AULA Nº 2 · PROF. ANTONIO LUIS MARIANI

PROBLEMAS FUNDAMENTAIS DE PERDA DE CARGA DISTRIBUÍDA

I. HIPÓTESES:

- Escoamento isotérmico
- Fluido Incompressível
- Regime permanente
- Conduto forçado, cilíndrico, seção reta circular
- Rugosidade Uniforme K
- Fluido é conhecido : dados ρ, ν (ou μ)

II. EQUAÇÕES QUE REGEM O ESCOAMENTO:

1. Equação para determinar f (fator de atrito)

1.1. COLEBROOK : ESCOAMENTO TURBULENTO

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(0{,}27 \frac{K}{D} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}} \right) \quad \text{I}$$

Obs: ou pode-se utilizar diagrama de Moody-Rouse

1.2. HAGEN - POISEUILLE : ESCOAMENTO LAMINAR

$$f = \frac{64}{Re} \quad \text{I'}$$

2. Equação da CONTINUIDADE

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} \cdot V = V \cdot S = \text{constante} \quad \text{II}$$

3. Número de REYNOLDS

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} \quad \text{III}$$

4. FÓRMULA UNIVERSAL de PERDA DE CARGA DISTRIBUÍDA (Equação de DARCY - WEISBACH)

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \qquad \text{IV}$$

TEMOS PORTANTO:

4 equações e 6 incógnitas: f, D, V, Q, Re, h_f

QUANDO 2 VARIÁVEIS SÃO DADAS O PROBLEMA ADMITE SOLUÇÃO ÚNICA.

NOTA: MUITOS PROBLEMAS envolvem cálculos iterativos por aproximações sucessivas.

III - PROBLEMAS FUNDAMENTAIS (MAIS COMUNS):

3 TIPOS:	DADOS	PEDE-SE
CASO (A)	L, ν, K, Q, D	h_f
CASO (B)	L, ν, K, Q, h_f	D
CASO (C)	L, ν, K, D, h_f	Q

IV - MÉTODOS DE RESOLUÇÃO:

CASO (A): Dados: L, ν, K, Q, D

Pede-se: h_f

ETAPAS:

1. Calcula-se V; Re, K/D
2. Com os valores de Re e K/D, encontra-se f no diagrama de Moody ou de Moody-Rouse
3. Calcula-se h_f

CASO (B) : Dados : L, ν, K, Q, h_f

Pede-se : D

ETAPAS :

(1) Adotamos valor para V ou para f (preferível) $\Rightarrow f_1$

(2) Com f_1 em $h_f = f_1 \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = f_1 \frac{L}{D} \frac{(4Q)^2}{\pi^2 D^4 2g} =$

$$h_f = f_1 \frac{L}{D^5} \frac{8Q^2}{\pi^2 g}$$

determinamos $D_1 = \sqrt[5]{\frac{f_1 L \, 8 Q^2}{\pi^2 h_f g}}$

(3) Calculamos $\frac{K}{D_1}$ e $Re_1 = \frac{4Q}{\pi D_1 \nu}$

(4) Com os dados acima determinamos f_2 no Diagrama de Moody

(5) Comparamos f_1 com f_2 e repetimos a partir da 2ª etapa até $f_i \cong f_{i+1}$ (Convergência)

(6) Com o valor final de $f_{(\ldots)}$ determinamos D

CASO (C) : Dados : L, ν, K, D, h_f

Pede-se : Q

ETAPAS :

(1) Calculamos $Re\sqrt{f} = \sqrt{\frac{2 g h_f D^3}{L \nu^2}}$

(2) Calculamos $\frac{D}{K}$

(3) Com os dados acima no Diagrama de Moody-Rouse determinamos f

(4) Com f e $Re\sqrt{f}$ (de (1)) calculamos Re e V

(5) Calculamos $Q = S \cdot V$

Opção para etapa 4 : Calcular V a partir de
$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Determinação de $Re\sqrt{f}$: é feita a partir de
$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad e \quad Re = \frac{VD}{\nu}$$
$$V = \sqrt{\frac{h_f D 2g}{f L}} \Rightarrow Re\sqrt{f} = \sqrt{\frac{2g h_f D^3}{f L \nu^2}}$$

