1

ESCOAMENTO EM CONDUTOS

- Objetivos: INSTALAÇÕES ONDE FLUIDOS ESCOAM EM C.
- Ferramentas: EQUAÇÕES BÁSICAS DA MEC. FLUIDOS, ANÁLISE DIMENSIONAL E DADOS EXPERIMENTAIS

I. DEFINIÇÕES E HIPÓTESES

1. CONDUTO

Estruturas sólidas utilizadas como meio de transporte de fluidos

1.1. Classificação:

- CONDUTO FORÇADO
- CONDUTO LIVRE (líquidos apenas)

Exemplos

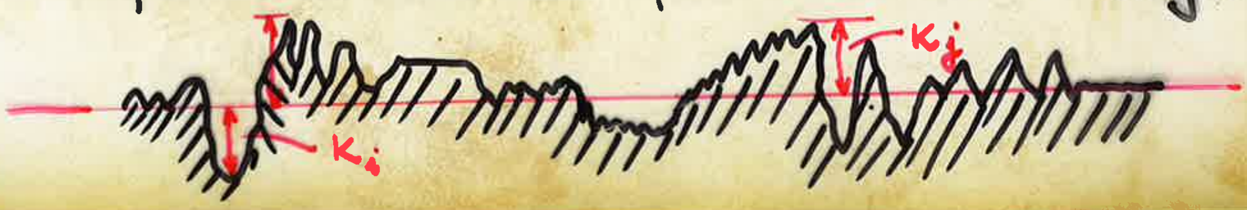
2. RAIO (R_H) E DIÂMETRO HIDRÁULICO (D_H)

- $R_H = \dfrac{S}{\sigma}$ ← Área da seção transversal ← Perímetro "molhado"
- $D_H = 4 \cdot R_H = 4 \cdot \dfrac{S}{\sigma}$

Exemplos

3. SUPERFÍCIES RUGOSAS; RUGOSIDADE

Superfícies sólidas possuem relêvo irregular



Esquematicamente adotaremos (Modêlo) que a altura das protuberâncias K (ou ε) pode assumir um valor médio que chamamos:

RUGOSIDADE UNIFORME EQUIVALENTE (OU HIDRÁULICA) (Notação : K ou ε)

Quando adimensionalizamos a rugosidade utilizando o diâmetro hidráulico ela chama-se:

RUGOSIDADE RELATIVA : $\frac{K}{D_H}$ ou $\frac{D_H}{K}$ ou $\frac{\varepsilon}{D_H}$ ou $\frac{D_H}{\varepsilon}$

Obs: Gráfico (Tabela)

4. CONCEITO DE CAMADA LIMITE

4.1. Preâmbulos:

→ 1883, Osborne Reynolds, prof. Engenharia, Inglaterra:

MOVIMENTO LAMINAR x MOV. TURBULENTO

parâmetro (Adim.) → $\frac{\rho V D}{\mu} = R$

EXPERIMENTALMENTE:

LAMINAR → TURBULENTO

TRANSIÇÃO

ESCOAM. EM DUTOS: $R < 2000$; $R > 4.000$

→ 1904, Ludwig Prandtl, prof. Esc. Engenh., Alemanha, propôs Modelo da CAMADA LIMITE

4.2. O MODÊLO:

2 Regiões para o escoamento:

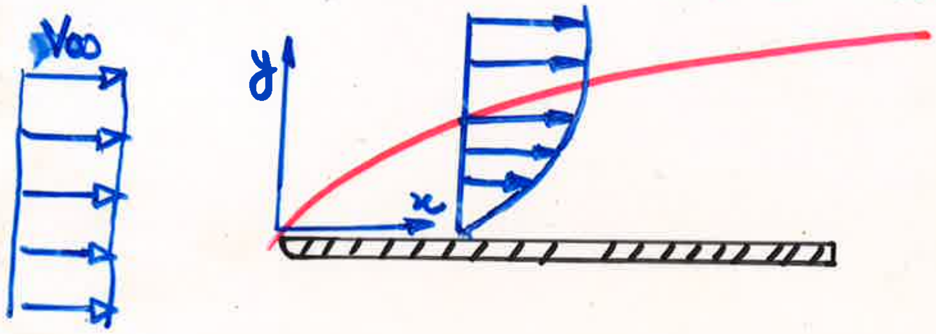
- Região diminuta, adjacente à parede, onde efeitos da viscosidade são importantes (Região da Camada Limite)

