

# Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental

Prof. Zwinglio Guimarães

2º semestre de 2017

Tópico 1 – Aula 2

# Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental – 2º Semestre 2017

- Professor: Zwinglio Guimarães
  - Departamento de Física Aplicada
  - Sala 221 Ed. Basílio Jafet
- Monitor: Danilo Lessa
  - Departamento de Física Aplicada
- Plantão de dúvidas
  - Quinta-feira, 18:00 às 18:50, com o professor (sala 221 Ed. Basílio Jafet)
  - Dúvidas também podem ser enviadas por e-mail ou pelo serviço de mensagens do STOA

# TEFE – 2º Semestre 2017

## Bibliografia

- **Textos redigidos por professores do IFUSP**
  - Apostila de MEFE – 2015 (**será revisada durante o semestre**)
  - Outros textos disponíveis no STOA
    - Texto sobre termos usados em metrologia (**ler para a 2ª aula**)
    - Recomendação INC-1 (1980) sobre Incertezas Experimentais
- **Livros**
  - *Otaviano A. M. Helene & Vito R. Vanin*, Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental, Ed. Edgard Blücher (**Livro de referência da disciplina**)
  - *José Henrique Vuolo*, Fundamentos da Teoria de Erros, Ed. Edgard Blücher

# TEFE – 2º Semestre 2017

## Bibliografia suplementar

- **Guias disponibilizados pelo INMETRO (link no STOA)**
  - GUM – Guia para Expressão da Incerteza de Medições
  - VIM – Vocabulário Internacional de Metrologia
- **Artigos**
  - *O. Helene et al., O que é uma medida?, Rev. Brasileira de Ensino de Física v. 13 (1991) p. 12. (ler para a 2ª aula)*
  - *P. L. Junior e F. L. da Silveira, Sobre as incertezas do tipo A e B e sua propagação sem derivadas: uma contribuição para a incorporação da metrologia contemporânea aos laboratórios de física básica superior, Rev. Brasileira de Ensino de Física v. 33 (2011) p. 2303.*

# Avaliações e critérios de aprovação

- Atividades feitas em aula ( $A_T$ )
- Trabalho com apresentação de seminário ( $T_r$ )
- Provas individuais ( $P_1$  e  $P_2$ )
  - Haverá uma prova extra (que substituirá a menor nota)
- A **média final (M)** é calculada por:

$$M = \frac{A_T + T_r + P_1 + P_2}{D}$$

o denominador  $D$  depende dos desempenhos notáveis:

$$D = 4 - 0,2 * N(\text{nota} \geq 9) + 0,4 * N(\text{nota} \leq 4)$$

# Referências e material para próxima aula

- Texto sobre termos e definições metrológicas ([disponível no STOA](#))
- Artigo "O que é uma medida?" Otaviano Helene et al. ([link no STOA](#))
- Bibliografia complementar: Capítulos 1 e 2 do Livro “Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental”, O. Helene e V. R. Vanin

# Revisão de conceitos fundamentais sobre análise de dados

- **Algarismos significativos**
- **Erro e Incerteza. Origens e tipos de erros:**
  - Erros devidos a efeitos aleatórios e sistemáticos
  - Precisão, veracidade, exatidão
- **Procedimentos para a avaliação da incerteza:**
  - Desvio-padrão e o desvio-padrão da média
  - Incerteza residual devida as fontes de erro sistemáticos
  - Combinação de fontes de incerteza
  - Propagação de incertezas
- **Conceito de redução de dados**

# Alguns conceitos sobre medições

- Resultados experimentais sempre estão sujeitos a **erros**
  - De acordo com o efeito das fontes de erros em uma série de medições eles são classificados em aleatórios ou sistemáticos:
    - **Erros aleatórios** são aqueles que afetam de maneira imprevisível cada um dos dados medidos
      - Provocam a variação dos valores obtidos em medições repetidas
      - Seu efeito pode ser reduzido aumentando-se o número de dados
    - **Erros sistemáticos** são aqueles que afetam de maneira previsível todos os dados medidos
      - Seu efeito não depende do número de dados medidos