EXEMPLOS E EXERCÍCIOS

$\Downarrow$

A SEGUIR

2ª AULA:

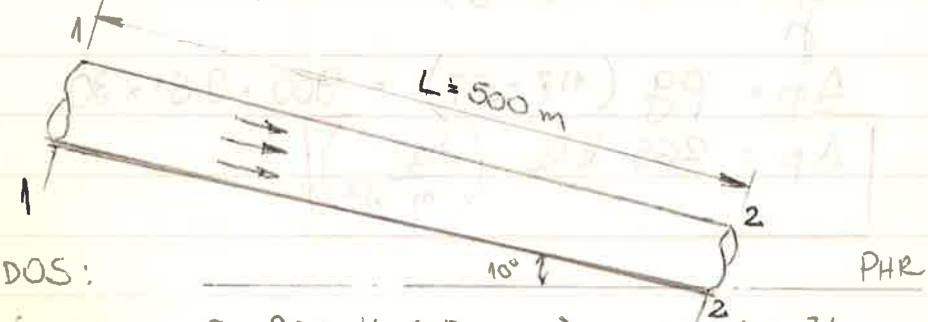
EXERCÍCIOS

1. CASO (A)

Escoa óleo através de um óleoduto construído em ferro fundido. Determinar:

1- Perda de Carga Distribuída

2- Queda de pressão se o tubo for inclinado 10° na direção do escoamento



$g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$

DADOS:

ÓLEO: $\rho = 900\ Kg/m^3$; $\nu = 0{,}00001\ m^2/s$; $Q = 0{,}2\ m^3/s$

ÓLEODUTO: $L = 500\ m$; $D = 200\ mm$; fofo

SOLUÇÃO:

(1) $V = \frac{Q}{S} = \frac{0{,}2}{\pi R^2} = \frac{0{,}2}{\pi (0{,}1)^2} = 6{,}4\ m/s$

$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{6{,}4 \times 0{,}2}{10^{-5}} = 128.000 = 1{,}28 \times 10^5$

$\frac{K}{D} \Rightarrow$ K p/ fofo $= 0{,}26\ mm \Rightarrow \frac{K}{D} = \frac{0{,}26}{200} = 0{,}0013$

(2) No diagrama de Moody
$f \cong 0{,}0225$
(Usando Eq. de Colebrook $\Rightarrow f = 0{,}0227$)

(3) $h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0{,}0225 \frac{500}{0{,}2} \frac{(6{,}4)^2}{2 \times 9{,}81} = 117\ m$

(4) QUEDA de PRESSÃO:

Equação da energia cinética para tubo de corrente
$H_1 - H_2 = h_f$ ($W_m = 0$ e regime permanente)

$$\left(\frac{\alpha V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\frac{\alpha V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2\right) = h_f$$

$$\frac{\alpha V_1^2}{2g} = \frac{\alpha V_2^2}{2g}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} + z_1 - z_2 = h_f$$

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = h_f - (z_1 - z_2)$$

$z_1 - z_2 = L \sin\theta$
$z_1 - z_2 = 500 \text{ sen } 10°$
$z_1 - z_2 = 87 \text{ m}$

$$\Delta p = \rho g\,(117 - 87) = 900 \times 9{,}81 \times 30$$

$$\boxed{\Delta p = 265 \text{ kPa} \quad \left(\frac{kg}{m \cdot s^2}\right)}$$

2. CASO (B)

Água a 20 °C escoa em um conduto cilíndrico longo de aço, com $L = 360 \text{ m}$, $\varepsilon = 10^{-4} \text{ m}$, numa taxa de vazão $Q = 12 \text{ m}^3/\text{s}$, ocorrendo uma perda de carga $h_f = 3{,}9 \text{ m}$ (não há máq. de fluxo; Reg Permanente).
Pede-se: dimensionar o diâmetro da tubulação

Dados: Água (20 °C) $\Rightarrow \nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

SOLUÇÃO:

(1) Adotamos $f_1 = 0{,}024$

(2) Calculamos a partir de $h_f = f_1 \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$ e e $Re = \frac{VD}{\nu}$ o diâmetro ...

$$D_1 = \sqrt[5]{\frac{f_1 L\, 8\, Q^2}{\pi^2 h_f\, g}} \Rightarrow D_1 = 1{,}924 \text{ m}$$

