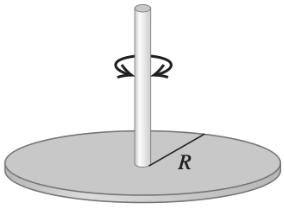
(b) Determine a frequência angular ω de oscilação da barra, considerando oscilações de pequenas amplitudes.

(c) Obtenha a equação $\theta(t)$ que descreve o movimento de oscilação da barra.



R: (a) $\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \left[\frac{3}{2}\frac{g}{L} + \frac{3k}{M}\cos(\theta)\right]\mathrm{sen}(\theta) = 0$, (b) $\omega = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{g}{L} + \frac{3k}{M}}$ e (c) $\theta(t) = \theta_0\cos(\omega t)$.

13. Um disco metálico fino de massa igual a $2{,}0\times10^{-3}kg$ e raio igual a 2,20cm está suspenso em seu centro por uma longa fibra. O disco, depois de torcido e libertado, oscila com um período igual a 1,0s. Calcule a constante de torção da fibra.



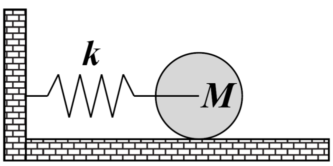
R: $1{,}91 \times 10^{-5} N.m$

14. Uma mola horizontal sem massa está ligada ao eixo de rotação que passa pelo centro de massa de um cilindro sólido, de massa M, de forma que ele possa rolar, sem deslizamento, sobre uma superfície horizontal (figura abaixo). A constante da mola é $k = 3{,}0\,\mathrm{N/m}$. Se o sistema for liberado de uma posição de repouso em que a mola esteja esticada de 0,25 m, ache

(a) a energia cinética translacional e a energia cinética rotacional do cilindro quando ele passa pela posição de equilíbrio.

(b) Mostre que nessas condições o centro de massa do cilindro executa um movimento harmônico simples com período

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{3M}{2k}}$$



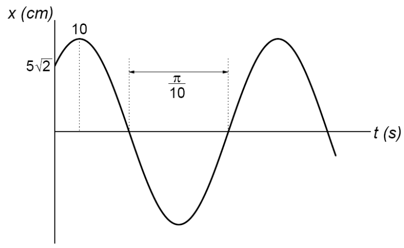
R: (a) $T_{trans} = 0{,}063\,\mathrm{J}$ e $T_{rot} = 0{,}031\,\mathrm{J}$.

15. (Poli 2007) A figura abaixo mostra a oscilação de um corpo com massa 0,5 kg preso a uma mola.

(a) Quanto vale a constante elástica da mola?

(b) Escreva a equação que descreve $x(t)$.

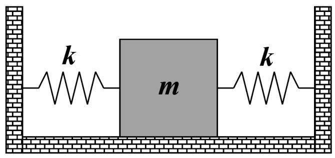
(c) Obtenha expressões para as energias potencial, cinética e mecânica total do oscilador em função do tempo.



R: (a) $k = 50\,\mathrm{kg/s^2} = 50\,\mathrm{N/m}$, (b) $x(t) = 10\cos\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)$ cm e (c) $U(t) = \frac{1}{4}\cos^2\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)$ J, $T(t) = \frac{1}{4}\,\mathrm{sen}^2\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)$ J e $E = \frac{1}{4}$ J.

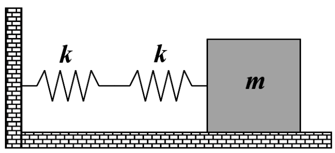
16. Na figura abaixo, mostramos duas molas idênticas (de constante k) ligadas a um mesmo bloco de massa m, sendo que as outras extremidades das molas estão fixas em suportes rígidos. Mostre que a frequência de oscilação do bloco sobre a superfície horizontal sem atrito é dada por:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{m}}.$$

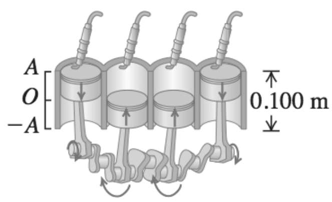


Suponha agora que as duas molas sejam conectadas ao bloco de massa m, conforme é indicado na figura abaixo. Mostre que a frequência de oscilação é dada por:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{2m}}.$$



17. O movimento do pistão no interior do motor de um carro é aproximadamente um MHS.



(a) Sabendo que o percurso (o dobro da amplitude) é igual a 0,100 m e que o motor gira com 3500 rev/min, calcule a aceleração do pistão no ponto final do percurso.