**A possibilidade de haver erros é que dá origem à incerteza**



## Um pouco de nomenclatura: os erros

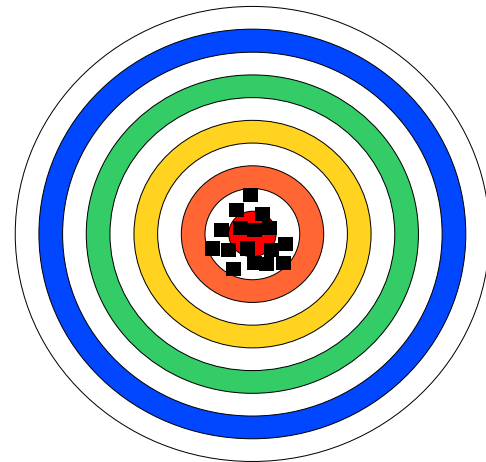
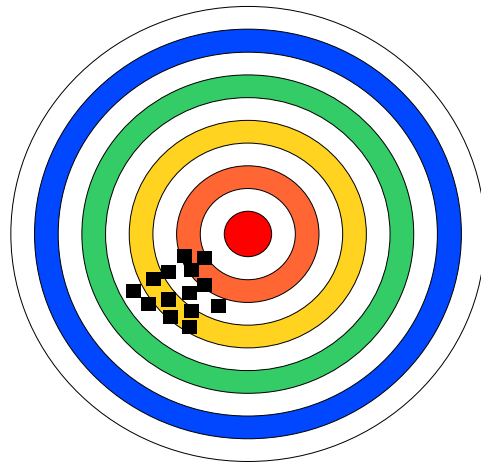
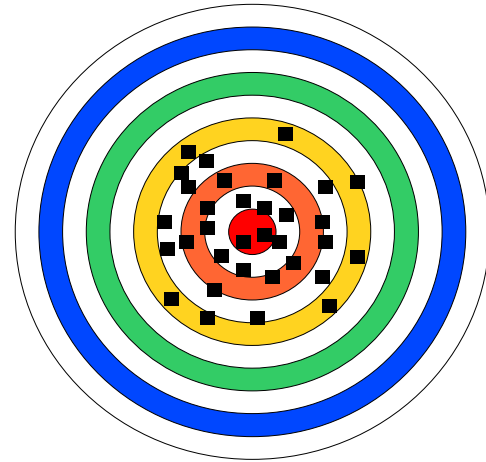
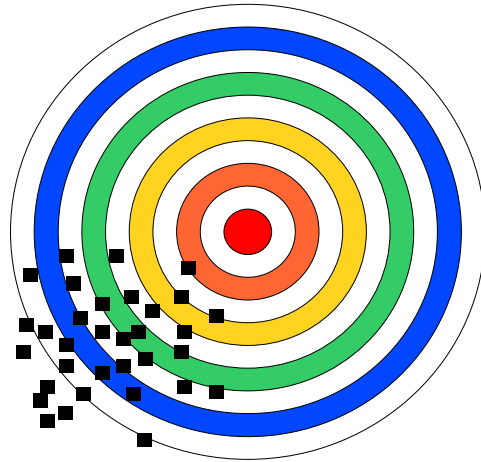
- O **erro** ( $\varepsilon$ ) de uma medição é a diferença entre o valor medido ( $x$ ) e o valor verdadeiro do mensurando ( $x_0$ ):

$$x = x_0 + \varepsilon$$

- O erro pode ser devido a diversos efeitos e toda medição é sujeita a erros.
- De acordo com o efeito em uma determinada série de medições, os erros naquela medição são classificados em **aleatórios** ( $\varepsilon_a$ ) ou **sistemáticos** ( $\varepsilon_s$ ).