③ $\dfrac{K}{D_1} = \dfrac{10^{-4}}{1,924} = 0,000052 = 5,2 \times 10^{-5}$

$Re_1 = \dfrac{4Q}{\pi D \nu} = \dfrac{4 \times 12}{\pi \times 1,924 \times 10^{-6}} = 7,94 \times 10^{6}$

④ No diagrama de Moody

$f_2 = 0,011$

⑤ Novo Diâmetro $D_2 = \sqrt[5]{\dfrac{f_2 L 8 Q^2}{\pi^2 h_f g}} = 1,646$

⑥ $\dfrac{K}{D_2} = \dfrac{10^{-4}}{1,646} = 0,607 \times 10^{-4}$

$Re_2 = \dfrac{4Q}{\pi D \nu} = 9,28 \times 10^{6}$

⑦ No Diagrama de Moody

$f_3 = 0,0112 \cong f_2$ (Convergiu!)

⑧ Valor final do Diâmetro

$$D_3 = \sqrt[5]{\frac{(0,0112)(360)8(12)}{\pi^2 \times 3,9 \times 9,81}}$$

$$\boxed{D = 1,652\ m}$$

3. CASO ⓒ

Calcular a vazão em um conduto cilíndrico longo de ferro fundido de seção circular, de diâmetro $D = 0,10\ m$ e de rugosidade uniforme equivalente $\varepsilon = 2,5 \times 10^{-4} m$, onde escoa água a Temperatura $\theta = 37°C$ ($\nu = 7 \times 10^{-7} m^2/s$) com perda de carga unitária $J\left(\frac{h_f}{L}\right) = 0{,}0115 \ \frac{m}{m}$

① $Re\sqrt{f} = \sqrt{\dfrac{2g\, h_f\, D^3}{L\, \nu^2}}$

ou

$Re\sqrt{f} = \dfrac{D^{3/2}}{\nu}\sqrt{2g\left(\dfrac{h_f}{L}\right)}$

$Re\sqrt{f} = \dfrac{(0{,}1)^{3/2}}{7\times10^{-7}}\sqrt{2\times9{,}81\times0{,}0115}$

$Re\sqrt{f} = 2{,}145 \times 10^4$

② $\dfrac{D}{K} = \dfrac{0{,}1}{2{,}5\times10^{-4}} = 400$

③ Diagrama de Moody Rouse: $f = 0{,}026$

④ $Re = \dfrac{2{,}145\times10^4}{\sqrt{0{,}026}} = 133077$ ou $1{,}33\times10^5$

$V = \dfrac{Re\,\nu}{D} = \dfrac{1{,}33\times10^5 \times 7\times10^{-7}}{0{,}10} = 0{,}932 \ m/s$

ou então

$\dfrac{h_f}{L} = \dfrac{f}{D}\,\dfrac{V^2}{2g} \Rightarrow V^2 = \dfrac{0{,}0115\times2\times9{,}81\times0{,}10}{0{,}026}$

