

LCF0280 – Métodos Quantitativos para a Gestão Ambiental

Formulação de problemas de programação linear

Lista de Exercícios

Aplique o roteiro apresentado e *transforme os seguintes enunciados em problemas de programação linear, resolvendo-os na planilha MS-Excel.*

Problema 1

Um restaurante precisa elaborar uma refeição de mínimo custo que forneça os mínimos diários de carboidratos, proteínas e vitaminas usando diferentes verduras, grãos e carnes. A equação linear a ser minimizada é a função Custo da Refeição, que é um somatório de cada quantidade de alimento (incógnita do problema) vezes o seu respectivo custo (coeficiente conhecido). A minimização dessa função é condicionada, entretanto, por equações que estabelecem pisos, metas e tetos para os níveis de carboidratos, proteínas e vitaminas. Para este problema, você encontra o problema já formulado em uma planilha Excel disponibilizada na página web da nona aula deste curso. Estude essa planilha, discuta a formulação do problema e resolva-o durante a aula, usando o solver do Excel.

Problema 2

Suponha a existência de uma fábrica que fabrica dois tipos de parafusos, um para marcenaria e outro para serralheria. Essa fábrica dispõe de duas máquinas, uma faz a fenda na cabeça do parafuso e a outra faz a rosca. Cada parafuso precisa ser processado em ambas as máquinas, embora a ordem de processamento não seja importante. Cada máquina opera semanalmente por um tempo limitado (4800 minutos). Para produzir um parafuso para marcenaria, que resulta em R\$ 0,05 de lucro, gastam-se 4 minutos na máquina de fenda e 3 minutos na máquina de rosca. Cada parafuso para serralheria, que resulta em R\$ 0,03 de lucro, gasta 2 minutos na máquina de fenda e 6 minutos na máquina de rosca. O problema é, dado o tempo de produção em cada máquina e o lucro por parafuso, encontrar a quantidade de cada tipo de parafuso visando o máximo lucro.

Problema 3 (Modificado a partir de Prado, D. 2003 *Programação linear* (3a. edição). Editora Desenvolvimento Gerencial, Belo Horizonte. 220p. – pág. 17)

Trata-se do dimensionamento da equipe de uma empresa coletora de resíduos urbanos. A cidade para onde os serviços de coleta estão sendo planejados foi subdividida em blocos, com número variável de quarteirões por bloco. O critério para definição dos blocos foi estabelecido em função do número de quarteirões que uma equipe básica formada por 1 (um) motorista e 2 (dois) auxiliares é capaz de cobrir em um dia de trabalho. A empresa propõe que em alguns desses blocos seja implantado o sistema seletivo de coleta de resíduos, ao invés do sistema padrão. O Quadro 1 resume as informações básicas desses dois sistemas.

Quadro 1: Informações básicas sobre os sistemas de coleta de resíduos

Tipo de coleta	Parâmetros		
	Quadro máximo de funcionários no sistema	Funcionários necessários por bloco	Receita da empresa por bloco
Padrão	72	3	90
Seletiva	96	6	120

A empresa decidiu que empregará uma equipe total de no máximo 120 funcionários. A questão gerencial da empresa, numa primeira etapa, é: como alocar esses funcionários nos dois sistemas de coleta de resíduos, de forma a maximizar a receita obtida pela empresa? Complementarmente, a resposta a essa pergunta definirá quantos blocos terão coleta seletiva de resíduos, permitindo assim que sejam selecionados e preparados para esse tipo de coleta.

