

Fenômenos Quânticos

Iuda D. Goldman vel Lejbman

June 21, 2017

Quando começamos a observar a Natureza na escala atômica, notamos uma série de comportamentos que fogem completamente de nossa intuição e do previsto classicamente: a catástrofe do ultravioleta, a dualidade onda-partícula, que vale tanto para a luz como para elétrons, o átomo de hidrogênio e as séries de Balmer.

Tudo isso pôde ser explicado pela Mecânica Quântica. Neste capítulo faremos uma breve introdução a alguns fenômenos quânticos e a alguns aspectos conceituais. De uma maneira muito simplificada, mas na tentativa de elucidar alguns pontos fundamentais.

Difração de Elétrons

Vamos começar apresentando a experiência de difração de elétrons, que nos permite entender vários aspectos quânticos, principalmente a *dualidade onda-partícula*. Antes de apresentar o resultado com elétrons, discutiremos experiências de «difração de balas» e difração de ondas. Construiremos este panoramas para mostrar que ora os elétrons se comportarão como partículas clássicas, ora como ondas. Este resultado além de surpreendente também valerá para fótons.

Um experimento com balas

Vamos considerar o aparato experimental da Figura (I). Uma arma velha atira balas numa direção aleatória. Na frente da arma temos uma parede blindada que tem dois buracos grandes o suficiente para que a bala passe por um deles. E depois dela uma outra parede com algum material que para a bala, quando ela a atinge: nosso detector. Pode ser uma caixa de areia. Sempre que quisermos, podemos abrir a caixa de areia e ver quantas balas foram acumuladas e em qual posição. Claro que esse é um experimento mental, em condições ideais, já que a bala e a parede são indestrutíveis, por exemplo.

Neste experimento, notamos que as balas sempre vem em pacotes, as saravadas de balas. Se a taxa de disparo for pequena, em algum momento nenhuma bala atinge o detector ou uma e somente uma bala atinge-o (afinal é só uma arma que dispara uma bala por vez). O que medimos então é a probabilidade de chegar um bala no detector em função de x . O resultado obtido é mostrado na parte (c) da Figura (I).

Podemos nos perguntar porque justamente para $x = 0$ temos a máxima probabilidade de uma bala atingir a caixa de areia. Se fecharmos o buraco 2, as balas só poderão passar pelo 1. Assim obtemos

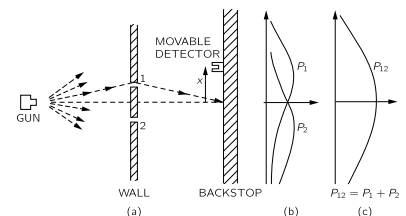


Figura I

a probabilidade P_1 da bala passar pelo buraco 1. É um resultado razoável. A maior probabilidade se dará justamente na posição em frente ao buraco. Analogamente, podemos abrir o 2 e fechar o 1, e obtemos a probabilidade P_2 . Essas probabilidades podem ser vistas na parte (b) da Figura (I). Comparando as figuras de (b) e (c), notamos que

$$P_{12} = P_1 + P_2 \quad (1)$$

Ou seja, é a somatória de probabilidades. Como os dois buracos estão equidistantes da posição 0 e próximos um do outro, quando somamos as duas probabilidades obtemos justamente a curva apresentada na parte (c).

Um experimento com ondas

Vamos agora refazer essa experiência com ondas num lago. O aparato é mostrado na Figura (II). Um pequeno motorzinho gera ondas circulares que batem em uma parede com dois buracos. Além dessa parede tem outra parede que funciona como um absorvedor, evitando que ondas sejam refletidas. A praia funciona bem como um absorvedor. Colocamos em frente a praia um detector que se move na direção x , perpendicular, e mede a «intensidade» da onda. Ela é proporcional ao quadrado da altura da onda, então estaremos medindo essa altura. Como visto em ondas, isso é justamente proporcional à energia transportada pela onda até o detector.

Por este aparato, as ondas podem ter qualquer intensidade (que é o análogo a posição em que a bala, em *Um experimento com balas*. Nesse caso não faz sentido medir onde a onda atinge, porque ela atingirá toda a praia com intensidade variável, até um momento que é pequeno o suficiente para observarmos essa onda). Se o motor mexe um pouco, então a onda gerada que chegará no detector será pequena. Quando há mais movimento na fonte, mais movimento chegará no detector.