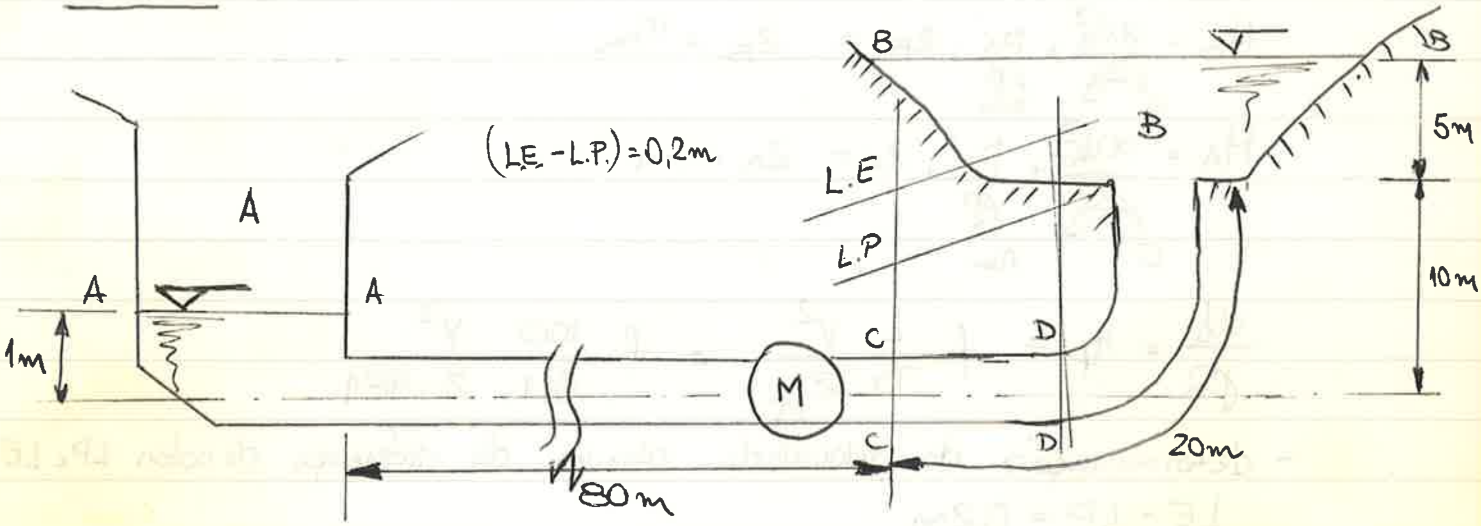
$V = 0{,}932 \ \frac{m}{s}$

⑤ $Q = V\cdot S = 0{,}932 \times \dfrac{\pi\,(0{,}10)^2}{4}$

$\boxed{Q = 0{,}0073 \ m^3/s}$

EXERCÍCIOS (AULAS Nº 2 / 3)
(PERDA de CARGA DISTRIBUÍDA)

Ex. 8.3



HIPÓTESES:

- diâmetro $D = 0{,}1m \Rightarrow cte$
- perdas de carga singulares $\Rightarrow h_s \cong 0$ (desprezíveis)
- Regime permanente
- Nível reservatórios A e B constantes $\Rightarrow$ reservatórios grandes dimensões
- Rugosidade Uniforme $\Rightarrow$ tubulação fofo $\Rightarrow K = 0{,}00026m$
- Regime dinâmicamente estabelecido

Pede-se: ① Tipo de Máquina
② Potência em CV da máquina, com $\eta = 75\%$
③ Cota z da L.P. na seção C

Resolução: A princípio,

① $\exists$ 4 possibilidades : Fluido $\rightleftarrows$ Máquina: Bomba ou Turbina

Como há perda de carga entre as seções CD $\Rightarrow$ sentido do escoamento é de D para C

Equação da Energia Cinética $\Rightarrow$ Verificar que máq. temos...

Aplicando entre A-A e B-B

$$H_B - H_A = \frac{W_a}{\gamma Q} - \frac{W_m}{\gamma Q} \quad \text{(I)}$$

$$H_B = \cancel{\frac{\alpha V_B^2}{2g}}^{0} + \cancel{\frac{p_B}{\gamma}}^{P_{atm}} + z_B = z_B = 15m$$

$$H_A = \cancel{\frac{\alpha V_A^2}{2g}}^{0} + \cancel{\frac{p_A}{\gamma}}^{P_{atm}} + z_A = z_A = 1m$$

$$\frac{W_a}{\gamma Q} = h_f = f\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g} = f\,\frac{100}{0{,}1}\,\frac{V^2}{2\times 981}$$

- determinação da velocidade através da diferença de cotas LP e LE

$$LE - LP = 0{,}2m$$

$$L.E. - L.P. = \frac{\alpha V^2}{2g} \quad \text{com } \alpha \cong 1 \text{ (escoamento turbulento)}$$

$$V^2 = 2\times 9{,}81 \times 0{,}2 \Rightarrow V = 1{,}98 \cong 2{,}0\,m/s$$

- determinação da perda de carga distribuída:

$$h_f = f\,\frac{100}{0{,}1}\,\frac{2{,}0^2}{2\times 9{,}81}$$

$f \Rightarrow$ diagrama de Moody-Rouse ou Moody

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{K}{D} = \dfrac{2{,}6\times 10^{-4}}{0{,}1} = 0{,}0026 \\ Re = \dfrac{VD}{\nu} = \dfrac{2{,}0\times 0{,}1}{10^{-6}} = 2{,}0\times 10^5 \end{array}\right\} f \cong 0{,}025 \Rightarrow h_f = 5{,}1m$$