Problema 4

Um administrador de parques está considerando a possibilidade de diversificar as atividades disponíveis para os visitantes. Ele determina que lazer e educação ambiental sejam os principais atrativos do parque, e concentra a sua atenção na “caça fotográfica” e na “visitação de escolares”. A “caça fotográfica” pode ser desenvolvida em qualquer área do parque, desde que a “visitação de escolares” não ocorra simultaneamente nesse mesmo espaço. Dessa forma, o gestor decide seguir uma política de destinação única dos espaços do parque, não misturando lazer com educação. A experiência prévia mostrou ao gestor que cada “caçador” demanda 40 minutos da atenção da equipe de recepção, e explora em média 1,2 hectares de área durante a sua visita. Esse usuário paga \$10 pelo ingresso para usufruir do parque. No caso dos visitantes para educação ambiental, cada grupo demanda 120 minutos da equipe de recepção. Em termos de área ocupada, a relação é de 1,6 hectares para cada grupo. A receita gerada pela atividade de educação ambiental é de \$20 por hectare visitado. O parque tem 1.800 hectares de área total aberta para visitantes. Supondo-se que a capacidade atual da equipe de recepção seja de 86.400 minutos por ano, o problema se resume a determinar a combinação ótima de lazer e educação que maximiza as receitas anuais do parque.

Problema 5

Três artesãos – João, Mário e Paulo – capacitam jovens de uma comunidade carente em três ofícios: Cerâmica, Marcenaria e Tecelagem. Cada artesão domina com maestria os três ofícios. O tempo dedicado mensalmente pelo João, Mário e Paulo ao projeto varia, e não pode superar as 530, 800 e 400 horas, respectivamente. Dependendo do ofício, os três cobram o mesmo valor por hora lecionada: R\$ 100/h de aula de cerâmica, R\$ 75/h de aula de marcenaria e R\$ 25/h de aula de tecelagem. Mensalmente, a comunidade deseja oferecer pelo menos 600 horas de aula em oficinas de Cerâmica, 400 horas em oficinas de Marcenaria, e 200 horas em oficinas de Tecelagem. O governo do estado paga o salário dos artesãos, mas a comunidade deve arcar com o custo do material consumido durante as aulas, que não é cobrado dos alunos. Esse material custa em média à comunidade R\$ 21,50 por hora de aula em Cerâmica, R\$ 51,50 por hora de aula em Marcenaria e R\$ 11,50 por hora de aula em Tecelagem. A comunidade tem em caixa no máximo R\$ 18.000, R\$ 24.000 e R\$ 8.000 para custear mensalmente o material consumido nos cursos de Cerâmica, Marcenaria e Tecelagem, respectivamente.

- a) Procure a alocação de horas entre os três artesãos que resulta no menor custo de contratação desses profissionais, de tal forma que, tomando como base o tempo máximo disponível de cada um, os três ofereçam mensalmente a mesma proporção de aulas (Qual é o valor dessa proporção e quantas horas de aula cada um oferecerá?).

Procure a alocação de horas entre os três artesãos que resulta no menor custo de contratação desses profissionais, de tal forma que os três ofereçam mensalmente exatamente o mesmo número de horas de aula (Qual o total de horas de cada artesão, e que proporção do seu tempo disponível isso representa?).

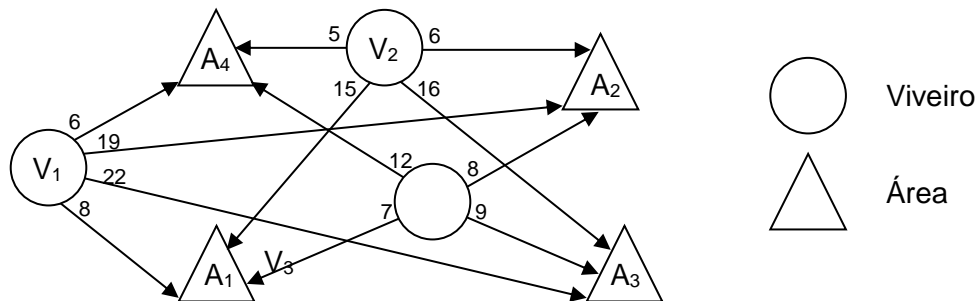
Problema 6 (Modificado a partir de Dijkstra, D. 1984 *Mathematical Programming for Natural Resources*. McGraw Hill, Nova York. 318p. – pág. 192)