$$\varepsilon = \varepsilon_a + \varepsilon_s$$

# Erros **aleatórios** e **sistemáticos**: 4 possibilidades

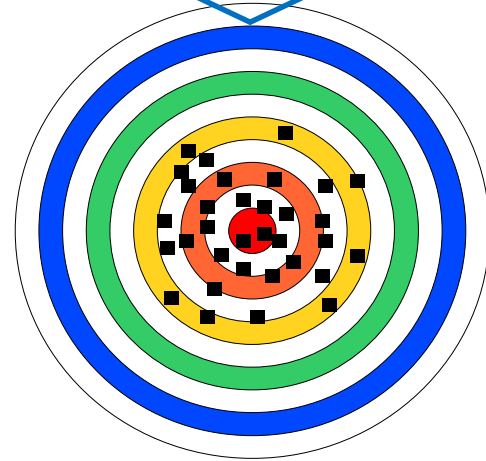
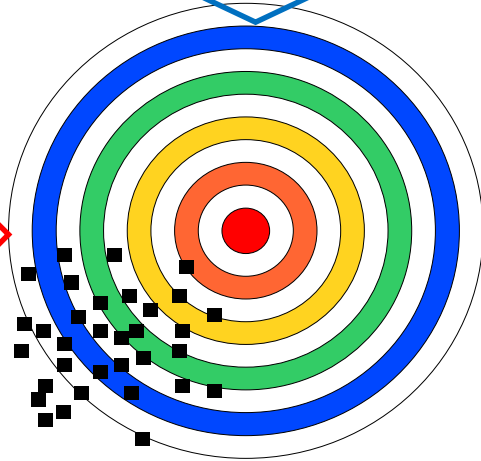


# Erros **aleatórios** e **sistemáticos**: 4 possibilidades

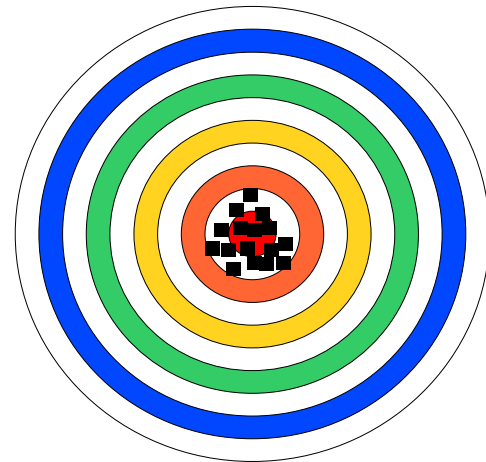
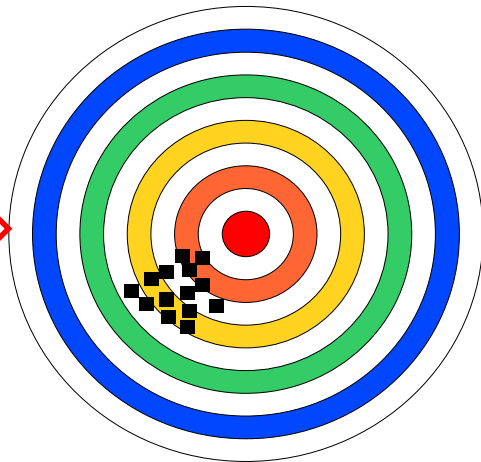
Erros  
**sistemáticos**  
GRANDES