Voltando na Eq. (I):

$$15 - 1 = 5{,}1 - \frac{W_m}{\gamma Q} \Rightarrow \frac{W_m}{\gamma Q} = -14 + 5{,}1$$

$$\boxed{\frac{W_m}{\gamma Q} = -8{,}9m}$$

Logo temos uma TURBINA (Retira energia do fluido)

② Potência da Máquina:

$$|W_m| = 8{,}9 \times \gamma \times Q = 8{,}9 \times 1000 \times 9{,}81 \times 2{,}0 \times \frac{\pi \times 0{,}1^2}{4}$$

$|W_m| = 1.371$ watts (Carga que o fluido fornece à Turbina)

$\eta = 75\% \implies W_{TURB} = 1.371 \times 0{,}75 = 1.028$ w

$W_{TURB} = 1028$ w ou $1{,}38 \cong \boxed{1{,}4 \text{ CV}}$

③ Cota z em C-C da L. Piezométrica:

Eq. En. Cinética entre B e C

$$H_B - H_C = h_f + \underbrace{\cancel{\frac{W_m}{\gamma Q}}}_{0} \implies 15. - \left(\frac{\alpha V_c^2}{2g} + \frac{p_c}{\gamma} + z_c\right) = h_f$$

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0{,}025 \times \frac{20}{0{,}1} \times \frac{2{,}0^{\cancel{2}}}{\cancel{2} \times 9{,}81} = 1{,}019 \text{ m} \cong 1{,}0 \text{ m}$$

$$15 - \left[\frac{2{,}0^2}{2 \times 9{,}81} + \underbrace{\left(\frac{p_c}{\gamma} + z_c\right)}_{z \text{ da } L.P.}\right] = 1{,}0$$

$$z_{L.P} = 15 - 1{,}0 - 0{,}204 \cong \boxed{13{,}8 \text{ m}}$$

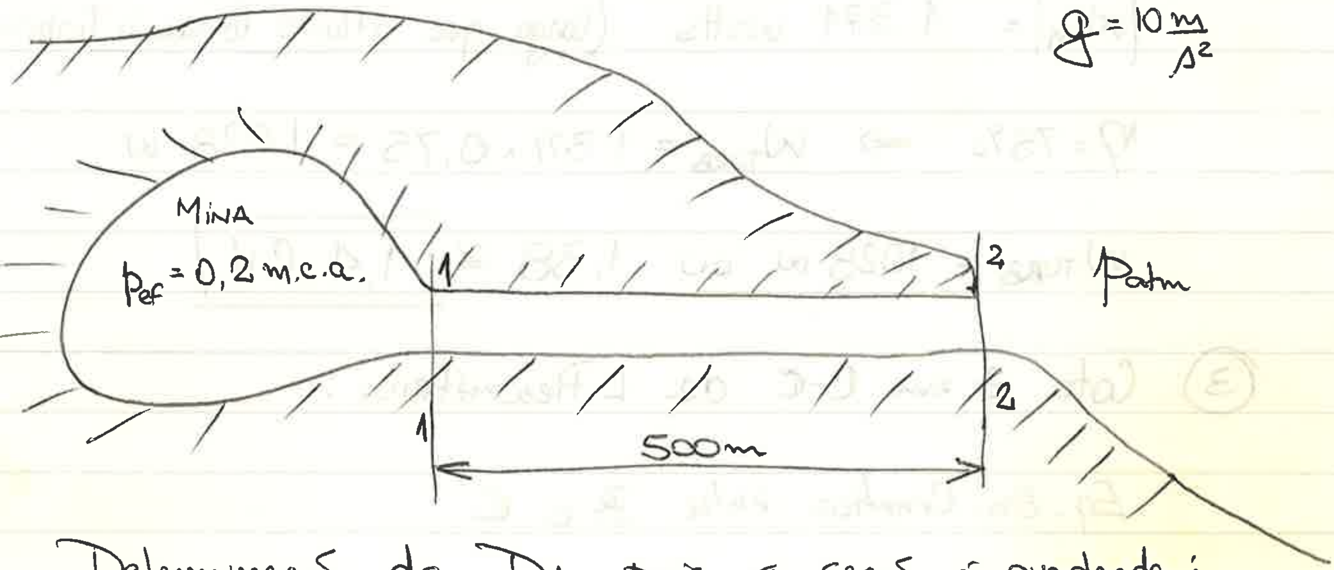
Ex. 8.4 : GALERIA SEÇÃO QUADRADA $L = 0,6\,m$ (constante)