- Região longe da superfície sólida onde os efeitos da viscosidade são desprezíveis
(Fluido pode ser tratado como ideal, não viscoso)

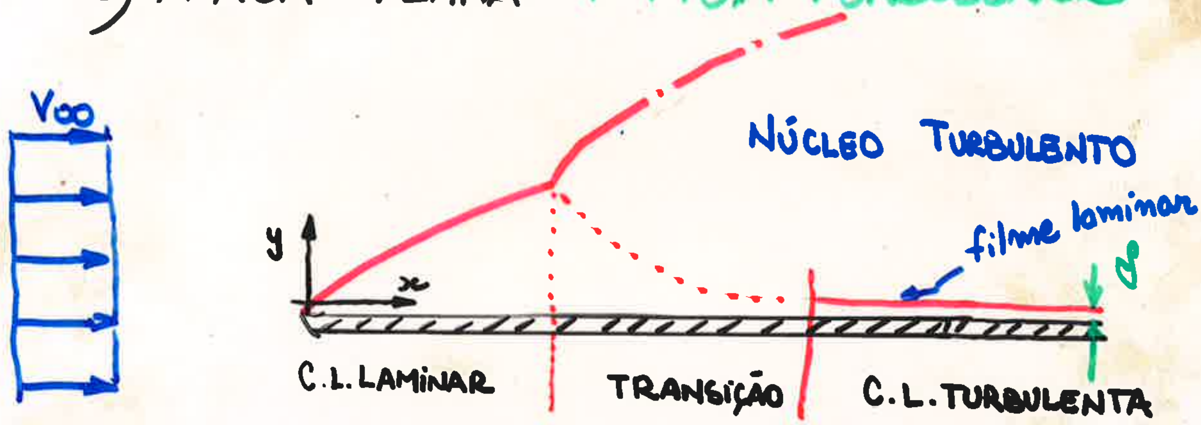
Este modêlo faz a ligação entre a Hidrodinâmica teórica e a Hidráulica experimental.

4.3. EXEMPLOS:

a) PLACA PLANA + MOV. LAMINAR



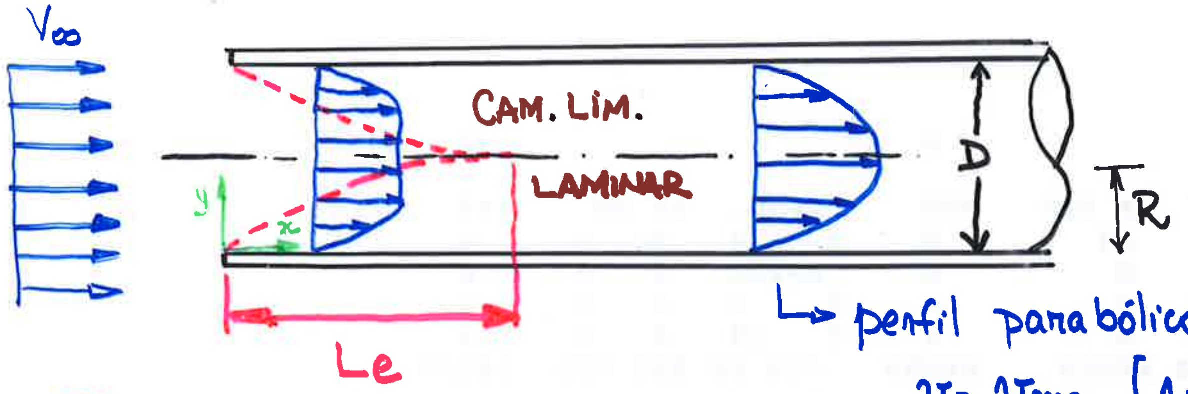
b) PLACA PLANA + MOV. TURBULENTO



* PRINCÍPIO DA ADERÊNCIA COMPLETA:

$$\vec{V}_{fluido} = \vec{V}_{placa} \quad (p/\ y = 0)$$

④ c) CONDUTO CILÍNDRICO + MOVIM. LAMINAR



↳ perfil parabólico

$$v = v_{max}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

$$v_{max} = 2\bar{V}$$

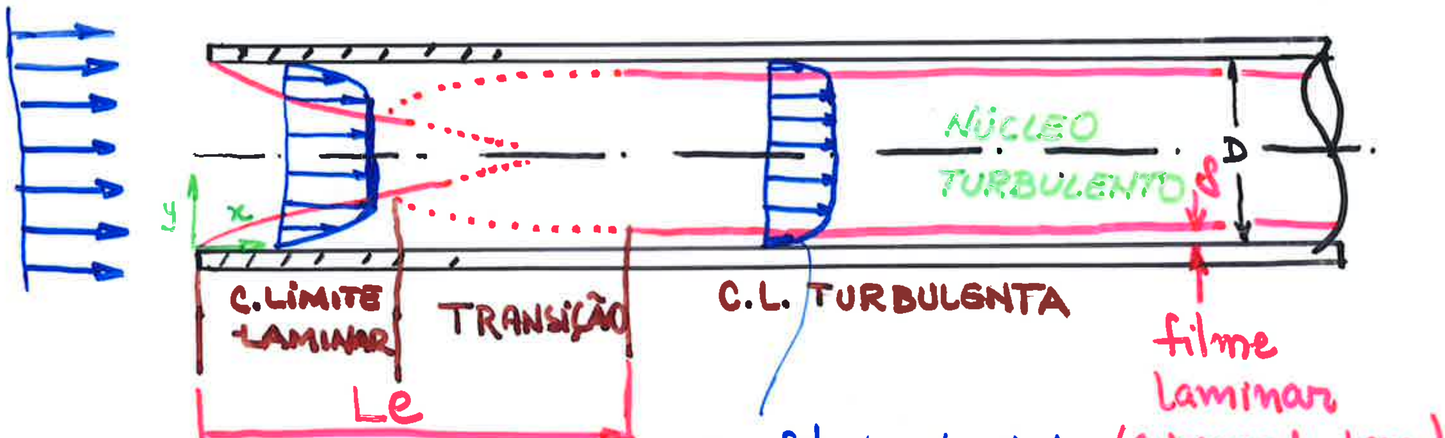
$$\alpha \cong 2 \qquad \beta = 4/3$$

$$Re_{cr} \cong 2.300$$

$$\frac{Le}{D} = (0{,}03 \text{ a } 0{,}06)\,Rey$$

Ex: p/ $R = 2300 \rightarrow Le = 138\,D$ (máx. Le possível)

d) CONDUTO CILÍNDRICO + MOV. TURBULENTO



perfil de velocidades: (subcamada lam.)

$$v = v_{max}\left(\frac{R-r}{R}\right)^{1/n}$$

→ n aumenta com Reynolds

p/ $Rey \leq 10^5 \rightarrow n = 7$

$$\alpha \cong \beta \cong 1$$

$$\frac{Le}{D} = 0{,}8\,Rey^{1/4} \text{ ou } 4{,}4\,Rey^{1/6}$$

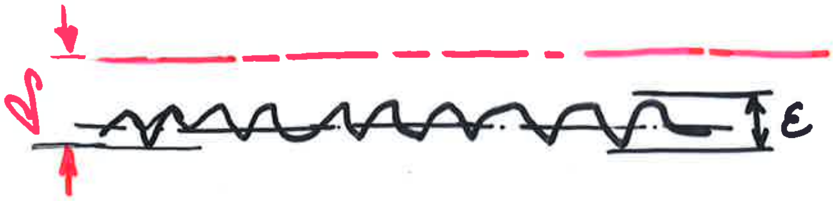
DEFINIÇÃO: REGIME DINÂMICAMENTE ESTABELECIDO OU ESCOAMENTO COMPLETAMENTE DESENVOLVIDO é definido nos trechos onde a Camada Limite assume uma configuração permanente, isto é, o perfil de velocidades não mais se altera com a distância x. Este regime ocorre para: $x > Le$

5

5. CONDUTOS HIDRAULICAMENTE LISOS e RUGOSOS

(Regime turbulento)

→ HIDRAULICAMENTE LISO: $\delta > \varepsilon$



* Asperezas da superfície sólida imersa na camada limite.