Erros  
**sistemáticos**  
pequenos

Erros **aleatórios**  
GRANDES



Erros **aleatórios**  
pequenos

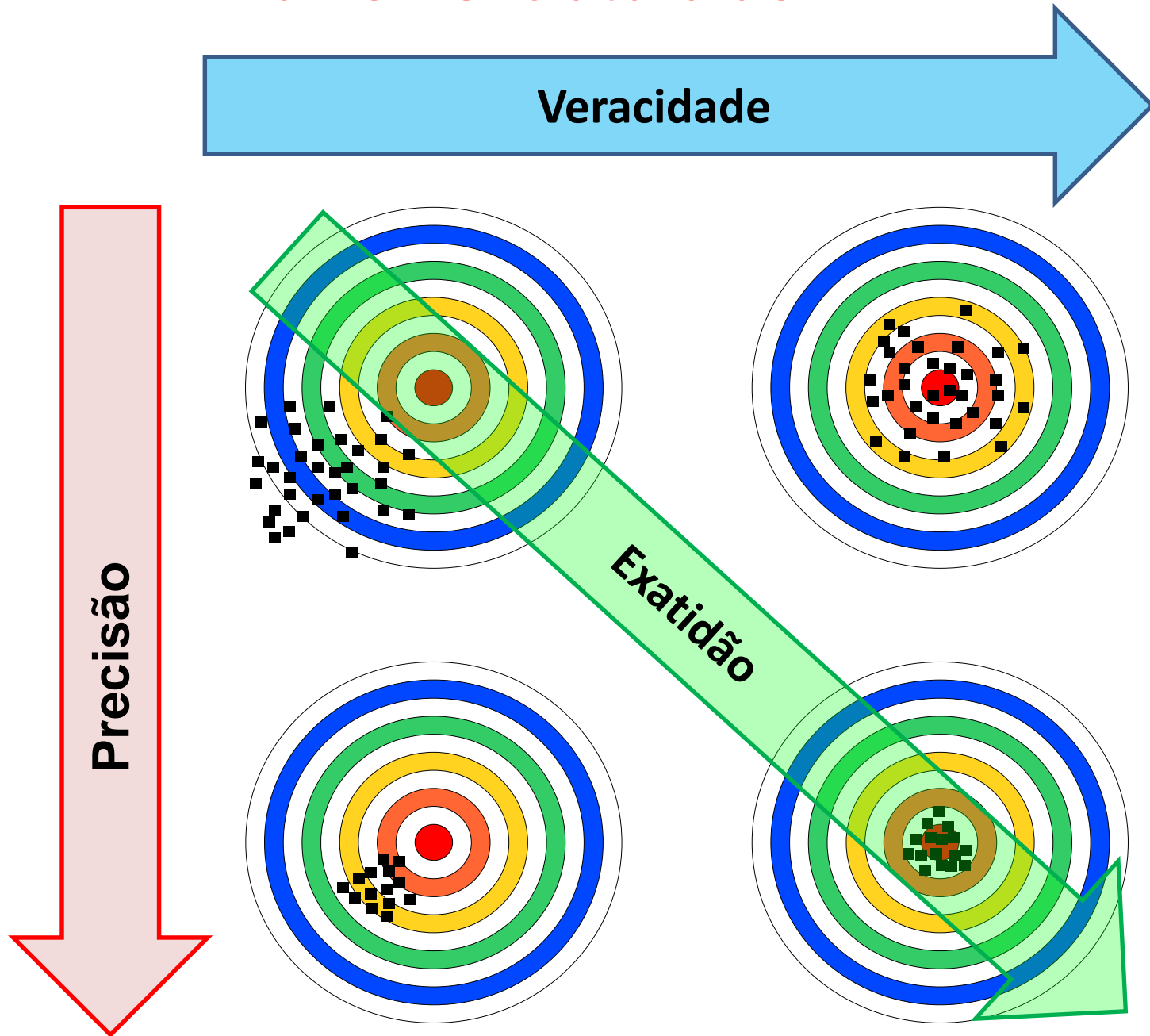


# Termos úteis para qualificar medições

- Segundo o **VIM** (Vocabulário Internacional de Medições):
  - **Precisão** (*precision*): grau de concordância entre os valores obtidos em medições repetidas
    - Está relacionada apenas com os erros aleatórios
  - **Veracidade** (*trueness*): grau de concordância entre a média de infinitas medições repetidas e um valor de referência
    - Está relacionada apenas com os erros sistemáticos
  - **Exatidão** (*accuracy*) indica o grau de concordância entre o valor de uma medição e um valor de referência
    - Está relacionada tanto com os erros aleatórios quanto sistemáticos

Os **algarismos significativos** são úteis para se transmitir **toda** (e **somente**) as informações **relevantes** obtidas no experimento

# Na nomenclatura do VIM:



# Incerteza

- De acordo com o GUM, “A incerteza do resultado de uma medição caracteriza a dispersão dos valores que podem ser razoavelmente atribuídos ao mensurando”
  - Embora seja importante fornecer a incerteza-padrão do resultado, é preciso ter em mente que há uma probabilidade considerável (cerca de  $1/3$ ) de que o módulo do erro seja maior do que a incerteza-padrão.
  - Por esse motivo, na hora de avaliar o intervalo valores razoáveis do mensurando normalmente se considera um intervalo com algumas vezes (geralmente 3) a incerteza-padrão.

