

TEFE 2017 – Atividade 15 – Testes “t” e “z”

A Tabela 1 apresenta os valores para o módulo da variável aleatória $t = \frac{x-x_0}{\tilde{\sigma}_x}$ que definem os intervalos de confiança de 68,27%, 95,45% e 99,73% em termos do número de graus de liberdade, ν , usados para estimar $\tilde{\sigma}_x$.

Tabela 1. Valores de t que definem os intervalos de confiança de 68,27%, 95,45% e 99,73%, para alguns valores do número de graus de liberdade, ν , usados para estimar o desvio-padrão amostral.

ν	t_1 $\alpha \cong 68,27\%$	t_2 $\alpha \cong 95,45\%$	t_3 $\alpha \cong 99,73\%$
1	1,84	14,0	235,8
2	1,32	4,53	19,21
3	1,20	3,31	9,22
5	1,11	2,65	5,51
10	1,053	2,28	3,96
20	1,026	2,13	3,42
100	1,005	2,03	3,08
∞	1	2	3

Escreva uma rotina para gerar conjuntos de 3 dados com função densidade de probabilidade gaussiana de valor verdadeiro $x_0 = 50$ com desvio-padrão $\sigma_0 = 10$ e que retorne o valor médio, x_m , e o correspondente desvio-padrão da média, $\tilde{\sigma}_m = \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{3}}$, onde $\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (x_i - x_m)^2}{3-1}}$ é o desvio-padrão amostral de cada conjunto de 3 dados.

Gere 10.000 conjuntos (de 3 dados cada) usando essa rotina. Para cada conjunto, determine os valores das variáveis aleatórias “t” ($t = \frac{x_m - x_0}{\tilde{\sigma}_m}$) e “z” ($z = \frac{x_m - x_0}{\sigma_{0m}}$, onde $\sigma_{0m} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$ é o desvio-padrão da média verdadeiro). Armazene os 10.000 valores de t e z obtidos para cada um dos conjuntos e faça os histogramas correspondentes e avalie a diferença entre a forma dos histogramas obtidos para t e para z . Em seguida, responda os itens abaixo escrevendo os resultados numéricos na planilha compartilhada do Google Drive:

- a)** Calcule n_{z2} , o número de valores de z cujo módulo é menor ou igual a 2 e estime sua respectiva incerteza (dica, lembre-se da função de probabilidade Binomial). Compare com o número de ocorrências previsto quando se considera os intervalos de confiança do teste “z”.
- b)** Determine, usando a tabela de limites críticos para o teste “t” qual é o valor crítico, t_2 , para o módulo de t que encerre um intervalo de confiança de 95,45%. Em seguida, calcule n_{t2} , o número de valores de t com módulo menor ou igual a t_2 , com sua respectiva incerteza. Compare com o número de ocorrências previsto usando o intervalo de confiança do teste “t”.
- c)** Refaça os itens **a** e **b** para o caso em que o intervalo de confiança desejado seja de 99,73%.
- d)** Pense em uma explicação qualitativa do motivo pelo qual a largura do intervalo de confiança para a variável aleatória t (item **b**) é maior do que o correspondente intervalo para z (item **a**). Pense, também, em como explicar por que os intervalos de confiança para t se aproximam dos correspondentes intervalos para z conforme aumenta o número de graus de liberdade usados para estimar o desvio-padrão.