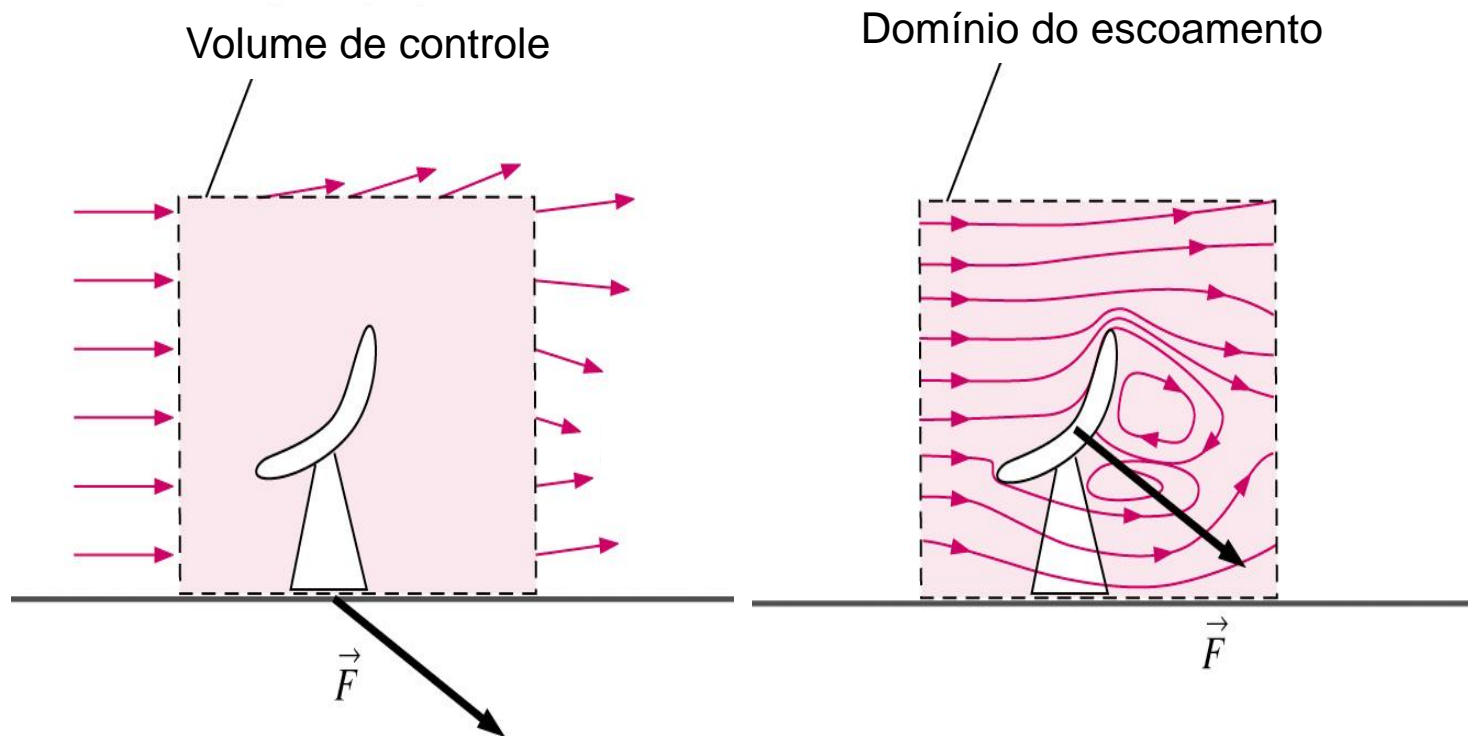


Análise Diferencial de Escoamentos de Fluidos

- Equações com Volume de Controle (VC) para Leis de *Conservação de Massa*, de *Energia* e de *Quantidade de Movimento*
- As equações em VC, ou integrais são úteis para determinar efeitos globais
- Todavia, não se pode obter conhecimento detalhado sobre o escoamento **dentro** do VC \Rightarrow motivação para **análise diferencial**



Recordação

- Operador Nabla:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

- Operador Laplaceano:

$$\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

- Gradiente:

$$\nabla p = \left(\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} \right)$$

Recordação

- Vetor Gradiente:

$$\nabla \mathbf{u} = (\nabla u, \nabla v, \nabla w)$$

- Divergente:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

- Derivada Direcional:

$$\mathbf{u} \cdot \nabla = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

Recordação

Teorema da Divergência ou de Gauss: permite transformar uma integral de volume da divergência de um vetor em uma integral de área sobre a superfície que define o volume.

$$\int_{VC} \nabla \cdot \vec{G} d\forall = \int_A \vec{G} \cdot \vec{n} dA$$

onde $\forall = VC$

Conservação de massa na forma diferencial – 1º modo

Tomando a eq da conservação da massa para um VC na forma integral:

$$\int_{VC} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\forall + \int_{SC} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dA = 0$$

e usando o Teorema da Divergência para substituir a integral de área:

$$\int_{VC} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\forall + \int_{SC} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dA = \int_{VC} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) \right] d\forall = 0$$