* Rugosidade não é promotora da turbulência no escoamento.

→ HIDRAULICAMENTE RUGOSO: $\delta < \varepsilon$

* As irregularidades penetram na região turbulenta e aumentam o nível de turbulência sensivelmente.

* Cada irregularidade atua como promotora de turbulência, produzindo descolamentos, vórtices, esteiras.

II - PERDA DE CARGA EM CONDUTOS

INTRODUÇÃO

Objetivo: Entender e calcular como ocorre a variação da ENERGIA (por unidade de peso) de seção para seção em um escoamento de fluido em um conduto.

RECORDANDO: CARGA TOTAL MÉDIA em uma seção : (= ENERGIA MECÂNICA TOTAL MÉDIA POR UNIDADE DE PESO)

$$H = \frac{\alpha V^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z \qquad \Big\{ V, p, z \Rightarrow \text{Valores médios}$$

CLASSIFICAÇÃO DE FORMAS DE PERDA DE CARGA:

- DISTRIBUÍDA (ou Contínua) devido ao atrito viscoso em escoamento plenamente desenvolvidos, dutos de seção transversal com área constante e trechos retos.

- SINGULAR (ou Localizada; ou Secundária) devido à presença de singularidades ao longo das instalações; que podem ser de 3 tipos:
  - → Mudança de seção (Ex.: Alargamentos, Reduções, ...)
  - → Mudança de direção (Ex.: Cotovelos, curvas, tês, ...)
  - → Equipamentos (Ex.: Válvulas, Medidores de Vazão, etc...)

OBSERVAÇÃO: NESTE ESTUDO É NECESSÁRIO TER CLARO ALGUNS CONCEITOS E EQUAÇÕES JÁ ABORDADOS NA M. FLU.

- EQUAÇÕES : CONTINUIDADE ; QUANT. MOVIM.; EN. CINÉTICA
- VELOCIDADE MÉDIA NA SEÇÃO
- EQ. BERNOULLI
- LINHA PIEZOMÉTRICA e LINHA de ENERGIA

MAT. AUXILIAR : FILMES CAMADA LIMITE ; ESQUEMA GERAL INSTALAÇÃO

1. PERDA DE CARGA DISTRIBUÍDA (h_f)

1.1. EQUAÇÕES

HIPÓTESES:

1 - Reg. Permanente
2 - Fluido Incompressível
3 - Escoam. dinâmicamente estabelecido
4 - Escoam. Isotérmico
5 - Propriedades Uniformes em 1 e 2
6 - $\dot{W}_m = 0$ (entre 1 e 2)
7 - $\dot{W}_{cizalham.} = 0$ (embora $\tau_0 \neq 0$, mas $v_{parede} = 0$)

I - EQ. DA CONTINUIDADE: (entre 1-1 e 2-2)

$$\dot{M} \doteq c^{te} = \rho_1 V_1 S_1 = \rho_2 V_2 S_2 \quad \text{mas} \begin{cases} \rho_1 = \rho_2 \\ S_1 = S_2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{V_1 = V_2} \quad \text{I}$$

II - EQ. EN. CINÉTICA: (entre 1 e 2)

$$-H_1 + H_2 = \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} - \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} \quad \text{mas} \begin{cases} \dot{W}_m = 0 \\ \dfrac{\dot{W}_a}{\gamma Q} = h_f \end{cases} \Rightarrow \left[h_f = H_1 - H_2 \right] \text{ ou}$$

$$\boxed{h_f = \Delta H_{1-2} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + z_1 - z_2} \quad \text{II}$$