Vamos medir a intensidade das ondas que chegam no detector. O resultado pode ser visto na parte (c) da Figura (II), curva I_{12} . Ocorre a difração de ondas nos buracos, cada um passando a funcionar como um ponto «gerador» de ondas.

Se fecharmos um dos buracos, 1 ou 2, obtemos um resultado análogo ao das balas quando um dos buracos foi fechado. O resultado pode ser visto na parte (b) da figura (II).

Já quando os dois buracos estão abertos, a intensidade, I_{12} não é simplesmente a soma da intensidade só de cada buraco, $I_1 + I_2$. Notamos que há interferência entre as ondas. As ondas estão em fase ocorrem nos pontos de máxima amplitude e intensidade e falamos

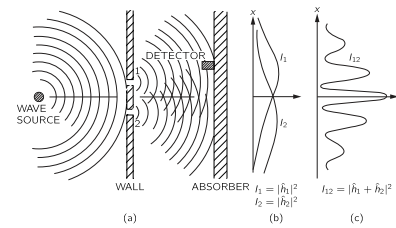


Figura II

que ocorreu interferência construtiva. Lembrando que essas ondas são somas de senos e cossenos, ocorrerá interferência construtiva quando a distância do detector a um dos buracos é um número de onda inteiro em relação a distância do detector ao outro buraco (ou seja, ambos estão no máximo).

Se as duas ondas que chegam no detector estão fora de fase por Π , a onda resultante será a diferença da amplitude e então estarão em interferência destrutiva e vemos os mínimos da parte (c).

→ Façamos uma breve digressão para entender matematicamente este resultado.

Uma exponencial complexa é definida como

$$e^{i\omega t} = \sin(\omega t) + i \cos(\omega t) \quad (2)$$

Então a altura da onda 1 pode ser escrita como a parte real de $\hat{h}_1 e^{i\omega t}$, onde a «amplitude» \hat{h}_1 é complexa e a intensidade é proporcional a $|\hat{h}_1|^2$ (ou seja, a intensidade é simplesmente um seno). Analogamente, a altura da onda 2 será $\hat{h}_2 e^{i\omega t}$ e a intensidade proporcional a $|\hat{h}_2|^2$. Quando os dois buracos estão abertos a onda resultante será $(\hat{h}_1 + \hat{h}_2) e^{i\omega t}$ e, portanto, a intensidade será proporcional a $|\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2$. Omitindo a constante de proporcionalidade, temos que as intensidades serão

$$I_1 = |\hat{h}_1|^2 \quad I_2 = |\hat{h}_2|^2 \quad I_{12} = |\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2 \quad (3)$$

E expandindo $|\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2$ temos que

$$|\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2 = |\hat{h}_1|^2 + |\hat{h}_2|^2 + 2|\hat{h}_1||\hat{h}_2| \cos \delta \quad (4)$$

onde δ é a fase entre \hat{h}_1 e \hat{h}_2 . Logo podemos reescrever as intensidades como

$$I_{12} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (5)$$

Um experimento com elétrons

Vamos agora refazer o experimento, mas «jogando» elétrons, Figura (III). Para produzirmos elétrons livres basta pegarmos um filamento de tungstênio de lâmpada fosforescente e aplicar um corrente elétrica. Vamos envolver esse filamento com uma caixa de metal com um furo no meio. Se o filamento estiver com uma tensão negativa em relação à caixa, os elétrons serão acelerados em direção a ela e eventualmente alguns passarão pelo buraco. Os elétrons assim produzidos terão aproximadamente a mesma energia. Pronto, construímos uma arma de lançamento de elétrons em direções aleatórias, mais ou menos como fizemos com a arma de pólvora.

Colocaremos novamente aquela parede com dois buracos e outra parede com um detector móvel, como um contador Geiger. Claro que esse experimento da forma como está sendo contado não é totalmente real, uma vez que, como nos outros casos, estamos assumindo que o detector tem a dimensão do elétrons, de forma a medirmos *ponto-a-ponto*.

Se colocarmos dois detectores funcionando ao mesmo tempo no anteparo, mas em posições diferentes, notamos que eles registram um evento sempre em tempos diferentes, nunca simultaneamente. Ou seja, eles vem em pacotes e passam ou pelo buraco 1 *ou* pelo 2, nunca pelos dois.