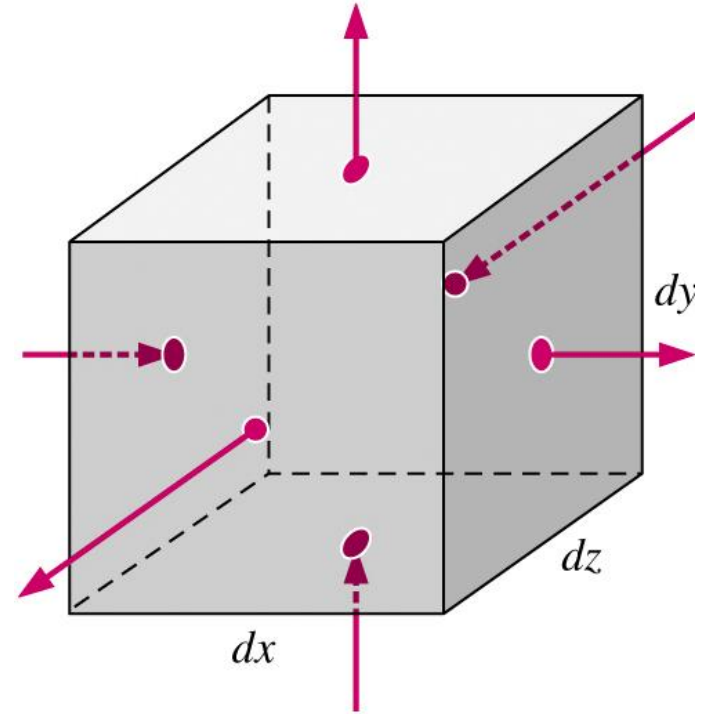
e como a integral vale para qualquer VC, então tem-se a **equação diferencial da conservação da massa**:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

Conservação de massa na forma diferencial – 2º modo de obtenção

Define-se um VC infinitesimal dx
 dy dz

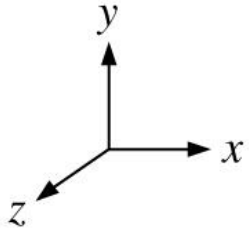
Pode-se então aproximar a vazão
mássica entrando ou saindo de
cada uma das 6 faces usando
expansão em séries de Taylor