(b) Sabendo que a massa do pistão é igual a 0,450 kg, qual a força resultante exercida sobre ele nesse ponto?

(c) Calcule a velocidade e a energia cinética do pistão no ponto médio do percurso.

(d) Qual é a potência média necessária para acelerar o pistão do repouso até a velocidade calculada no item (c)?

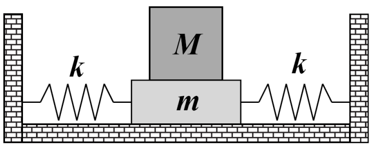
(e) Se o motor girar a 7000 rev/min, quais serão as respostas das partes (b), (c) e (d)?

R: (a) $6{,}72 \times 10^3 m/s^2$; (b) $3{,}02kN$; (c) $18{,}3m/s$; $75{,}6J$; (d) $17{,}6kW$; (e) $12{,}1kN$; $36{,}7m/s$; $302J$; $141kW$.

18. Uma esfera sólida de 95 kg com um raio de 12 cm é suspensa por um fio vertical preso ao teto de uma sala. Um torque de 0,02 Nm é necessário para girar a esfera de um ângulo de 0,85 rad. Qual o período da oscilação, quando a esfera é liberada dessa posição?

R: $T = 30{,}16$s.

19. (Poli 2006) Uma plataforma de massa m está presa a duas molas iguais de constante elástica k. A plataforma pode oscilar sobre uma superfície horizontal sem atrito. Um bloco de massa $M = 2m$ é colocado sobre a plataforma. O sistema (bloco + plataforma) oscila com frequência angular ω.



(a) Determine, em função de m e ω, o valor da constante k das molas.

(b) Calcule, em termos da amplitude A, a força horizontal máxima exercida no bloco de massa M durante o movimento.

(c) Se o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a plataforma é μ_e, encontre o valor máximo da amplitude para o qual o bloco não desliza sobre a plataforma durante a oscilação.

R: (a) $k = \frac{3}{2}m\omega^2$, (b) $F_{max} = 2m\omega^2 A$ e (c) $A_{max} = \frac{\mu_e g}{\omega^2}$.

20. Ache o movimento resultante de dois movimentos harmônicos simples na mesma direção, dados por: $x_1 = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$ e $x_2 = \text{sen}(\omega t)$. Represente graficamente os respectivos vetores girantes.

21. Um pêndulo com fio de comprimento 1,00 m é abandonado do repouso de um ângulo inicial de 15°. Após 1000 s, sua amplitude é reduzida para 5,5°. Qual é o valor da constante de amortecimento γ?

R: $\gamma = 0{,}002\,\text{s}^{-1}$.

22. Um ovo de 50,0 g fervido durante muito tempo está preso na extremidade de uma mola cuja constante é $k = 25{,}0N/m$. Seu deslocamento inicial é igual a 0,300 m. Uma força de amortecimento $F_x = -bv$ atua sobre o ovo e a amplitude do movimento diminui para 0,100 m em 5,0 s. Calcule o módulo da constante de amortecimento b.

R: $0{,}022kg/s$.

23. Um oscilador harmônico amortecido consiste em um bloco ($m = 2$ kg), uma mola ($k = 10{,}0$ N/m) e uma força de amortecimento $F = -\rho v$. Inicialmente, ele oscila com amplitude de 25,0 cm; devido ao amortecimento, a amplitude é reduzida para três quartos do seu valor inicial, quando são completadas quatro oscilações.

(a) Qual o valor de ρ?

(b) Quanta energia foi ?perdida? durante essas oscilações?

R: (a) $\rho = 0{,}102$ kg/s e (b) $\Delta E = 0{,}136$ J.

24. Em um sistema oscilatório com uma força de atrito temos:

$$F_{mola} + F_{atrito} = -kx - \rho\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},$$

onde k é a constante da mola e ρ é a constante de amortecimento. Logo, a equação de movimento fica:

$$M\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \rho\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + kx = 0.$$

Considere o oscilador como estando no regime subcrítico e resolva a equação diferencial para as condições iniciais $x(0) = 0$ e $v(0) = v_0$.

R: $x(t) = \frac{v_0}{\omega}\mathrm{e}^{-\frac{\rho t}{2M}}\,\text{sen}(\omega t)$, com $\omega = \sqrt{\frac{k}{M} - \frac{\rho^2}{4M^2}}$.