Dados: $\nu_{ar} = 10^{-5}\,\frac{m^2}{s}$; $\gamma_{ar} = 1,3\ kgf/m^3$

$K = 10^{-3}\,m$; $\gamma_{água} = 10^3\ kgf/m^3$

Pede-se: Vazão de ar: Q

$g = 10\,\frac{m}{s^2}$



Determinação do D_H, pois a seção é quadrada:

$$D_H = 4R_H = 4 \cdot \frac{S}{\sigma} = \cancel{4} \cdot \frac{0,6^{\cancel{2}}}{\cancel{4} \times \cancel{0,6}} = \underline{0,6\,m}$$

Eq. En. Cinética entre 1-1 e 2-2:

$$H_1 - H_2 = \frac{W_a}{\gamma Q} - \cancel{\frac{W_m}{\gamma Q}}^{\,0} \Rightarrow$$

$$\frac{\alpha V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + \cancel{z_1} - \frac{\alpha V_2^2}{2g} - \frac{p_2}{\gamma} - \cancel{z_2} = h_f \qquad \text{(I)}$$

Eq. Continuidade:

$Q = cte = V_1 S_1 = V_2 S_2$

como $S_1 = S_2 \Rightarrow V_1 = V_2 = V$

Substituindo em (I), temos:

$$\frac{p_1}{\gamma} - \cancel{\frac{p_2}{\gamma}}^{\,Patm} = h_f \Rightarrow h_f = 0,2\ m.c.a$$

mas $h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$

EXERCÍCIOS - CONTINUAÇÃO (AULAS 2/3)
(PERDA DE CARGA DISTRIBUÍDA)

Ex 8.4 (continuação)

$$h_f = f \times \frac{500}{0,6} \times \frac{V^2}{2 \times 10} = 0,2 \text{ m.c.a}$$

→ transformando 0,2 m.c.a para metros coluna de ar (fluido que escoa é ar)

$$\frac{p}{\gamma} = 0,2 \text{m.c.a.} \times \frac{\gamma_{água}}{\gamma_{ar}} = 0,2 \times \frac{10^3}{1,3} = \underline{\overline{153,8 \text{ m.c.ar}}}$$

$$154 = f \times \frac{500}{0,6} \times \frac{V^2}{20} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{3,696}{f}}$$

$$\frac{D}{K} = \frac{0,6}{10^{-3}} = 6 \times 10^2 = 600$$

→ No diagrama de Moody-Rouse podemos assumir que o escoamento está na região do hidraulicamente rugoso e

determinar $f = 0,0225$

Calcular $V = 12,82 \text{ m/s}$

$$Re = \frac{12,82 \times 0,6}{10^{-5}} = 7,70 \times 10^5$$

e verificamos que realmente está! ⇒ $f = 0,0225$ ⇒

$$Q = V \cdot S = 4,61 \text{ m}^3/\text{s}$$

→ ou então: Adotar $f_1 = 0,02$

Calcular $V_1 = \sqrt{\frac{3,696}{0,02}} = 13,59 \text{ m/s} \cong 13,6 \text{ m/s}$

$$Re_1 = \frac{13,6 \times 0,6}{10^{-5}} = 8,16 \times 10^5$$

No diagrama : $f_2 = 0{,}023$

$$V_2 = \sqrt{\frac{3{,}696}{0{,}023}} = 12{,}68 \text{ m/s}$$

$$Re_2 = \frac{12{,}68 \times 0{,}6}{10^{-5}} = 7{,}6 \times 10^5$$

No diagrama : $f_3 \cong 0{,}023 \cong f_2$ OK!

$$V_3 \cong V_2 = 12{,}68 \text{ m/s} = V$$

$$Re_3 \cong Re_2$$

$$Q = (0{,}6)^2 \times 12{,}7 = \boxed{4{,}57 \frac{m^3}{s}}$$