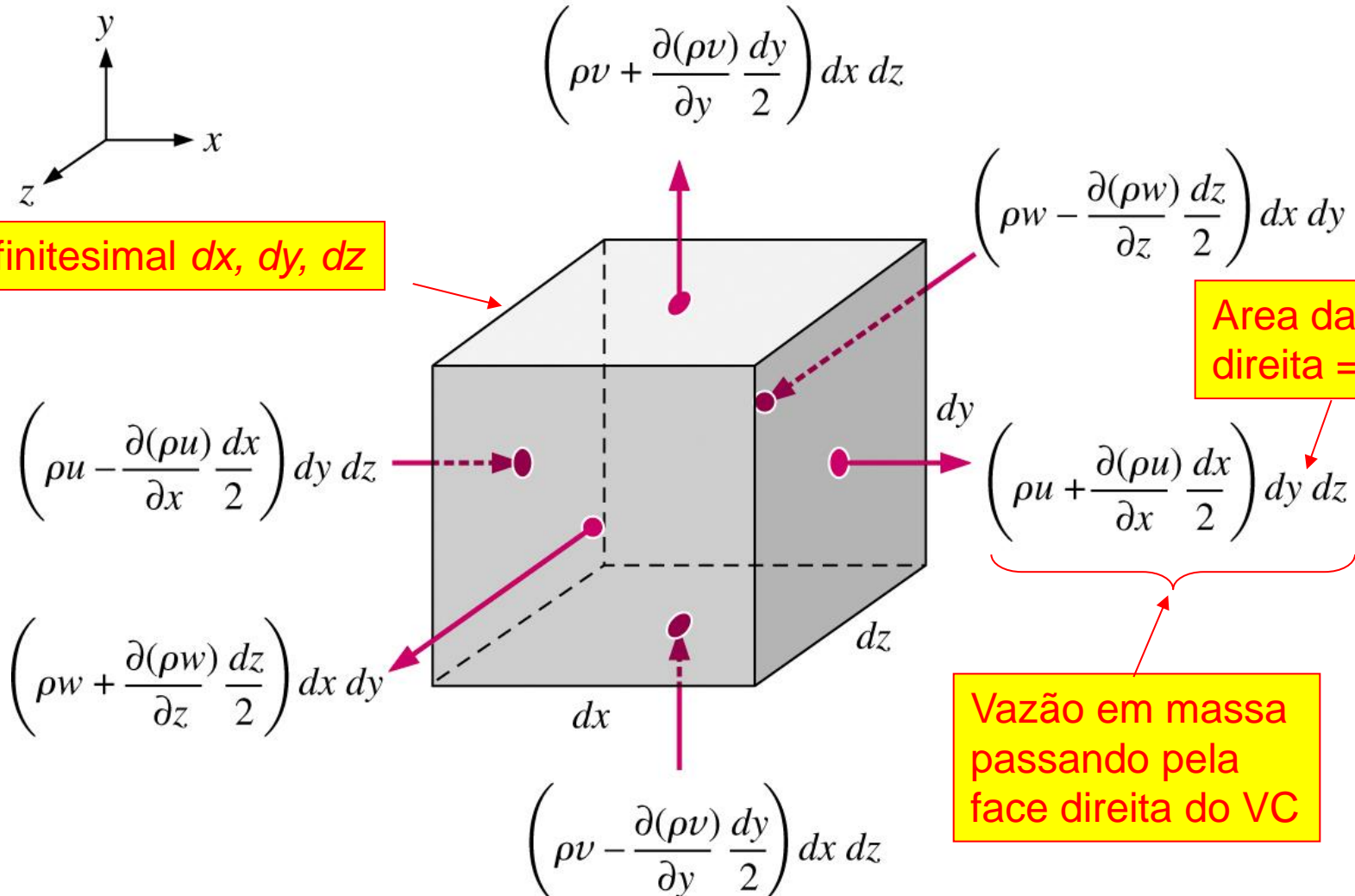
Por ex., ao redor do ponto central,

$$(\rho u)_{\text{centro da face direita}} = \rho u + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} \frac{dx}{2} + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 (\rho u)}{\partial x^2} \left(\frac{dx}{2}\right)^2 + \dots$$

Conservação de massa na forma diferencial



VC infinitesimal dx, dy, dz



A seguir, somam-se as vazões em massa que entram e saem das 6 faces do VC

Vazão líquida de massa entrando no VC:

$$\sum_{in} \dot{m} \approx \left(\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dy dz + \left(\rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dz + \left(\rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy$$

Vazão líquida de massa saindo do VC:

$$\sum_{out} \dot{m} \approx \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dy dz + \left(\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dz + \left(\rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy$$

Tomando-se a equação da conservação da massa na forma integral se tem:

$$\int_{VC} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\forall = \sum_{in} \dot{m} - \sum_{out} \dot{m}$$

Após as substituições das equações:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx dy dz - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dx dy dz - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dx dy dz$$

e, dividindo pelo volume $dx dy dz$, resulta

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

Ou, se for aplicada a definição da divergência de um vetor:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

**Equação da
conservação
da massa,
diferencial**

Equação da Conservação da Massa

Na forma integral:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dA = 0$$

Na forma diferencial:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

Casos particulares da Eq. Continuidade Diferencial

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0$$

Fluido **Compressível** em regime permanente:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad \text{ou} \quad \text{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

Fluido **Incompressível** em regime permanente:

$$\rho = \text{const} \rightarrow \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad \text{ou} \quad \text{div} \vec{v} = 0 \quad \text{ou}$$