25. (Poli 2007) Um corpo de massa $m = 40$ g está preso a uma mola de constante elástica $k = 100$ N/m. Este sistema é colocado para oscilar e depois imerso num meio cujo coeficiente de atrito viscoso é $\rho = 0{,}08$ kg/s.

(a) Determine a frequência natural do sistema.

(b) Escreva a equação diferencial que descreve o movimento, explicitando os valores numéricos dos coeficientes (indicando suas unidades).

(c) Qual é o regime de oscilação? (justifique)

(d) Qual é a frequência de oscilação?

R: (a) $\omega_0 = 50\,\text{rad/s}$, (b) $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \gamma\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 x = 0$ com $\gamma = 2\,\text{s}^{-1}$ e $\omega_0^2 = 2500\,\text{rad}^2/\text{s}^2$, (c) Regime Subcrítico pois, $\omega_0 > \dfrac{\gamma}{2}$ e (d) $f = 7{,}96\text{s}^{-1}$.

26. (Poli 2006) Um corpo de massa $m = 1{,}0\,\text{kg}$ oscila livremente, quando preso a uma mola, com frequência angular $\omega_0 = 2{,}0\,\text{rad/s}$. Posteriormente este conjunto é colocado num líquido, cujo coeficiente de resistência viscosa é $\rho = 2\sqrt{3}\,\text{kg/s}$.

(a) Escreva a equação diferencial do movimento harmônico amortecido, e a sua solução com as condições iniciais $x(0) = 0{,}50\,\text{m}$ e $v(0) = 0$.

(b) Determine o tempo necessário T para que a amplitude do movimento diminua de um fator $1/e$ em relação ao valor inicial.

R: (a) $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + 2\sqrt{3}\,\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 4x = 0$, $x(t) = \mathrm{e}^{-\sqrt{3}t}\cos\left(t - \dfrac{\pi}{3}\right)$ m e (b) $T = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ s.

27. Considere uma situação em que você está examinando as características do sistema de suspensão de um automóvel. A suspensão "cede" 10 cm, quando o peso do automóvel inteiro é colocado sobre ela. Além disso, a amplitude da oscilação diminui 50 % durante uma oscilação completa. Estime os valores de k e ρ para o sistema de mola e amortecedor em uma roda, considerando que cada uma suporta 500 kg.

R: $k = 5{,}0 \times 10^4\,\text{N/m}$ e $\rho = 1{,}1 \times 10^3\,\text{kg/s}$.

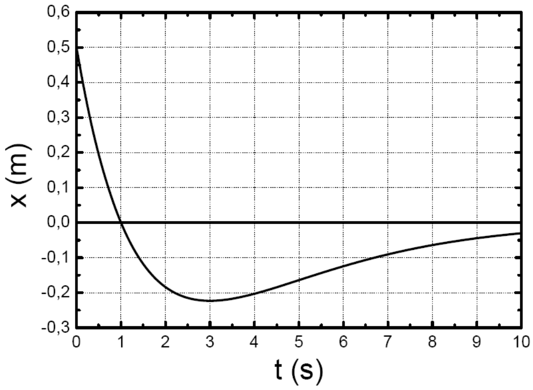
28. Um oscilador criticamente amortecido, partindo da posição de equilíbrio, recebe um impulso que lhe comunica uma velocidade inicial v_0. Verifica-se que ele passa por seu deslocamento máximo, igual a 3,68 m, após 1 segundo.

(a) Qual é o valor de v_0?

(b) Se o oscilador tivesse um deslocamento inicial $x_0 = 2\,\text{m}$ com a mesma velocidade inicial v_0, qual seria o valor de x no instante t?

R: (a) $v_0 = 10\,\text{m/s}$ e (b) $x(t) = \mathrm{e}^{-t}(2 + 12t)$.

29. (Poli 2006) O gráfico de $x(t)$, mostrado na figura abaixo, representa a equação horária de um oscilador criticamente amortecido, para um sistema composto de um corpo de massa $m = 1{,}0\,\text{kg}$ preso a uma mola de constante elástica k e imerso em um líquido viscoso, de coeficiente de resistência viscosa ρ.



(a) Em que instante de tempo a velocidade do corpo será nula, no intervalo de tempo mostrado no gráfico?