Pois de I $\Rightarrow V_1 = V_2$

III - EQ. QUANT. MOVIMENTO:

$$\vec{R} + \vec{G} = \phi_1 \vec{n}_1 + \phi_2 \vec{n}_2 \xrightarrow[\text{ção } x]{\text{na dire-}} R_x + G_x = p_2 S_2 + \beta_2 \dot{M}_2 V_2 - p_1 S_1 - \beta_1 \dot{M}_1 V_1$$

temos que: $R_x = -\tau_0 \sigma \Delta x$ e $\beta_1 \dot{M}_1 V_1 = \beta_2 \dot{M}_2 V_2$, então:

$$-\tau_0 \sigma \Delta x - \gamma S (z_2 - z_1) = (p_2 - p_1) S \Rightarrow \underbrace{\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + z_1 - z_2}_{h_f} = \frac{\tau_0 \Delta x}{\gamma \underbrace{S/\sigma}_{R_H}}$$

Assim: $\boxed{h_f = \dfrac{\tau_0 \Delta x}{\gamma R_H}}$ III

PERDA DE CARGA EM CONDUTOS

* EQUAÇÕES PARA PERDA DE CARGA DISTRIBUÍDA (h_f)

- CONTINUIDADE : $M = \rho \cdot V \cdot S = cte \rightarrow V_1 = V_2$ (1 e 2 ⇒ secções)
- ENERGIA: $h_f = \Delta H_{12} = \left(\frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + z_2\right)$
- QUANTIDADE DE MOVIMENTO: $h_f = \frac{\tau_0 \cdot \Delta x}{\gamma \cdot R_H} = \frac{\tau_0 \cdot L}{\gamma R_H} = \frac{\tau_0 \cdot L}{\gamma \cdot D_H/4}$

* FÓRMULA UNIVERSAL de PERDA DE CARGA:

- EXPERIÊNCIAS, ANÁLISE DIMENSIONAL ⇒ $\gamma h_f = \varphi(V; L; \rho; \mu; D_H; \varepsilon)$
- 4 Adimensionais: $\frac{\gamma h_f}{\frac{1}{2}\rho V^2} = \Phi\left(\frac{\rho V D_H}{\mu}; \frac{\varepsilon}{D_H}; \frac{L}{D_H}\right)$
- Equação: $\frac{\gamma h_f}{\frac{1}{2}\rho V^2} = f \cdot \frac{L}{D_H}$ onde $f = f\left(\frac{\rho V D_H}{\mu}; \frac{\varepsilon}{D_H}\right)$

$$\boxed{h_f = f \cdot \frac{L}{D_H} \cdot \frac{V^2}{2g}}$$

Eq. Darcy-Weisbach

f = Coef. de perda de carga distribuída

* EXPERIÊNCIA de NIKURADSE

- Tubos artificialmente rugosos
- Ensaios com $\frac{1}{30} > \frac{\varepsilon}{D_H} > \frac{1}{1014}$
- Variava: Q ; Media $\Delta p = \gamma \cdot h_f$; Calculava f (eq. Darcy-W)

RESULTADOS → DIAGRAMA de NIKURADSE (VER)

REGIÕES:

I) $Re < 2000$ → ESCOAMENTO EM MOV. LAMINAR

Equação para $\underline{\underline{f}}$ ⇒ $f = C \cdot Re^{A}$ ⇒ $f = 64 \cdot Re^{-1}$

Reta de Poiseuille

II) $2000 < Re < 2400$ → Transição de Laminar p/ Turbulento

III) $2400\ (2700) < Re < R_1$ → Regime de escoamento turbulento onde a turbulência é gerada pelas forças de inércia

$f = f(Re)$ → CONDUTO → ESCOAMENTO HIDRAULIC. LISO

IV) $R_1 < Re < R_2$: Região de Transição entre Hidraulicamente Liso e Hidraulicamente Rugoso - Regime de escoamento turbulento Misto. $f = f\,(Re ; \varepsilon / D_H)$

V) $Re > R_2$: Regime de escoamento Turbulento Hidraulicamente Rugoso - Turbulência é gerada principalmente pela rugosidade do conduto. $f = f\,(\varepsilon / D_H)$

* CONDUTOS INDUSTRIAIS

Equação de Colebrook: (SÓ ESCOAM. MOV. TURBULENTO)

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10}\left(0{,}27\frac{K}{D_H} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right)}$$

Eq. Implícita em relação à f.