Então vamos primeiro tampar um dos buracos e medir como os elétrons se distribuem neste anteparo. O resultado pode ser visto na parte (b) da figura (III). As probabilidades P_1 e P_2 são o que esperaríamos. Se abirmos os dois buracos e medirmos novamente a probabilidade dos elétrons, obtemos um resultado que não é a soma da probabilidade do elétron passar por cada um dos buracos separadamente, ou seja $P_{12} \neq P_1 + P_2$. Os elétrons sofrem interferência e se comportam como ondas!

Vamos fazer uma mudança neste experimento. Elétrons espalham luz, então vamos colocar um fonte luminosa atrás da primeira parede, como visto na Figura (IV). Se o elétron passar pelo buraco 2, na vizinhança de A ocorrerá um flash de luz e assim veremos a luz que sai do buraco 2 piscar. Se o elétron de alguma maneira se dividir em dois, como ondas no lago, os dois buracos piscarão. Se ele passar pelo buraco 1, a luz que passa por ele piscará. Pronto, desenvolvemos um método para saber «exatamente» por onde o elétron passou, enquanto medimos simultaneamente com o detector onde ele chega no segundo anteparo.

Sempre que virmos um lampejo no buraco 1 e o detector registrar um evento, registramos este resultado na coluna de uma planilha. Se o lampejo for no buraco 2 e o detector registrar um evento, então anotamos em outra planilha. Daí obtemos que a distribuição dele passar por cada um dos buracos é exatamente o esperado, como pode ser visto na parte (b) da Figura (V). Vamos olhar agora o resultado da probabilidade total dos elétrons passar pelo buraco 1 ou 2, parte (c) da figura (V). Epa, obtivemos um resultado totalmente diferente do anterior e semelhante ao experimento com a arma de pólvora! Então parece que de alguma maneira a luz perturba a trajetória dos elétrons, espalhando-o de forma que os elétrons que caíam nos pontos de máximo vão para os de mínimo, assim obtendo esta curva «clássica».

Podem nos perguntar se a luz não está tão intensa a ponto de perturbar os elétrons. Vamos então diminuir essa intensidade ao mínimo possível para que continuemos vendo levemente os flashes. Quando

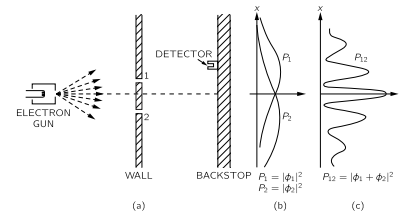


Figura III

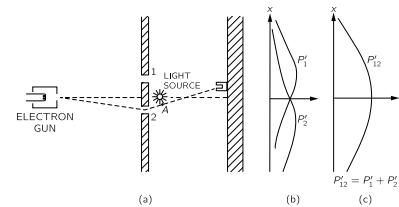


Figura IV

realizamos este experimento notamos que os flashes não se tornam mais fracos, apenas que às vezes um evento é registrado pelo detector e não notamos nenhum flash. Ou seja, com estes experimentos descobrimos que o elétron também se comporta como onda, mas que a luz pode se comportar como partículas, os chamados fótons. Mais adiante explicamos melhor isso.

Vamos novamente registrar na coluna de uma planilha sempre que a luz piscar ao redor do buraco 1 e for registrado no detector, P'_1 , noutra coluna quando a luz piscar no buraco 2 e for registrado no detector, P'_2 , e numa última quando a luz não piscar e for registrado pelo detector mesmo assim. Quando construímos a probabilidade total dos elétrons que sabemos que passaram pelo buraco 1 ou 2 obtemos P'_{12} da Figura (V). Quando fazemos isso com os elétrons que não sabemos por qual buraco passaram, obtemos a probabilidade com interferência, P_{12} , da Figura (IV)!

Isso é razoável. Se não vemos a luz piscar quer dizer que o fóton não interagiu com a luz. Podemos pensar se não há jeito de alterar esse experimento para ter *ambas* informações. O momento de um fóton é dado por $p = h/\lambda$, onde λ é o comprimento de onda. Então o espalhamento depende do momento do fóton, que se relaciona com sua energia! Se queremos que o elétron sofra menor espalhamento por conta da fonte luminosa, devemos alterar o comprimento de onda, a cor da luz, não sua intensidade. Quando refazemos esse experimento, continuamos obtendo o mesmo resultado. Só que aí há um problema. Há um limite até quando podemos alterar o comprimento de onda e continuar vendo a luz piscar. Quando o comprimento é muito maior que a distância entre os buracos passamos a ver um flash esfumado que não nos permite saber de qual buraco a luz piscou, no máximo que ela piscou. Esse experimento pode ser feito facilmente com luz de várias cores. Este problema de não se conseguir saber por qual buraco a onda difratou pode ser notado facilmente ao se ajustar a luz em um microscópio ótico. Só que justamente nessa configuração em que não sabemos por qual buraco o elétron passou não destruimos a interferência dos elétrons! Ou seja, não podemos ter ambas informações simultaneamente! Isso se relaciona com o que chamamos de *princípio de incerteza*.