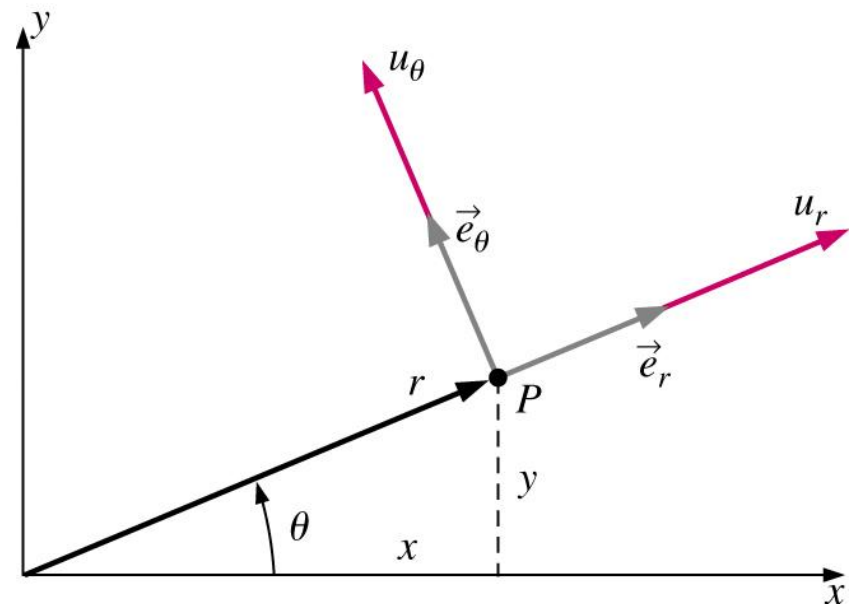
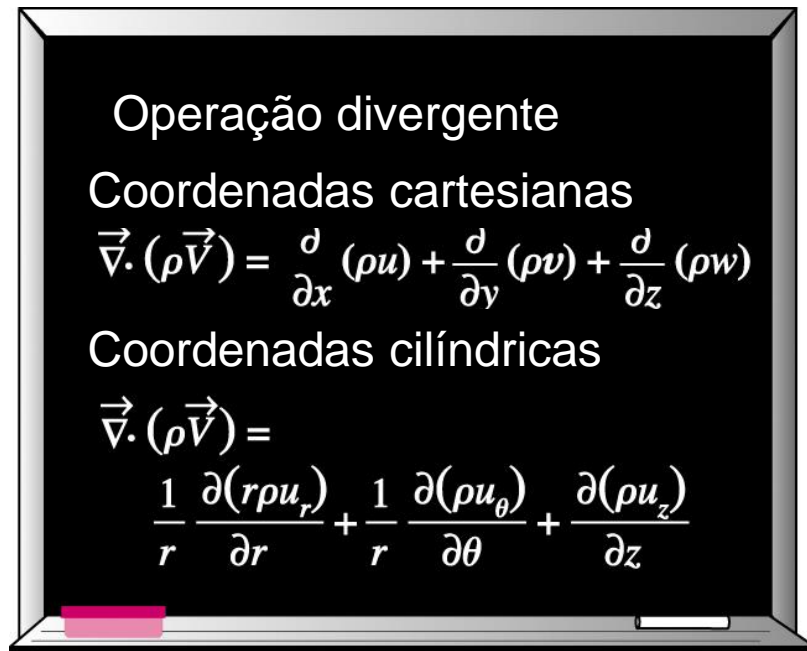
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

**Relação poderosa
Perceba que não é
preciso ser regime
permanente**

Continuidade em coordenadas cilíndricas

Há muitos problemas que são mais simples de resolver se as equações forem escritas em coordenadas cilíndricas polares


A forma mais fácil de conversão a partir das Coord Cartesianas é usando a forma vetorial e a definição de operador divergente em coordenadas cilíndricas



Continuidade em coordenadas cilíndricas

$$\nabla = \frac{1}{r} \frac{\partial(r)}{\partial r} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{e}_\theta + \frac{\partial}{\partial z} \hat{e}_z$$

$$\vec{V} = U_r \hat{e}_r + U_\theta \hat{e}_\theta + U_z \hat{e}_z$$


$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho U_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho U_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho U_z)}{\partial z} = 0$$

Continuidade em coordenadas cilíndricas

■ Escoamento em Regime Permanente Compressível

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

Cartesianas

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

Cilíndricas

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho U_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho U_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho U_z)}{\partial z} = 0$$

Continuidade em coordenadas cilíndricas

■ Escoamento incompressível

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{e } \rho = \text{constante}$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

Cartesianas

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Cilíndricas

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rU_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(U_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(U_z)}{\partial z} = 0$$

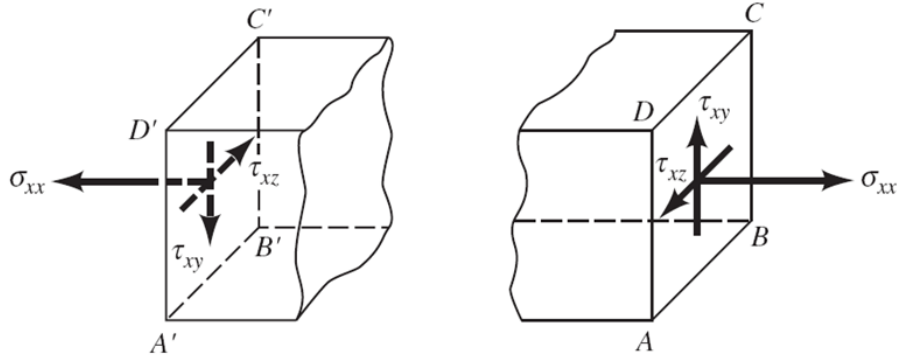
Em geral, a **equação da continuidade** não pode ser usada por si só para resolver o campo de velocidades, mas pode ser usada para:

1. Determinar se o campo de velocidades é incompressível
2. Encontrar componentes perdidas de velocidades

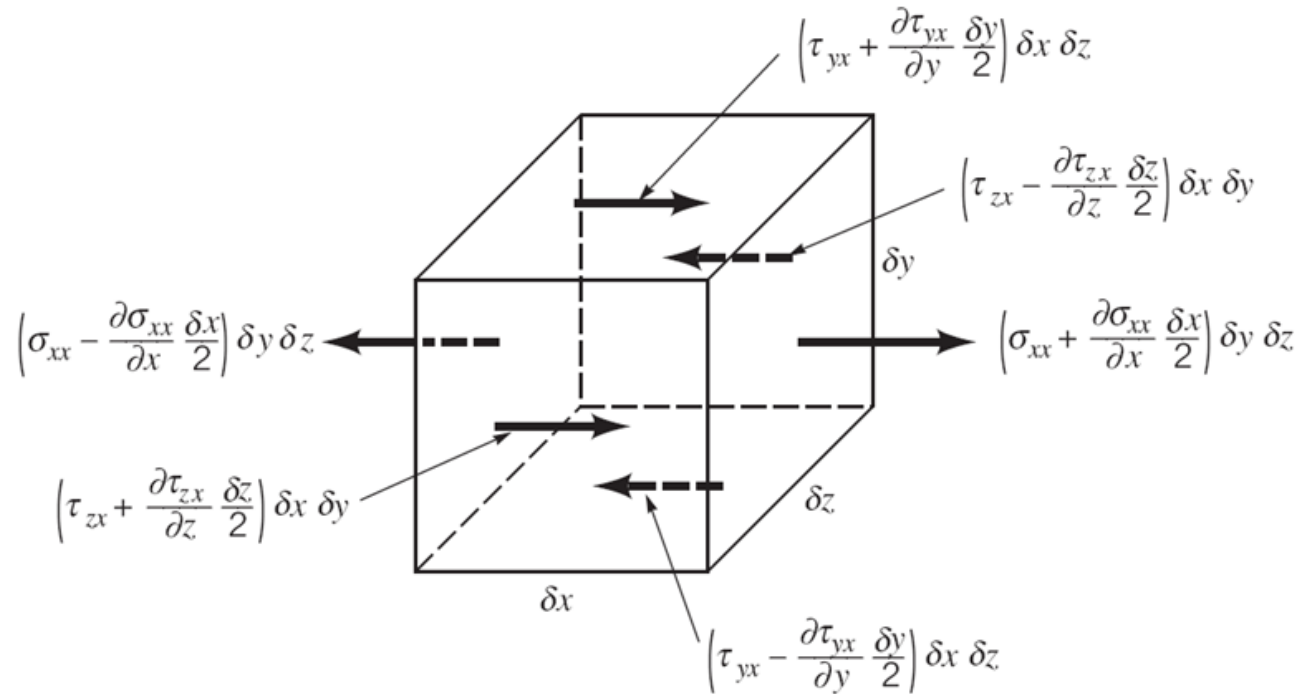
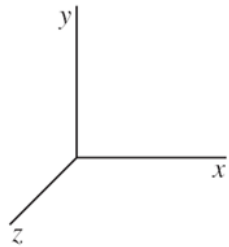
Conservação da Quantidade de Movimento Linear

$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{Dm\vec{v}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{v}\rho dVC + \int_{SC} \vec{v}\rho(\vec{v}\cdot\vec{n})dS$$

Distribuição de tensões em um elemento pequeno de fluido ($\delta_x, \delta_y, \delta_z$)



Notação subscrita dupla para tensões: o 1º é o plano e o 2º é a direção



Forças de superfície decorrentes de tensões normais e tangenciais atuando em elemento de fluido na **direção x**. Forças de campo não aparecem na figura.

Equação do movimento

$$\delta F_x = \delta m a_x$$

$$\delta F_y = \delta m a_y$$

$$\delta F_z = \delta m a_z$$



$$\delta F_{cont\ x} + \delta F_{campo\ x} = \delta m a_x$$

$$\delta F_{cont\ y} + \delta F_{campo\ y} = \delta m a_y$$

$$\delta F_{cont\ z} + \delta F_{campo\ z} = \delta m a_z$$

e, como $\delta m = \rho \delta_x \delta_y \delta_z = \rho dV$

Forma-se o **conjunto I** de equações

$$\rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

Incógnitas: tensões, velocidades e ρ

Importante

São aplicáveis a qualquer continuum (sólido ou fluido), em movimento ou parado

Para fluidos, estas equações diferenciais da QDM possuem muito mais incógnitas (todas as tensões, a velocidade e a massa específica) que equações.

1ª simplificação: escoamento invíscido

Se $\mu_{\text{água}}$ e μ_{ar} forem pequenos na equação anterior,
 $\mu_{\text{água}}$ e $\mu_{\text{ar}} \rightarrow 0$ e $\tau \rightarrow 0$

No curso já foi mostrado que as tensões normais independem da direção e são iguais a pressão:

$$-P = \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$$

O sinal negativo foi adotado por convenção para que as tensões de compressão (que são as mais comuns nos fluidos) forneçam sinal + para a pressão

Do **conjunto I** de equações diferenciais da QDM para um fluido, com $\mu \rightarrow 0$ e $\tau \rightarrow 0$ geram-se as:

Equações de Euler do Movimento

$$\rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

ou, na forma vetorial:

$$\rho \vec{g} - \nabla P = \rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right]$$

Válidas para
escoamento
sem
viscosidade

Deve ser entendido que até o século XIX havia uma profunda divisão no estudo e projeto de sistemas fluidos: o tratamento teórico proporcionado pela equação de Euler (sem a viscosidade) e o tratamento empírico, baseado em dados coletados em séculos de experimentação e tentativa e erro de projetos.