A regeneração de áreas ambientalmente degradadas através da recomposição da cobertura florística da paisagem implica na utilização de três viveiros de mudas. As mudas são cultivadas por 10 meses e depois transportadas e plantadas nos meses de Janeiro, Fevereiro e Março durante o período das chuvas. Os próximos plantios ocorrerão em quatro grandes áreas. Essas áreas variam em tamanho, nível de degradação e tipo de solo; e assim precisam de diferentes quantidades de mudas. Os três viveiros estão localizados a diferentes distâncias e com diferentes capacidades de produção. O item de custo mais significativo é o transporte das mudas de cada viveiro para as áreas a serem regeneradas. O Quadro 2 lista as exigências de mudas em cada área, a disponibilidade de mudas em cada viveiro e a distância de transporte entre as áreas e os viveiros. Os custos de transporte são basicamente proporcionais à distância percorrida. Qual estratégia de transporte minimiza os custos?

Quadro 2: Informações básicas para o problema do transporte de mudas

Viveiros	Distância do viveiro i até a área j (km)				Disponibilidade de mudas em cada viveiro (milhões)
	Áreas degradadas em fase de regeneração				
	1	2	3	4	
1	8	19	22	6	5
2	15	6	16	5	1
3	7	8	9	12	2
Demanda (milhões)	2	3	2	1	

A Figura abaixo mostra que a questão pode ser vista como um problema de redes. Viveiros e áreas em regeneração são representados como nós, e a rede transportes unido os viveiros às áreas é representado por um conjunto de vetores/arcos. Apesar das estradas na realidade não serem perfeitas retas, vetores são usados para simplificar o diagrama. Cada distância específica do viveiro i até a área j é associada com vetores (i,j).



O número associado com cada vetor (arco) representa geralmente custo, tempo de deslocamento, receita ou qualquer outro valor relevante.

Problema 7 (Modificado a partir de Winston, W.L. 2004 *Operations Research – Applications and Algorithms*. Thomson, Belmont. 1418p. – pág. 393)

Uma empresa dispõe de quatro equipamentos para fazer quatro tarefas. Cada equipamento precisa ser designado para a conclusão de uma tarefa. O tempo requerido por equipamento para completar cada tarefa é apresentado no Quadro 3.

Quadro 3: Tempos requerido por equipamento

Equipamento	Tempo (h) para ajustar cada equipamento			
	Tarefas			
	1	2	3	4
1	14	5	8	7
2	2	12	6	5
3	7	8	3	9
4	2	4	6	10

Qual equipamento deve ser designado para qual tarefa?

Problema 8 (Baseado em Hillier,FS & Lieberman,GJ 1995 *Introduction to Operations Research*. McGraw Hill, New York. 998p. – 48-50)

Há alguns anos, vive no vale israelense *Psi Kodel* uma comunidade constituída por descendentes hippies da década de 70. A comunidade se organiza em torno de três eco-vilas: *Eco-Sol* com 400 ha agricultáveis, *Eco-Terra* com 600 ha e *Eco-Lua* com 300 ha. Os membros dessas comunidades cultivam a terra para atender as suas necessidades e diminuir a dependência externa. As plantações adequadas às condições climáticas e edáficas da região são a beterraba doce, o algodão herbáceo e o sorgo. O planejamento da produção vegetal é centralizado e coordenado pelo casal de matemáticos Marí / Juan que enfrentam o seguinte problema:

A produção de cada eco-vila é limitada pela área total máxima irrigável e pela quantidade total máxima de água para irrigação. As quantidades de água disponível para a irrigação de cada plantio e de área máxima para cada plantio foram definidas pelo presidente do comitê hídrico, o ex-guitarrista chinês Ping Odaghua, e é apresentada no Quadro 4. A economia gerada pela produção dessas culturas também é mostrada nesse quadro.