Átomo de Bohr

Em 1900, Planck introduziu a hipótese da quantização da luz, os *quanta*. A emissão da luz ocorre com uma energia proporcional a frequência

$$\varepsilon = hf \quad (6)$$

onde h é a constante de Planck e vale

$$h = 6,626070040 \underbrace{(81)}_{\text{incerteza}} \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \quad (7)$$

que muitas vezes também é expressa por

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05457266(63) \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 6,5821220(20) \times 10^{-22} \text{ MeV} \cdot \text{s} \quad (8)$$

Vale notar que a carga elétrica elementar é conhecida com precisão semelhante:

$$e = -1,6021766208(98)10^{-19} \text{ C} \quad (9)$$

E daí temos o valor de uma importante constante em física nuclear e de partículas, a constante de estrutura fina, que é adimensional

$$\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar c} = 1/137,035999139(31) \quad (10)$$

que é representador em geral como

$$\alpha = \frac{1}{137} \quad (11)$$

É interessante notar que $1/4\pi\epsilon_0$ é justamente a constante de Coulomb.

A evolução conceitual dos primórdios da Mecânica Quântica por volta do início do século XX conduziu Rutherford a sua famosa experiência com folhas de ouro, cuja conclusão foi a de que o núcleo atômico tem uma dimensão da ordem de $1 : 10^5$ e concentra toda a carga positiva do átomo. Analogamente, quando comparado o tamanho do núcleo com o do átomo, equivale a «Um mosquito na catedral».

Bohr, procurando em explicar as linhas do átomo de hidrogênio, a chamada série de Balmer, introduziu a hipótese de Planck da quantização, estendendo essa quantização para a do momento angular.

Então vamos considerar o núcleo como uma carga positiva pontual e o elétron, também pontual, numa órbita circular de raio R , como na Figura (VI).

Classicamente, temos o equilíbrio da força centrípeta com a força eletrostática (coulombiana), ou seja,

$$\frac{mv^2}{R} = K \frac{e^2}{R^2} \Rightarrow \boxed{mv^2 R = Ke^2} \quad (12)$$

Mas aí Bohr adicionou uma hipótese *extra*, da quantização do momento angular, \mathcal{L} ,

$$\mathcal{L} = \hbar n \Rightarrow \boxed{mvR = \hbar n} \quad (13)$$

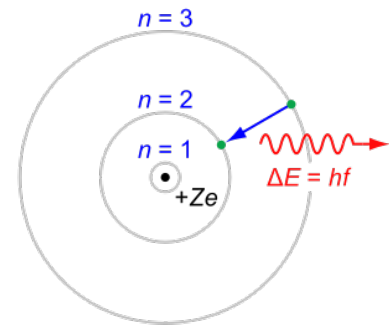


Figura V

Dividindo 12 por 13

$$v = \frac{Ke^2}{\hbar n} \quad (14)$$

Tomando como referência a velocidade da luz,

$$\beta_n = \frac{v}{c} = \frac{Ke^2}{\hbar n} \frac{1}{n} = \frac{\alpha}{n} \quad (15)$$

Ou seja, a velocidade relativa do elétron na 1ª órbita é numericamente igual a constante de estrutura fina!

$$\boxed{\beta_1 = \alpha} \quad (16)$$

Qualquer excitação do átomo só pode ocorrer em mudança de órbita. Como veremos a seguir, a energia também é quantizada. De 13, notamos que

$$R = \frac{\hbar n}{mv} = \frac{\hbar c}{mc^2 \beta_n} n^2 \quad (17)$$

Ou seja, o raio para cada órbita n será

$$\boxed{R_n = \frac{\hbar}{mc} \frac{1}{\alpha} n^2} \quad (18)$$

Numericamente, considerando que $m_e = 9,10938356(11) \times 10^{-31} \text{ kg}$,

$$R_n = 0,53 \times 10^{-10} m \quad (19)$$

ou

$$\boxed{R_n = 0,53 \times n} \Rightarrow \boxed{R_n = R_0 n^2} \quad (20)$$

para o átomo de hidrogênio. $R_0 = R_1$ é o raio da órbita do estado fundamental ($n = 1$).