(b) A equação horária $x(t)$ pode ser escrita como

$$x(t) = \mathrm{e}^{-\frac{\gamma}{2}t}(a + bt)$$

Determine os valores de a e b da equação.

(c) Determine o coeficiente de resistência viscosa ρ e a constante elástica k da mola.

(d) Determine o valor da velocidade inicial do oscilador.

R: (a) $t = 3\,\text{s}$, (b) $a = 0{,}5\,\text{m}$ e $b = -0{,}5\,\text{m/s}$, (c) $\rho = 1\,\text{kg/s}$ e $k = 0{,}25 N/m$ e (d) $v_0 = -0{,}75\,\text{m/s}$.

30. Um corpo de massa $m = 1000\,\text{kg}$ cai de uma altura $H = 1\,\text{m}$ sobre uma plataforma de massa desprezível. Deseja-se projetar um sistema constituído por uma mola e um amortecedor sobre o qual se montará a plataforma de modo que ela fique em equilíbrio a uma distância $d = 2\,\text{m}$ abaixo de sua posição inicial, após o impacto. O equilíbrio deve ser atingido tão rápido quanto possível, sem oscilações.

(a) Obtenha a constante k da mola e a constante de amortecimento ρ do amortecedor.

(b) Obtenha a equação que descreve o movimento do bloco após entrar em contato com a plataforma.

R: (a) $k = 5 \times 10^3\,\text{N/m}$ e $\rho = 2\sqrt{5} \times 10^3\,\text{kg/s}$ e (b) $x(t) = 2(\mathrm{e}^{-\sqrt{5}\,t} - 1)\,\text{m}$.

31. Um oscilador não amortecido de massa m e frequência própria ω_0 move-se sob a ação de uma força externa $F = F_0\,\text{sen}(\omega t)$, partindo da posição de equilíbrio com velocidade inicial nula. Ache o deslocamento $x(t)$.

R: $x(t) = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}\left[\text{sen}(\omega t) - \frac{\omega}{\omega_0}\,\text{sen}(\omega_0 t)\right]$.

32. (Poli 2006) Um corpo de massa m desliza sobre um plano horizontal sem atrito sujeito a três forças: uma força elástica resultante da ação de uma mola de constante elástica k, uma força devido à resistência viscosa do meio, caracterizada pela constante de resistência viscosa ρ e uma força externa periódica $F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$, sendo Ω a frequência externa.

(a) Escreva a equação diferencial que descreve o movimento do corpo e encontre a sua solução estacionária.

(b) Considerando que $m = 50\,\text{kg}$, $k = 5000\,\text{N/m}$, $F_0 = 50\,\text{N}$ e $\rho = 500\,\text{kg/s}$, calcule a frequência natural do sistema e o seu fator de qualidade.

(c) No regime estacionário, usando os valores do item anterior, determine o valor de Ω para o qual a amplitude do movimento é máxima.

(d) No regime estacionário, usando os valores do item (b), determine o valor da amplitude máxima.

R: (a) $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos(\Omega t)$, $x(t) = A(\Omega)\cos[\Omega t + \Phi(\Omega)]$, $A(\Omega) = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2-\Omega^2)^2+\gamma^2\Omega^2}}$ e $\Phi(\Omega) = -\arctan\left(\frac{\gamma\Omega}{\omega_0^2-\Omega^2}\right)$, (b) $\omega_0 = 10\,\text{s}^{-1}$ e $Q = 1$, (c) $\Omega_R = 5\sqrt{2}\,\text{s}^{-1}$ e (d) $A_{max} = \frac{1}{50\sqrt{3}}\,\text{m}$.

33. (Poli 2007) Um corpo de massa $50\,\text{g}$ está preso a uma mola de constante $k = 20\,\text{N/m}$ e oscila, inicialmente, livremente. Esse oscilador é posteriormente colocado num meio cujo coeficiente de atrito viscoso é $\rho = 0{,}9\,\text{kg/s}$. Depois disso o oscilador, ainda no meio viscoso, é excitado por uma força externa $F = F_0\cos(\Omega t)$, onde $F_0 = 9{,}0\,\text{N}$ e $\Omega = 20{,}0\,\text{rad/s}$.

(a) Determine a frequência natural do sistema.