Quadro 4: Parâmetros agrícolas de produção na comunidade do Vale Psi Kodel

Plantação	Área máxima ¹ (ha)	Consumo de água ² (mm/ha)	Recursos poupados ³ (\$/ha)
Beterraba Doce	600	999	1000
Algodão	500	666	750
Sorgo	325	333	250

¹ Área total máxima definida pelo gestor de terras da comunidade

² Irrigação mínima necessária devido à aridez do local

³ Gerados em função de uma menor dependência externa

Cada eco-vila tem uma cota máxima de água disponível para irrigação: Eco-Sol tem 199.800 mm; Eco-Terra tem 266.400 mm; e Eco-Luz tem 124.875 mm. Devido à limitada disponibilidade de água na região, as três eco-vilas não poderão usar toda a sua terra agricultável. Para assegurar, portanto, igualdade entre as três eco-vilas, ficou combinado que cada uma plantará a mesma proporção de suas terras agricultáveis. Isto é, se Eco-Sol tiver apenas metade da sua área irrigada, então as outras duas eco-vilas também irrigarão somente a metade das suas áreas. Qualquer combinação dos três plantios poderá ser cultivada em cada eco-vila. Tendo como objetivo a maximização dos recursos poupados, quanto de área plantar com cada cultura em cada eco-vila?

Problema 9

A cidade de Tupinambá no estado de Mato Fino tem três escolas de segundo grau, duas das quais são frequentadas principalmente por crianças descendentes de índios e migrantes já há muito tempo estabelecidos na região (“nativos”). A outra escola é essencialmente frequentada por famílias do sul do país (“sulistas”) recentemente atraídas para a região pela expansão da agricultura para essa região. A Secretaria de Educação do município decidiu alterar o zoneamento que define as autorizações de matrículas visando o aumento da diversidade racial e cultural nessas três escolas. Como primeira providência, quantificou-se o número de nativos e sulistas atualmente matriculados nas três escolas existentes e a região de influência dessas escolas foi subdividida geograficamente em 10 sub-regiões. Esses números serviram como estimativas para o futuro, pois se assumiu que a atual distribuição populacional não se alterará significativamente nos próximos anos. A distância que os estudantes têm que percorrer para chegar às escolas é fundamental. Utilizaram-se como medida dessas distâncias os quilômetros que separam as escolas do centro de cada sub-região. O Quadro 5 resume essas informações.

Quadro 5: Dados para o estudo da Secretaria de Educação de Tupinambá

Sub-região	Nativos	Gaúchos	Distância		
			Escola 1	Escola 2	Escola 3
1	300	150	1,2	1,5	3,3
2	400	0	2,6	4,0	5,5
3	200	300	0,7	1,1	2,8
4	0	500	1,8	1,3	2,0
5	200	200	1,5	0,4	2,3
6	100	350	2,0	0,6	1,7
7	250	200	1,2	1,4	3,1
8	300	200	3,5	2,3	1,2
9	150	250	3,2	1,2	0,7
10	350	100	3,8	1,8	1,0
Capacidade de cada escola:			1500	2000	1300

Inicialmente, surgiu a dúvida se deveriam otimizar o balanço racial-cultural sujeito a restrições de distância, ou se deveriam minimizar a distância percorrida pelos alunos para chegarem a escola sujeita a restrições de balanço racial-cultural. Chegou-se à conclusão que a segunda alternativa é melhor, pois é mais simples expressar como objetivo principal a minimização da distância e é mais razoável modelar a questão racial e cultural através de balanços mínimos. Para equacionar a questão do balanço, dentre os vários cenários estudados, começou-se pela imposição de que a proporção de gaúchos por vagas disponíveis nas três escolas deveria ser fixa, e mantida entre 30% e 70%. O problema formulado como um problema de programação linear. Desenvolva essa formulação.

Problema 10 (Baseado em Winston,WL 2004 *Operations Research – applications and Algorithms*. Brooks/Cole, Belmont. 1418p. – 109-111)

Uma ONG engajada em programas de Educação emprega educadores ambientais multiplicadores especialistas no treinamento de professores da rede básica de ensino em todo o Brasil. A demanda enfrentada pelo time de educadores foi estimada para os próximos cinco meses, e resultou nos valores apresentados no Quadro 6.