OUTRAS EQUAÇÕES:

ALTSHUL: (SÓ TURBULENTO) $f = 0.11 * \left(\frac{\varepsilon}{D_H} + \frac{68}{Re}\right)^{0{,}25}$

SWAMEE: (LAMINAR + TURB.) $f = \left\{\left(\frac{64}{Re}\right)^8 + 9{,}5\left[\ln\left(\frac{\varepsilon}{3{,}71 * D_H} + \frac{5{,}62}{Re^{0{,}9}}\right) - \left(\frac{2500}{Re}\right)^6\right]^{-16}\right\}^{1/8}$

IV. MÉTODOS DE SOLUÇÃO

CASO (A): Calcular h_f

ETAPAS:

1. Calcula-se V ; Re ; K/D
2. Com valores de Re e K/D { no diagrama / na equação } ⟹ obtem f
3. Calcula-se h_f

EXERCÍCIO → O já dito...

CASO (B): Calcular D

ETAPAS:

1. Adota-se valor para V ou para f (preferível) ⟹ f_1 ("Chute" inicial)
2. Com f_1 em $h_f = f_1 \frac{L}{D_1} \frac{V^2}{2g} = f_1 \frac{L}{D} \frac{(4Q^2)}{\pi^2 D_1^4 2g} =$

$$h_f = f_1 \frac{L}{D_1^5} \frac{8Q^2}{\pi^2 g} \Rightarrow \text{determina-se } D_1 = \sqrt[5]{\frac{f_1 L \, 8Q^2}{\pi^2 h_f g}}$$

3. Calcula-se $\frac{K}{D_1}$ e $Re_1 = \frac{4Q}{\pi D_1 \nu}$
4. Com dados acima determina-se f_2 no diagrama de Moody (ou Rouse) ou Colebrook
5. Compara-se f_1 com f_2 e repete-se a partir da 2ª Etapa até $f_i \cong f_{i+1}$ (Convergência)
6. Valor final de f determina D

CASO (C): Calcular Q

ETAPAS:

1. Calcula-se $Re\sqrt{f} = \sqrt{\frac{2g\, h_f\, D^3}{L\, \nu^2}}$
2. calcula-se D/K
3. com dados acima no Diagrama de Rouse determina-se f
4. Com f e $Re\sqrt{f}$ (de 1) calcula-se Re e V
5. Calcula-se $Q = V \cdot S$

⟹ Há opções de procedimentos alternativos ⟸

PROBLEMAS FUNDAMENTAIS DE PERDA DE CARGA DISTRIBUÍDA

I - HIPÓTESES

- ESCOAMENTO ISOTÉRMICO
- FLUIDO EM ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEL
- REGIME PERMANENTE
- CONDUTO FORÇADO; CILÍNDRICO; SEÇÃO TRANSV. CONST.
- RUGOSIDADE UNIFORME EQUIVALENTE: K
- FLUIDO CONHECIDO: dados $(\rho; \nu)$ (ou μ)

II - EQUAÇÕES QUE REGEM O ESCOAMENTO:

1. Determinação de f:

1.1. ESCOAMENTO LAMINAR:

HAGEN - POISEUILLE $\longrightarrow$ $f = 64/Re$

1.2. ESCOAMENTO TURBULENTO:

COLEBROOK $\longrightarrow$ $\dfrac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(0{,}27\dfrac{K}{D} + \dfrac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right)$

OUTRAS ...

2. Eq. CONTINUIDADE:

$M = c^{te}$ $\quad \rho = c^{te}$ $\therefore$ $Q = c^{te} \Rightarrow V \cdot S = c^{te}$

3. NÚMERO DE REYNOLDS

$$Re = \frac{\rho V D_H}{\mu} \quad \text{ou} \quad \frac{V D_H}{\nu}$$

4. FÓRMULA UNIVERSAL DE PERDA de CARGA

$$h_f = f\,\frac{L}{D_H} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad \text{(Eq. de Darcy-Weisbach)}$$

III - PROBLEMAS FUNDAMENTAIS

	DADOS		PEDE-SE
CASO A:	L; ν; K; Q; D	$\longrightarrow$	h_f
CASO B:	L; ν; K; Q; h_f	$\longrightarrow$	D
CASO C:	L; ν; K; D; h_f	$\longrightarrow$	Q

*Ver outros casos
Azevedo Neto, outras técnicas