A situação foi atacada brilhantemente por Ludwig Prandtl em 1904 ao estabelecer o conceito de camada limite.

A situação era muito ruim sem se considerar a viscosidade, como se pode perceber pela excelente história de como Euler projetou as fontes do palácio Sanssouci, encomendadas pelo rei Frederico I.

Breve digressão: Palácio Sans souci (“sem preocupação”) em Potsdam





ONDE ESTÃO AS FONTES?



Frederico o grande, Rei da Prússia -1712-1786, encomendou as fontes para Euler.

Euler: um dos maiores matemáticos do mundo.



Frederico, o Grande:

“Minha planta foi projetada matematicamente, e não pode levantar uma única gota de água à distância de cinquenta pés do reservatório. Vaidade das vaidades! Vaidade da matemática”

Conclusão: faltou a viscosidade

Dois grandes pesquisadores, Navier, em 1827 e Stokes, em 1842: desenvolveram um conjunto de equações, de forma independente ao que parece, que possibilitaram teoricamente resolver qualquer problema de escoamento. Entretanto, não conseguimos resolver estas equações analiticamente até hoje.



L.M.Navier
1758-1836



Sir G.G. Stokes
1819-1903

Foi mostrado experimentalmente com um elevado grau de exatidão que muitos fluidos podem ser considerados Newtonianos, ou seja, as tensões são linearmente relacionadas às derivadas da velocidade ($\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial y}$).

Adicionalmente a maior parte dos fluidos são isotrópicos, sem direções preferidas no espaço, e as tensões normais ou de cisalhamento (σ e τ) não possuem direções preferenciais em relação à coordenada de posição, o que facilita a apresentação matemática pois a simetria evita muito trabalho braçal. (Ver Pierre Curie e conceitos de simetria)

Temos agora que introduzir informações novas referentes às tensões, que são difíceis de medir e, portanto, ruins para serem usadas em equacionamentos. Felizmente existem algumas abordagens que relacionam as tensões normais à pressão e as tensões de cisalhamento a taxas de mudança de deformação, ou gradientes de velocidade.

O trabalho matemático está além dos objetivos do curso, mas podemos abordar de duas formas.

Para fluidos Newtonianos, Stokes mostrou em 1845 que:

$$\sigma_{xx} = \lambda \vec{V} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\sigma_{yy} = \lambda \vec{V} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\sigma_{zz} = \lambda \vec{V} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}$$

e

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

μ é a viscosidade dinâmica, nossa velha conhecida, e λ é o coeficiente de viscosidade total (**bulk viscosity**).

Stokes fez a hipótese de que $\lambda = \frac{2}{3}\mu$, que é frequentemente usada, mas **ainda não foi confirmada até hoje!**

Como se vê, o terreno é pantanoso: a equação mais abrangente de toda a mecânica dos fluidos está alicerçada em hipóteses que podem ser discutidas e criticadas, o que reflete nos níveis de incerteza dos cálculos realizados (por exemplo, no cálculo de tubulações, que parte de uma incerteza de 15%!).

Para fluidos newtonianos incompressíveis, é sabido que as tensões estão relacionadas linearmente com as taxas de deformação:

$$\sigma_{xx} + P = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\sigma_{yy} + P = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\sigma_{zz} + P = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

A utilização destas equações com as do **conjunto I** e as da continuidade resulta nas **Equações de Navier-Stokes** para escoamentos incompressíveis com viscosidade constante

Equações de Navier Stokes para escoamentos incompressíveis com viscosidade constante:

$$\rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

Força gravitacional – força de pressão + termos viscosos (taxa de entrada difusiva líquida da QDM) = termos de aceleração (aceleração local + aceleração convectiva)

Forma condensada $\vec{g} - \frac{1}{\rho} \text{grad}P + \nu \nabla^2 \vec{v} = \vec{a}$

Observações:

A pressão P aparece só como gradiente, ou seja, não é o valor da pressão que importa, mas sim as **diferenças de pressão**.

As 3 equações de N-S combinadas com a equação da conservação da massa, fornecem uma descrição matemática completa do escoamento incompressível de um fluido Newtoniano, porque temos 4 equações com 4 incógnitas (u, v, w e P). Em termos matemáticos estamos ok.

Infelizmente a complexidade (equações de derivadas parciais de 2ª ordem e não lineares) impede sua solução, exceto para casos bem simples.