As energias correspondentes aos estados orbitais, fundamental e excitados, seriam iguais a

energia cinética - energia eletrostática = energia de ligação

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{Ke^2}{R} = \frac{1}{2}mc^2 \frac{\alpha^2}{n^2} - \frac{Ke^2}{R_0} \frac{1}{n^2} = \frac{\text{constante}}{n^2} \quad (21)$$

Calculando numericamente, obtemos que a energia de ligação do hidrogênio no estado fundamental é

$$\epsilon_0 = -13,6 eV \quad (22)$$

A título de curiosidade, vamos considerar a energia relativística, cuja expressão é dada por $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ e é necessária para descrever fótons. Como fótons não têm massa, a energia de um fóton será

$E = pc$. Juntando com a hipótese de Bohr, $\varepsilon = hf = hc/\lambda$, obtemos o comprimento de onda de de Broglie:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (23)$$

Para terminar, vamos reescrever a energia do fóton em termos da frequência angular: $\omega = \lambda/2\pi$. Assim temos que $\varepsilon = \hbar\omega = \hbar ck$. Juntando com a energia relativística do fóton, obtemos justamente a fórmula para o momento do fóton conforme apresentado em *Um experimento com elétrons*:

$$p = \hbar k \quad (24)$$

Tabela Periódica

A estrutura dos átomos mais complexos correspondem ao aumento da carga do núcleo e o correspondente aumento do número de elétrons. Podemos estabelecer uma regra derivada da teoria em que o número de elétrons por órbita sofrem acréscimos ligado ao dobro mais um do momento angular (s, p, d, f, ...).

A tabela periódica de Mendeleev é estruturada dessa forma, pois as propriedades atômicas dependem fundamentalmente dos elétrons na camada de valência. Os átomos são organizados nas colunas por conta dessa estrutura e, por isso, possuem propriedades químicas semelhantes.

Para exemplificar isso, considere a última sequência, dos gases nobres:

He	Z = 2
Ne	Z = 10 (2+8)
Ar	Z = 18 (2+8+8)
Kr	Z = 36 (2+8+8+18)
Xe	Z = 54 (2+8+8+18+18)
Rn	Z = 86 (2+8+8+18+18+32)
?	Z = 118 (2+8+8+18+18+32)

Na primeira coluna temos os *alcalinos*, com Li, Na, K, etc., cuja 1ª energia de ionização é $\approx 5 eV$ e na última antes dos gases nobres os *halógenos*, com F, Cl, Kr, I, etc., com energia de ionização elevada e que quimicamente são receptores de elétrons.

Radiações Ionizantes

Radiações são utilizadas atualmente em medicina para efeitos terapêuticos ou de diagnóstico. As unidades associadas de radiações são

dadas em núemros de desintegrações por segundo (d.p.s.), também chamado de *Becquerel*. Existe outra unidade, o *Curie*, que se associa ao *Becquerel* por

$$\text{Curie} = 3.7 \times 10^{10} \text{ d.p.s.}$$

A energia depositada em tecidos orgânicos devido a radiação é medida em *Gray*, onde

$$1 \text{ Gray} = 1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg} = 100 \text{ rad}$$

sendo que o *rad* é a unidade derivada do Roentgen, que associa a capacidade da radiação de produzir ionização. A antiga unidade, o Roentgen corresponde a $87,8 \text{ ergs/g}$ ou, equivalentemente a $2,58 \times 10^{-4} \text{ Coul/kg}$.

A passagem da radiação pela matéria provoca ionizações. Dependendo da energia e da intensidade, a quebra de moléculas e tecidos pode dar origem a uma série de efeitos colaterais como câncer. A energia depositada para ionização do nitrogênio, por exemplo, é de 33 eV , o que dá uma ordem da dimensão de energia necessária para estes efeitos.

É importante notar que há normas correspondentes ao máximo da radiação permitida para que a probabilidade de efeitos colaterais fique dentro de um máximo permitido, de forma a manter a segurança da pessoa. Para radiações em tecidos biológicos, utiliza-se o *Sievert*, *Sv*.

Em geral, uma dose de $2,5 - 3,5 \text{ Gy}$ corresponde a uma letalidade de 50% de mortes em 30 dias.

Vamos calcular qual é a dose depositada por neurônio, se aplicada $1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg}$ no cérebro, cuja massa é de $1,4 \times 10^3 \text{ g}$ e possui da ordem de 10^{11} neurônios.