# Expressão para a incerteza devida aos erros aleatórios em uma medição

- A incerteza em cada medição devida aos erros aleatórios é estimada pelo **desvio-padrão da amostra**:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(x_i - x_m)^2}{N - 1}}$$

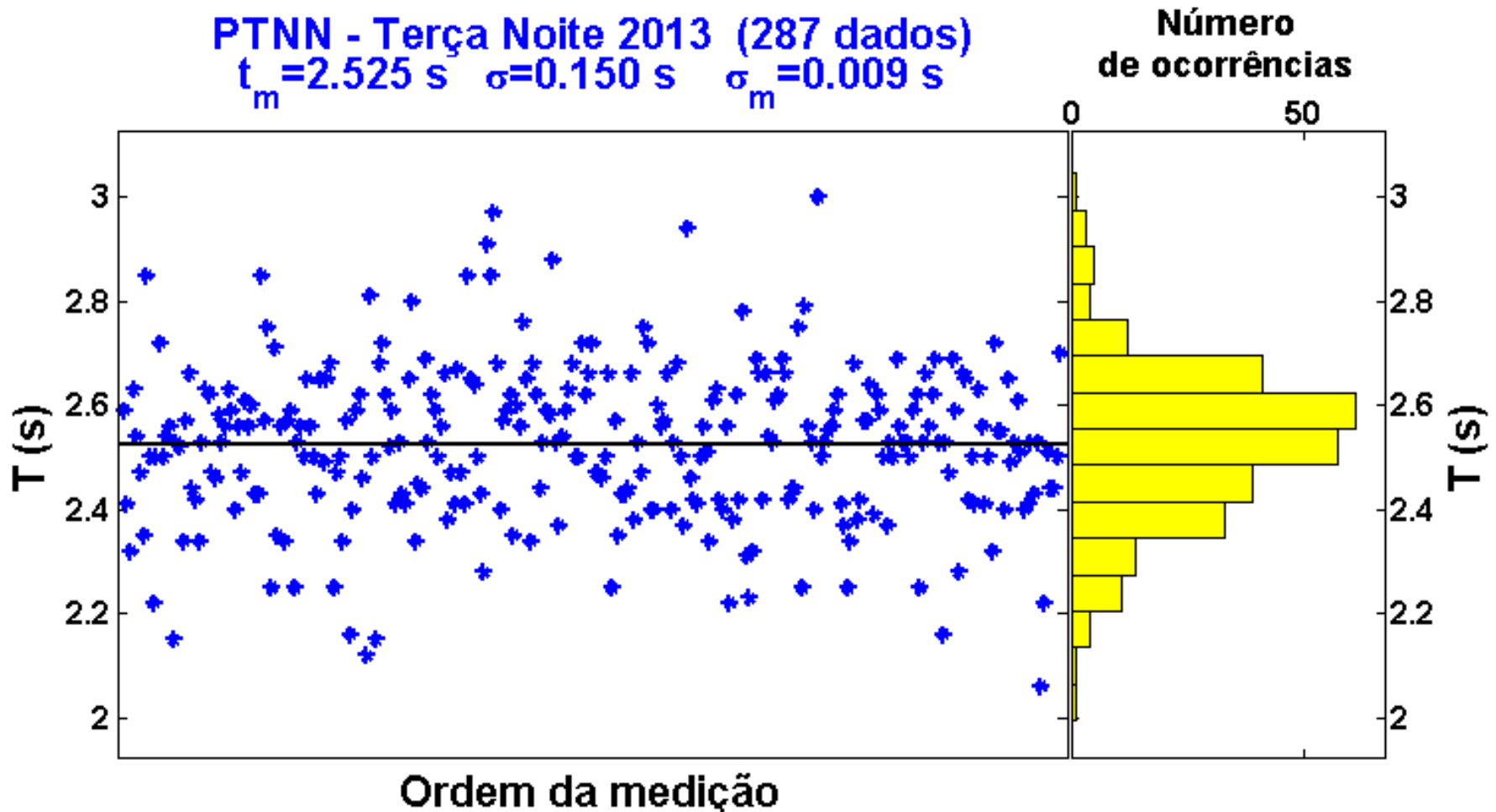
**Geralmente corresponde à semi-largura do intervalo ao redor da média que contém cerca de 2/3 dos dados**

- A incerteza no valor médio devida apenas aos erros aleatórios é dada pelo **desvio-padrão da média**:

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

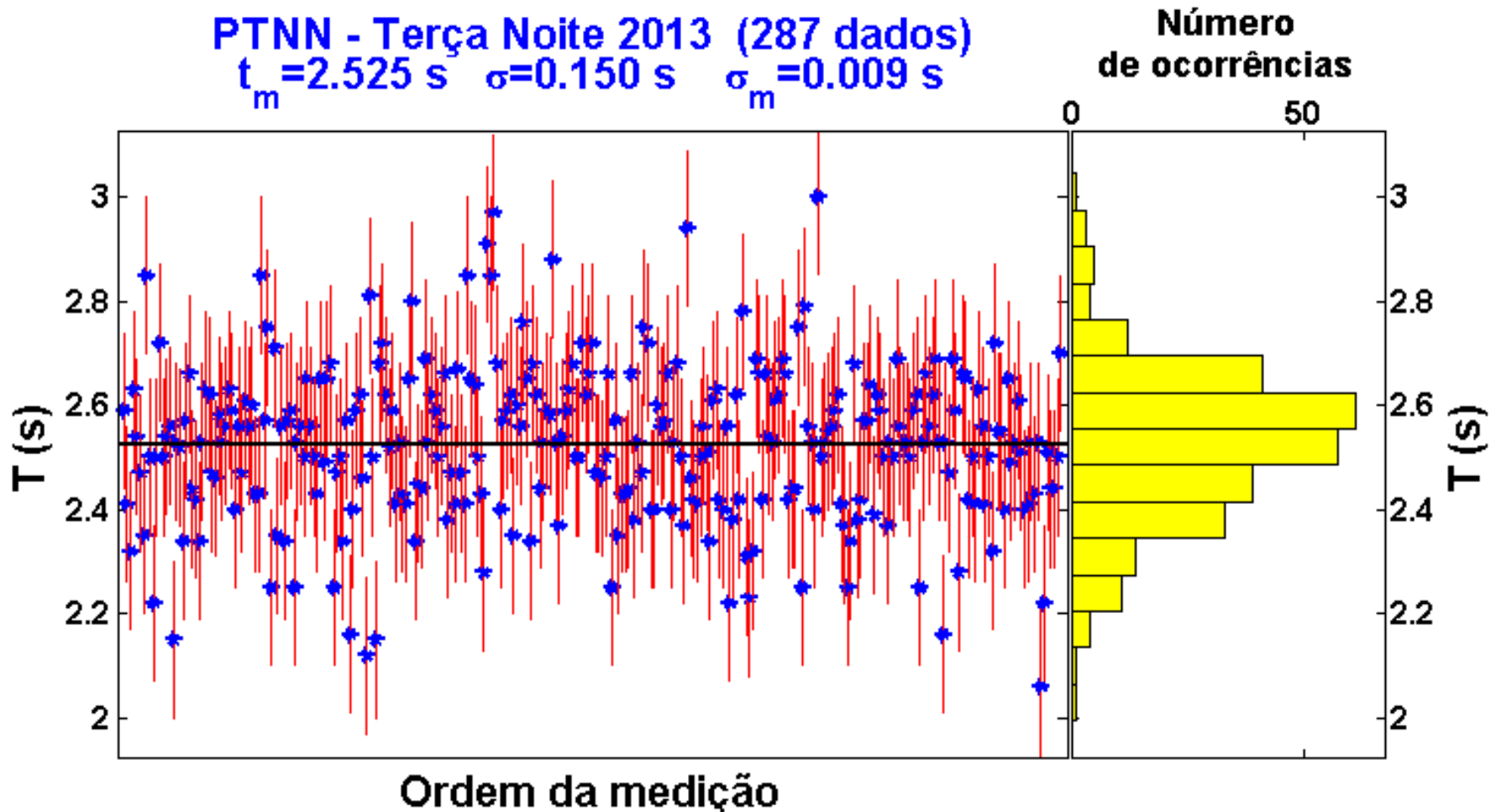
# Experimento dos balões

Duas formas de visualizar a distribuição dos dados medidos





# Interpretação do desvio-padrão da amostra como a incerteza de cada um dos dados (considerando apenas os erros aleatórios)