Quadro 6: Demanda estimada de educadores multiplicadores

Mês	Horas
1	6.000
2	7.000
3	8.000
4	9.000
5	11.000

No começo do primeiro mês, 50 educadores formam a equipe dessa ONG. Cada educador pode trabalhar até 160 horas por mês. Para atender demandas futuras, novos educadores precisam ser formados. Isso requer um mês para treinar um novo educador. Durante o mês de treinamento, o *trainee* precisa ser supervisionado durante 50 horas por um educador. Cada educador recebe um salário de R\$ 2.000 por mês (mesmo que não trabalhe as 160 horas por mês). Durante o mês de treinamento o *trainee* recebe R\$ 1.000 por mês. No final de cada mês, 5% dos educadores são dispensados e cedidos para programas permanentes de educação ambiental em diversas escolas e órgãos da administração pública. Isso força a constante renovação do quadro permanente de educadores na ONG. Formule um problema de PL que faça com que a ONG minimize o custo total da sua folha de pagamento durante os próximos cinco meses.

Problema 11 (nível “Ninja”)

Este problema envolve o planejamento da ocupação e uso do solo no município de Sem Piedade de Nós. A cidade abriga uma comunidade essencialmente rural. Recentemente, entretanto, a inauguração de um grande aeroporto internacional nas proximidades e a qualidade do clima da cidade começou a atrair moradores da capital do estado provocando um grande aquecimento do mercado imobiliário, com conseqüente diminuição de áreas de lazer e aumento de demanda por serviços urbanos (segurança, água, saneamento, manutenção de ruas etc). Essa situação levou a secretaria de planejamento da cidade a elaborar um estudo de ocupação e uso de novas áreas em duas zonas do município ainda não desenvolvidas. A prefeitura atribuiu a uma comissão de planejamento a responsabilidade de planejar a expansão da cidades para essas zonas. O plano precisa ser consistente com os desejos dos atuais moradores e com a realidade da atual administração. A Figura 1 mostra as duas zonas ainda não desenvolvidas dentro do perímetro do município sob a jurisdição da secretaria de planejamento.