Cada neurônio possui uma massa de $\frac{1,4 \times 10^3}{10^{11}} = 1,4 \times 10^{-8} \text{ g}$. Assim, a dose aplicada por célula será de $10^{-11} \text{ J/célula}$ ou em unidades microscópicas, $1,4 \times 10^{-11} \text{ J} / 1,6 \times 10^{-19} \text{ J/eV} = 10^8 \text{ eV/célula}$. Considerando os 33 eV por ionização, isso equivale a $\frac{10^8 \text{ eV/célula}}{33 \text{ eV/ionização}} = 3 \times 10^6 \text{ ionizações/célula}$.

Considerando que o neurônio é feito majoritariamente de moléculas de água ($m_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \times 1,67 \times 10^{-24} \text{ g}$), teríamos em um neurônio

$$\frac{1,4 \times 10^{-8}}{18 \times 1,67 \times 10^{-24}} = \frac{1,4 \times 10^{-8}}{3 \times 10^{-23}} = \frac{14}{3} \times 10^{14} \approx 5 \times 10^{14} \text{ moléculas} \quad (25)$$

O que indica uma ionização da «água» de 1 molécula por 100 milhões delas.

Fundamentos de Mecânica Quântica

Nesta seção vamos apresentar de forma mais clara algumas conclusões do discutido nas anteriores.

Primeiro é importante observar que enquanto no caso de ondas na água utilizamos a exponencial complexa para simplificar a descrição matemática, já que é mais fácil lidar com exponenciais do que com multiplicações de senos, no caso da interferência de elétrons, essa é a representação dela. As amplitudes então são complexas. Como o que medimos são probabilidades, que são reais e dadas pelo módulo ao quadrado da amplitude, isso não representa um problema do ponto de vista conceitual.

Dessa maneira, temos então que

$$\begin{aligned} P &= \text{probabilidade} \\ \Phi &= \text{amplitude de probabilidade} \\ P &= |\Phi|^2 \end{aligned} \quad (26)$$

Se um evento puder ocorrer de várias maneiras distintas, então a amplitude de probabilidade do evento é a soma dos caminhos possíveis, considerados separadamente, ocorrendo assim interferência.

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_1 + \Phi_2 \\ P &= |\Phi_1 + \Phi_2|^2 \end{aligned} \quad (27)$$

Se um experimento é realizado de maneira que seja capaz de se determinar se passou-se pelo caminho 1 ou 2, então a probabilidade total do evento é a soma das probabilidades de cada caminho, perdendo assim a interferência.

$$P = P_1 + P_2 \quad (28)$$

Se a amplitude da partícula variar sinudoisalmente no tempo e no espaço ($e^{i(\omega t - k \cdot r)}$), com frequência ω e comprimento de onda k , então a energia da partícula será

$$E = \hbar\omega \quad (29)$$

E o momento

$$p = \hbar k \quad (30)$$

Princípio de Incerteza

Vamos então enunciar o princípio de incerteza: Se você fizer uma medida em um objeto e puder determinar a posição no eixo x e a

incerteza no momento na direção de x , então você não poderá saber a posição em x com precisão maior que $\Delta x = \hbar/2\Delta P_x$.

De certa maneira, isso se relaciona com a natureza ondulatória da Mecânica Quântica. Vamos considerar um onda qualquer. Pode ser aquela onda gerada em um lago. Se medirmos a posição dela com acurácia suficiente, de tal forma que a incerta Δx seja muito pequena a ponto de conseguirmos medir somente **um** pacote de onda. Então pelo próprio conceito de comprimento de onda, não conseguimos determiná-lo. Isso é o princípio de incerteza.

De uma maneira mais geral, podemos enunciar que dada um grandeza x_i *qualquer* e outra conjugada a ela, Δp_{x_i} , então o princípio de incerteza é dado por

$$\Delta x_i \Delta p_{x_i} \geq \hbar/2 \quad (31)$$

Problemas

1. (**Espalhamento Compton**) Um fóton colide com um elétron estacionário. Se o fóton espalhar com um ângulo θ , mostre que o comprimento de onda resultante λ' é dado em termos do comprimento de onda inicial, λ por

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta),$$

onde m é a massa do elétron. Observação: a energia de um fóton é $E = h\omega = hc/\lambda$.

O espalhamento Compton é importante em vários tipos de diagnósticos, como no caso das tomografias (PET, SPECT etc.).