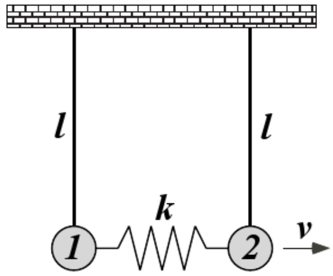
(b) Qual o regime de oscilação do sistema quando imerso no meio viscoso, mas antes de ser excitado pela força externa? Justifique a resposta.

(c) Depois que a força externa é aplicada e que o sistema entrou no regime estacionário, qual o valor da amplitude do movimento?

(d) Qual deveria ser o valor exato da frequência externa de excitação para que a amplitude de oscilação, no regime estacionário, fosse máxima?

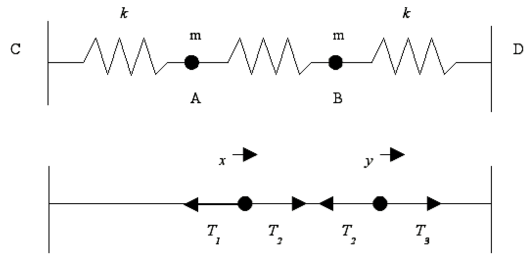
R: (a) $\omega_0 = 20\,\text{s}^{-1}$; (b) Regime subcrítico ($\omega_0 > \frac{\gamma}{2}$) ; (c) $A = 0{,}5\,\text{m}$ e (d) $\Omega_R = \sqrt{238}\,\text{s}^{-1}$.

34. Duas partículas de mesma massa $m = 250\,\text{g}$, estão penduradas no teto por barras idênticas, de comprimento $l = 0{,}4\,\text{m}$ e massa desprezível, e estão ligadas uma à outra por uma mola de constante elástica $k = 25\,\text{N/m}$. No instante $t = 0$, a partícula 2 (figura abaixo) recebe um impulso que lhe transmite uma velocidade $v = 15\,\text{cm/s}$. Determine os deslocamentos $x_1(t)$ e $x_2(t)$ das posições de equilíbrio das duas partículas (em cm) para $t > 0$.



R: $x_1(t) = 1{,}5\,\text{sen}(5t) - 0{,}5\,\text{sen}(15t)$ e $x_2(t) = 1{,}5\,\text{sen}(5t) + 0{,}5\,\text{sen}(15t)$.

35. Considere duas partículas A e B cada uma com massa m conectadas por uma mola de constante elástica k e comprimento natural a. Cada partícula está ligada a dois suportes C e D por duas molas com as mesmas características da primeira mola. Os dois suportes são separados por uma distância $3b$, como mostrado na figura abaixo. Em um dado instante de tempo t o deslocamento das partículas A e B é x e y a partir da posição de equilíbrio, resultando nas forças mostradas na figura. Calcule as frequencias de oscilação do sistema.



R: $\omega_1 = \frac{k}{m}$ e $\omega_2 = \frac{3k}{m}$.

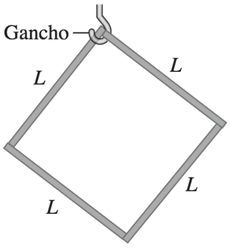
36. Quando deslocados das posição de equilíbrio, os dois átomos da molécula de H_2 são submetidos a uma força restauradora $F_x = -kx$ com $k = 580 N/m$. Calcule a freqüência da oscilação da molécula de H_2.

R: $1{,}3 \times 10^{14} s^{-1}$.

37. Um dispositivo experimental e sua estrutura de suporte para instalação a bordo da *International Space Station* deve funcionar como um sistema massa-mola com subamortecimento com massa de 108 kg e constante de mola igual a $2{,}1 \times 10^6 N/m$. Uma exigência da Nasa é que não ocorra ressonância das oscilações forçadas em nenhuma freqüência menor do que 35 Hz. O dispositivo experimental satisfaz essa exigência?

R: não, $f < f_0 < 35Hz$.

38. Um objeto quadrado de massa m é formado de quatro varetas finas idênticas, todas de comprimento L, amarradas juntas. Esse objeto é pendurado em um gancho pelo seu canto superior. Se ele for girado levemente para a esquerda e depois solto, em que freqüência ele irá oscilar para a frente e para trás?



R: $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{5}}\sqrt{\frac{g}{L}} = 0{,}921\left(\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}\right)$.