A maior dificuldade: não linearidade dos termos das acelerações convectivas
($u \frac{\partial u}{\partial x}, w \frac{\partial v}{\partial z}$, etc)

A matéria da prova se encerra na apresentação e usos das equações de Navier-Stokes para resolver alguns poucos problemas simples, onde o escoamento seja laminar.

Os slides seguintes são apresentados apenas para dar uma visão geral da complexidade das equações de N-S.

Mas ainda que se tenham dificuldades imensas para resolver as equações diferenciais não lineares podem-se individualizar algumas soluções. Como os escoamentos turbulentos apresentam flutuações aleatórias, as soluções analíticas são impossíveis, mas podem-se resolver alguns casos de escoamentos laminares clássicos.

- 1) Escoamento de Hagen-Poiseuille, laminar em duto cilíndrico
- 2) Escoamento de Poiseuille, laminar entre duas placas paralelas infinitas
- 3) Escoamento de Couette, laminar, entre duas placas paralelas, sem gradiente de pressão causado por bombeamento, sendo o movimento causado unicamente pela placa superior movendo-se com velocidade V . Ou por eixo girando em mancal.
- 4) Escoamento de Couette, idem acima, mas com gradiente de pressão provocado por bombeamento.

É bom lembrar que cada componente da velocidade pode ser escrita em termos da soma da velocidade média mais a velocidade instantânea ($u = \bar{u} + u'$) o que complica extraordinariamente a equação. Após esta substituição e simplificações importantes, restam as equações de N-S médias no tempo (isto não é assunto do curso):

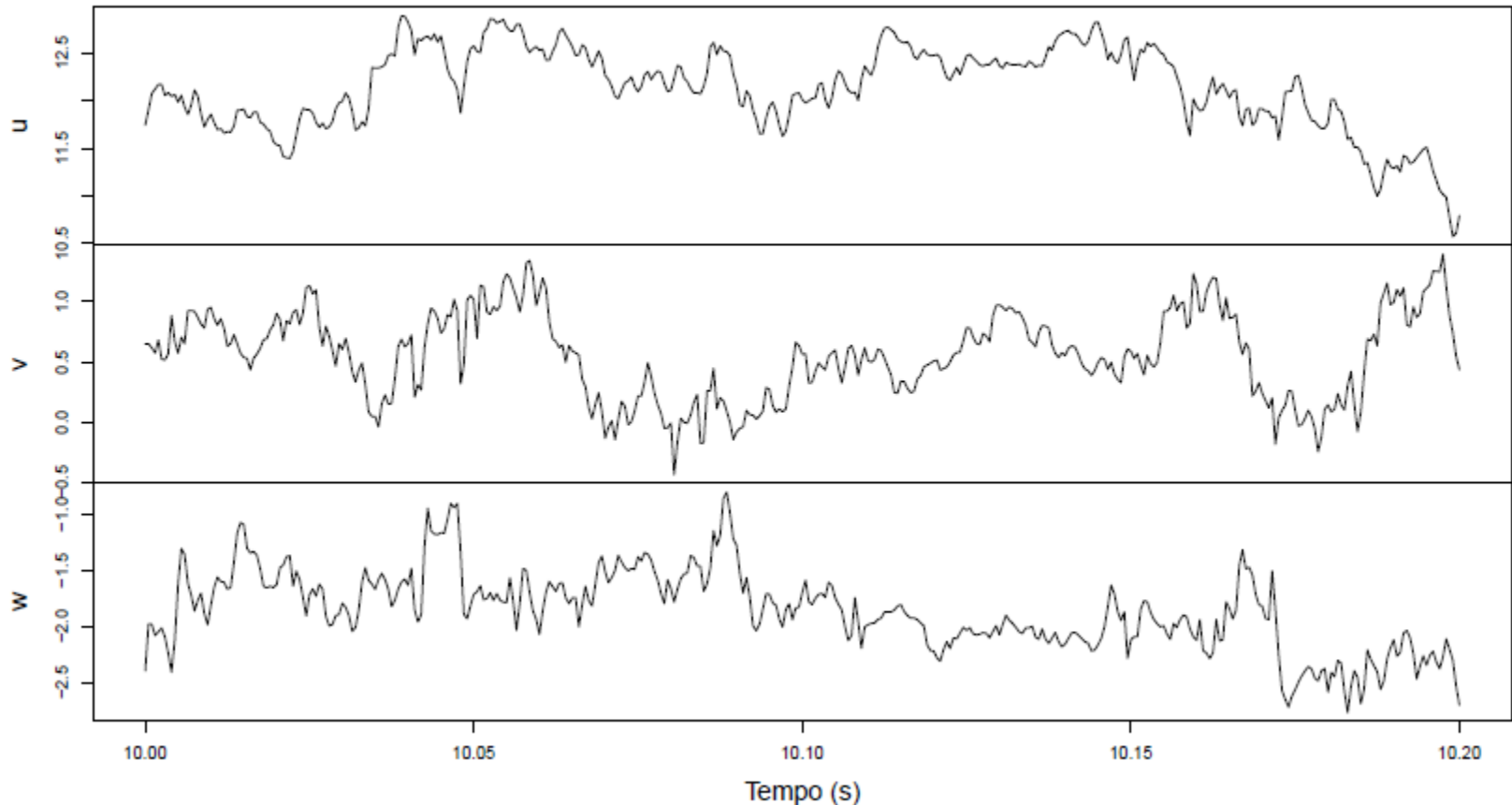
$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = F_x - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \Delta \bar{u} - \rho \left(\frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) = F_y - \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu \Delta \bar{v} - \rho \left(\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) = F_z - \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu \Delta \bar{w} - \rho \left(\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'w'}}{\partial z} \right)$$