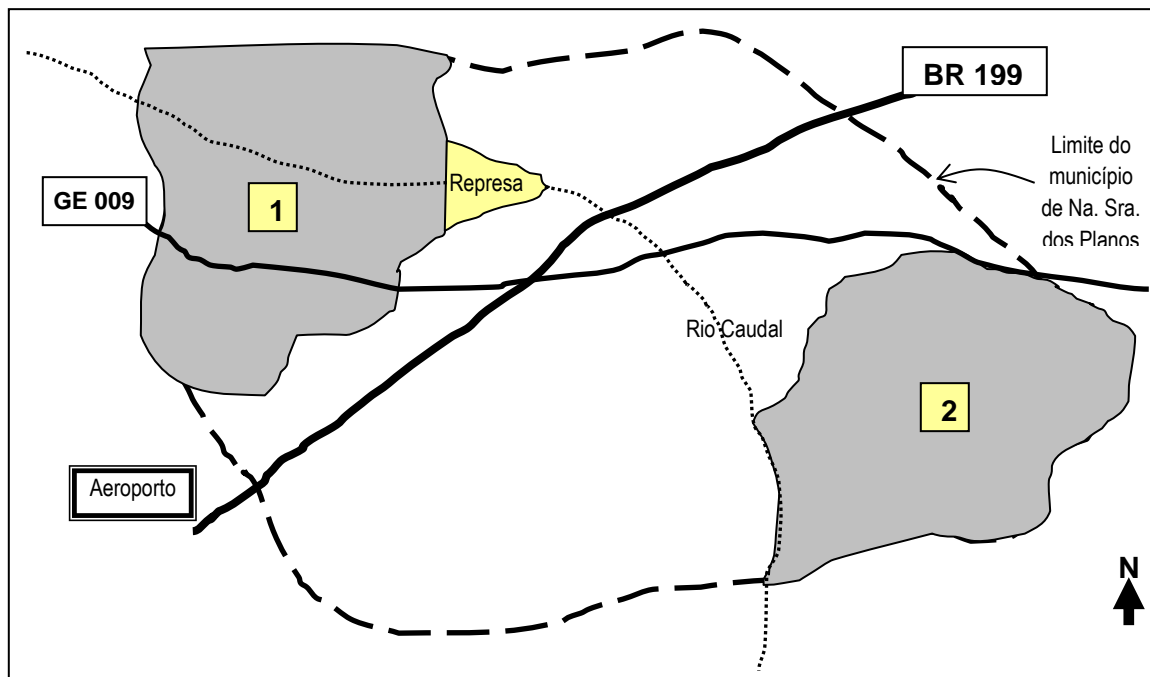


Figura 1: Mapa de Sem Piedade de Nós, mostrando as duas zonas em desenvolvimento

Depois de uma série de audiências públicas para recolher sugestões da comunidade, e de discutir as alternativas com o conselho municipal, a comissão de planejamento decidiu avaliar cada destinação definida pelas diferentes políticas públicas listadas abaixo. Essas avaliações são aproximações iniciais e servem para testar a opinião pública, podendo assim gerar informação adicional para investigações subseqüentes. As políticas identificadas são as seguintes:

1. O comitê de finanças sugere que o uso final recomendado maximize a arrecadação de impostos municipais.
2. A câmara de vereadores definiu um limite de \$2 de serviços urbanos para cada \$10 arrecadados com impostos municipais (os outros \$8 são gastos com pessoal, educação e saúde).

3. A população máxima desejável no município é de 35.000 moradores para o período de análise considerado (a população atual é de 15.000 habitantes).
4. Cada hectare adicional com qualquer ocupação (residencial, comercial ou industrial) deve destinar pelo menos 1/3 de hectare para atividades de turismo rural ou de aventura.
5. Um hectare de parque, em cada uma das duas áreas não desenvolvidas, deve ser reservado para cada 100 novos residentes acomodados nessa área.

Depois de aprovada a implementação do processo de planejamento, a comissão encarregada contratou um consultor em planejamento, ocupação e desenho de paisagens para fazer os seguintes levantamentos: (a) adequação das duas áreas aos diversos usos propostos, (b) o efeito que cada destinação teria sobre a população, (c) o quanto cada uso provocaria de aumento sobre a arrecadação de impostos, (d) o aumento esperado sobre as despesas com serviços municipais. Esse consultor apresentou as seguintes informações:

Tabela 1: Usos e áreas adequadas por uso nas zonas de desenvolvimento

Zona	Área	Tipo de Uso				
		Residencial	Comercial	Industrial	Parque	Turismo
1	1930	1710	170	420	220	1480
2	2550	1320	260	950	60	1940

1. As duas áreas não desenvolvidas dentro dos limites do município totalizam 4.480 hectares. A área disponível para cada uso alternativo é apresentada na Tabela 1.
2. Cada hectare destinado à indústria aumenta em a população em 40 novos residentes.
3. Cada novo hectare destinado ao comércio atrai 20 novos residentes em decorrência dos novos empregos gerados.
4. O plano deve destinar um hectare de nova área comercial para cada 50 novos habitantes atraídos para o município, atendendo-se assim o decorrente aumento de demanda por shopping centers, supermercados e lojas de conveniências.
5. Cada novo hectare de área residencial abriga 8 novos moradores. Essa estimativa, além do espaço ocupado pelas residências propriamente ditas, já considera também o espaço de uso comum (vias de acesso, escolas, delegacias, bombeiros e outras utilidades públicas). Não considera, entretanto, o espaço para parques municipais.
6. As estimativas de aumento na arrecadação de impostos estimada para cada uso são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2: Aumento estimado dos impostos e custos dos serviços por hectare alocado em cada uso (mil \$)

Item	Tipo de Uso				
	Residencial	Comercial	Industrial	Parque	Turismo
Imposto	130	400	950	0	2
Serviços	2,5	4	10	0,5	0,05

ATENÇÃO

Esta tarefa deve ser entregue na forma de um documento PDF que reproduz, para cada problema, a solução encontrada. Essa solução deve listar apenas os valores ótimos encontrados pelo *solver* do Excel para as variáveis incógnitas do respectivo problema.

Faça o *upload* da sua tarefa seguindo as instruções disponíveis na nona aula deste curso.

Não serão aceitos *PDFs* entregues por *email*, ou por qualquer outro meio.