39. Uma mola de massa desprezível e constante $k = 400N/m$ está suspensa verticalmente, e um prato de 0,200 kg está suspenso em sua extremidade inferior. Um açougueiro deixa cair sobre o prato, de uma altura de 0,40 m, uma posta de carne de 2,2 kg. A posta de carne produz uma colisão totalmente inelástica com o prato e faz o sistema executar um MHS. Calcule

(a) a velocidade do prato de carne logo após a colisão;

(b) a amplitude da oscilação subseqüente;

(c) o período do movimento.

R: (a) $2{,}6m/s$; (b) $0{,}201m$; (c) $0{,}49s$.

40. Dois corpos puntiformes de massa m são mantidos a uma distância d um do outro. Outro corpo puntiforme de massa M está a meio caminho entre eles. M é então deslocado de uma pequena distância x perpendicular à linha que une os dois corpos fixos e é libertado.

(a) Mostre que o módulo da força gravitacional resultante sobre M exercida pelos corpos fixos é dada aproximadamente por $F_x = \frac{16GmMx}{d^3}$, se x é pequeno. Qual a direção e sentido dessa força? Trata-se de uma força restauradora ou não?

(b) Mostre que a massa M irá oscilar com freqüência angular $(4/d)\sqrt{Gm/d}$ e período $\pi d/2\sqrt{d/Gm}$.

(c) Qual seria o período se $m = 100kg$ e $d = 25{,}0cm$? Será que você poderia medir facilmente esse período? O que impede que esse experimento seja facilmente executado em um laboratório de física comum?

(d) M oscilará se for deslocada do centro de uma pequena distância x no sentido de qualquer um dos corpos fixos? Por quê?

R: (a) sim ; (c) $2{,}40 \times 10^3 s$; (d) não.

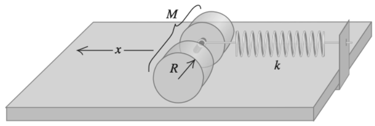
41. Dois átomos idênticos de uma molécula diatômica vibram como osciladores harmônicos. Contudo, o centro de massa situado na metade da distância entre os átomos permanece em repouso.

(a) Mostre que em qualquer instante os momentos lineares dos átomos são dados por $\boldsymbol{p}$ e $-\boldsymbol{p}$.

(b) Mostre que a energia cinética K dos dois átomos em qualquer instante é igual à energia cinética de um objeto de massa $m/2$ com um momento linear de módulo igual a p.

(c) Se os átomos não forem idênticos, mas possuírem massas m_1 e m_2, mostre que o resultado da parte (a) ainda permanece válido e na parte (b) a massa do único objeto é dada por $m_1m_2/(m_1 + m_2)$, denominada de massa *reduzida* do sistema.

42. Dois cilindros homogêneos de raio R e massa total M são conectados ao longo de seu eixo comum por uma barra leve e curta, e estão em repouso sobre uma mesa horizontal. Um mola cuja constante é k possui uma extremidade presa na mesa por uma braçadeira e sua outra extremidade é ligada a um anel sem atrito no centro de massa dos cilindros, ver figura. Os cilindros são puxados para a esquerda esticando a mola até uma distância x, e a seguir são libertados. Existe entre o topo da mesa e os cilindros um atrito suficiente para fazer os cilindros rolarem sem deslizar à medida que eles oscilam na extremidade da mola. Mostre que o movimento do centro de massa dos cilindros é um MHS, e calcule o seu período em termos de M e de k.(*Sugestão*: O movimento é harmônico simples quando a aceleração e a posição satisfazem $a = -\omega^2 x$ e o período é então dado por $T = 2\pi/\omega$)



R: $2\pi\sqrt{3M/2k}$.

43. Muitas moléculas diatômicas são mantidas unidas por ligações covalentes que são muito mais fortes do que a interação de van der Waals. Exemplos dessas moléculas incluem H_2, O_2 e N_2. As experiências mostram que, em muitas dessas moléculas, a interação pode ser descrita por uma força da forma

$$F_r = A[e^{-2b(r-R_0)} - e^{-b(r-R_0)}]$$

onde A e b são constantes positivas, r é a distância entre os centros dos dois átomos e R_0 é a separação de equilíbrio. Para a molécula de hidrogênio, $A = 2{,}97 \times 10^{-8}N$, $b = 1{,}95 \times 10^{10}m$ e $R_0 = 7{,}4 \times 10^{-11}m$. Calcule a constante da força para pequenas oscilações em torno do equilíbrio. (*Sugestão*: utilize a série de Taylor da função e^x).

R: $579{,}15N/m$.