A última parcela à direita representa os tensores de Reynolds, e são geralmente a parte dominante da tensão total de cisalhamento (observe que μ ainda permanece)

Componentes de velocidade (m/s)



Os gráficos acima mostram a complexidade do sinal da velocidade em um ponto de um escoamento qualquer. São mostradas as três componentes da velocidade, U, V e W. Observe que U está ao redor de 12m/s, enquanto V está ao redor de 0,5 m/s e W de -1,5m/s.

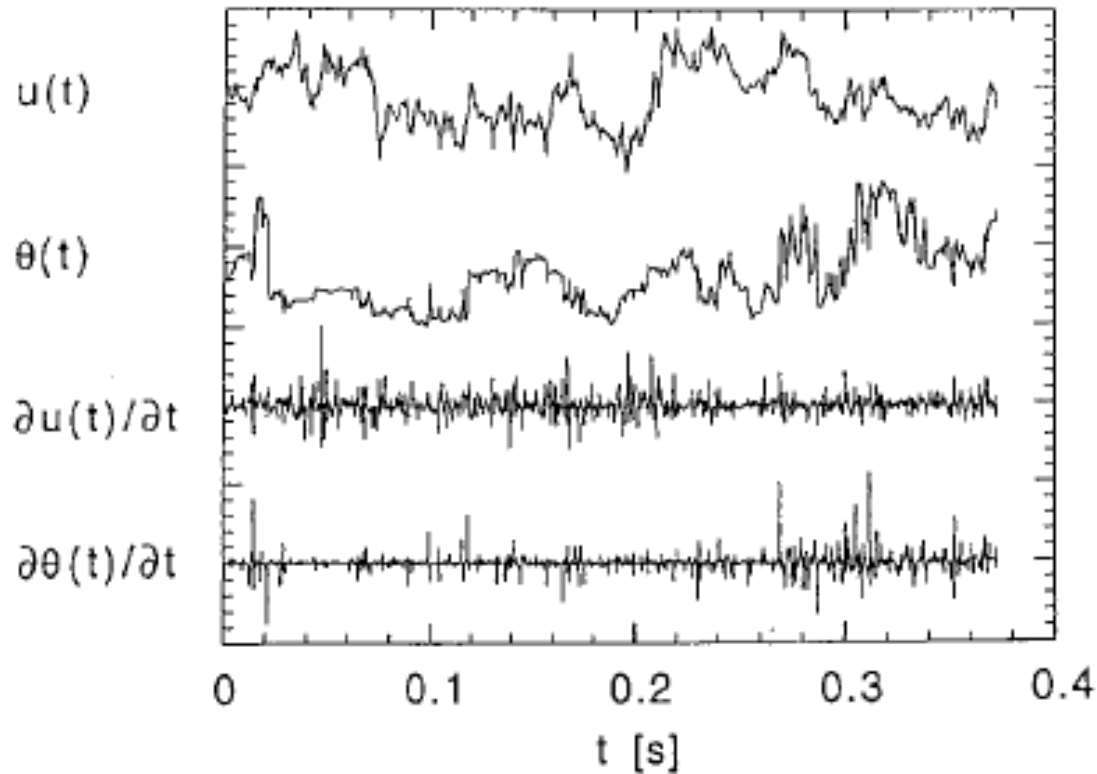


Fig. 5. Time series of the longitudinal velocity fluctuations, $u(t)$, and their derivative, $\partial u(t)/\partial t$. Also shown is the time series of scalar fluctuations, $\theta(t)$, and their derivative, $\partial \theta(t)/\partial t$, in the same flow. Notice the higher intermittency in the scalar (bottom trace). $R_\lambda = 582$. Measurements by L. Mydlarski and Z.W.

O gráfico acima mostra as flutuações nos valores de velocidade e temperatura em um escoamento. Observe a forma do gráfico da velocidade (pode ser considerado Gaussiano) e compare com o gráfico da aceleração (fortemente não Gaussiano). Isto tem a ver com dissipação de energia, de forma intermitente como mostrado no gráfico da aceleração.