

# Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental

Prof. Zwinglio Guimarães

2º semestre de 2017

Tópico 3 - 2ª semana - Função de probabilidade  
de Poisson

# A função de probabilidade binomial (revisão)

- Distribuição do número de ocorrências em  $N$  medições independentes com probabilidade individual  $p$

$$P_{N,p}(n) = \frac{N!}{(N-n)!n!} p^n (1-p)^{N-n}$$

- É chamada de binomial por causa da semelhança com o binômio de Newton

$$(a + b)^N = \sum_{n=0}^N \frac{N!}{(N-n)!n!} a^n b^{N-n}$$

# Resultados importantes da binomial (revisão)

- A binomial é normalizada:

$$\sum_{n=0}^N \frac{N!}{(N-n)!n!} p^n (1-p)^{N-n} = [p + (1-p)]^N = 1$$

- A média do número de ocorrências é  $n_0 = Np$ :

$$\langle n \rangle = \sum_{n=0}^N n \frac{N!}{(N-n)!n!} p^n (1-p)^{N-n} = Np$$

- E o desvio-padrão do número de ocorrências é:

$$\sigma_n = \sqrt{Np(1-p)}$$

# A função de probabilidade de Poisson

- Distribuição do número de ocorrências de eventos em que o número de tentativas,  $N$ , é muito grande, mas a probabilidade de sucesso em cada tentativa,  $p$ , é muito baixa, de tal modo que o produto  $a = Np$  é um número finito

$$P_a(n) = \frac{a^n e^{-a}}{n!}$$

- Corresponde ao caso limite da Binomial com  $N \rightarrow \infty$ , mas com o produto  $Np = a$  mantido constante

$$P_a(n) = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ Np = a}} \frac{N!}{(N-n)! n!} p^n (1-p)^{N-n}$$

# Relações matemáticas úteis para lidar com a distribuição de Poisson

$$e^x = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{N}\right)^N$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

# Resultados importantes da Poisson

- A Poisson é normalizada:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n e^{-a}}{n!} = \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} \right) e^{-a} = (e^a) e^{-a} = 1$$

- A média do número de ocorrências é  $n_0 = a$ :

$$\langle n \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} n \frac{a^n e^{-a}}{n!} = a$$

- E o desvio-padrão do número de ocorrências é:

$$\sigma_n = \sqrt{a}$$