# Combinação de incertezas

- A incerteza-padrão do resultado final precisa considerar as contribuições devidas aos erros aleatórios e sistemáticos e é dada por:

$$\sigma_f = \sqrt{(\sigma_m)^2 + (\sigma_s)^2}$$

- $\sigma_m$  é o desvio-padrão da média (incerteza na média devida ao efeito dos erros aleatórios)
- $\sigma_s$  é a incerteza sistemática residual

# Lei geral de propagação de incertezas:

$$\sigma_w^2 = \left( \frac{\partial w}{\partial x} \sigma_x \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \sigma_y \right)^2 + \dots$$

$$w = w(x, y, \dots)$$

$$+ 2 \frac{\delta w}{\delta x} \frac{\delta w}{\delta y} \text{cov}(x, y) + \dots$$

**Com dados estatisticamente independentes (covariâncias iguais a 0):**

$$\sigma_w^2 = \left( \frac{\partial w}{\partial x} \sigma_x \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \sigma_y \right)^2 + \dots$$

**Sugestões de atividades  
experimentais e artigos com  
propostas de experimentos que  
podem ser feitas sem  
equipamentos de Laboratório**

# Trabalhos experimentais em casa usando o computador

- Filmagens e fotos de boa qualidade de experimentos de Física podem ser obtidos no projeto “*FisFoto – Experimentos Virtuais*” do IFUSP, coordenado pelos professores Vito R. Vanin e Nora L. Maidana. Link: <http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/>
- O programa gratuito *Tracker* pode ser usado para análise de filmes e imagens: <http://physlets.org/tracker/>
- Para análise de sons, o programa gratuito *Audacity* é uma boa opção: <http://audacity.sourceforge.net/>

# Sugestões para quem gosta de tecnologia

- **“Your smartphone can do physics”**, postagem do blog *Physics Central* com sugestão de experimento usando o acelerômetro do celular. Link:

<http://physicsbuzz.physicscentral.com/2015/01/your-smartphone-can-do-physics.html>

- Há bons links sugeridos nesse artigo, além de indicações de aplicativos que permitem salvar os dados de sensores de celulares

- Artigo **“A placa Arduino: uma opção de baixo custo para experiências de física assistidas pelo PC”**, de A.R. de Souza *et al.* na *Revista Brasileira de Ensino de Física* **vol. 33** p.1702 (2011). Link: <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/331702.pdf>

# Na Revista Brasileira de Ensino de Física

[www.sbfisica.org.br/rbef](http://www.sbfisica.org.br/rbef)

- **Velocidade do Som no Ar: Um Experimento Caseiro com Computador e Balde D'água**
  - Rev. Bras. Ensino Física v.25 n1 (2003) p.74  
[http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v25\\_74.pdf](http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v25_74.pdf)
- **O Estudo de Colisões através do Som**
  - Rev. Bras. Ensino Física v.24 n2 (2002) p.150  
[http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v24\\_150.pdf](http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v24_150.pdf)
- **Estudo do movimento de um corpo sob ação de força viscosa usando uma porção de xampu, régua e relógio**
  - Rev. Bras. Ensino Física v.28 n3 (2006) p.387  
<http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/060201.pdf>

# Na Revista A Física na Escola

[www.sbfisica.org.br/fne](http://www.sbfisica.org.br/fne)

- **Medindo a velocidade de rotação da terra sem sair de casa**
  - Física na Escola v.10 n2 (2009) p.29
  - <http://www.sbfisica.org.br/fne/Vol10/Num2/a09.pdf>
- **Construção de três dispositivos com material de baixo custo para o estudo do movimento circular através da transferência de movimento**
  - Física na Escola v.10 n2 (2009) p.25
  - <http://www.sbfisica.org.br/fne/Vol10/Num2/a08.pdf>



# Artigos em inglês

- **Digital video analysis of falling objects in air and liquid using Tracker**
  - Rev. Bras. Ensino Física v.35 n1 (2013) p.1504  
<http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/351504.pdf>
- **Demonstration of the exponential decay law using beer froth**
  - European Journal Physics v.23 (2002) p.21  
[www.tf.uni-kiel.de/matwis/  
amat/elmat\\_en/articles/beer\\_decay/beer\\_article.pdf](http://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/elmat_en/articles/beer_decay/beer_article.pdf)