Resumo para aula 5/junho

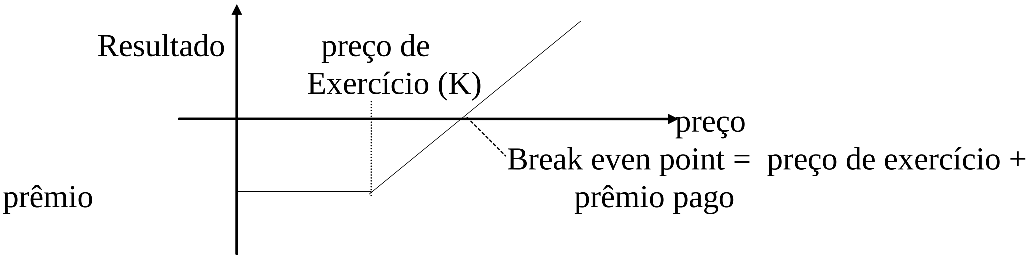
Conceitos básicos de um opções padrão

As grandes características presentes em todos os tipos mais comuns de opção são:

a) As opções de compra são contratos que oferecem ao comprador da opção o direito de comprar um determinado ativo a um dado preço previamente determinado.
b) As opções de venda são contratos que oferecem ao comprador da opção o direito de vender um determinado ativo a um dado preço previamente determinado.
c) O preço previamente determinado é conhecido como preço de exercício (Strike).
d) Dar exercício significa o comprador terá a chance de exercer o seu direito.
e) O direito do comprador dependerá do tipo de opção e do preço do ativo no dia do exercício. Se a opção for de compra (call) o comprador
f) Para que o comprador tenha o direito de comprar ou vender o ativo subjacente, paga-se inicialmente um prêmio.
g) A opção associa ao vendedor da opção uma obrigação e ao comprador o direito equivalente. Se o vendedor tiver a obrigação de comprar um ativo a um determinado preço, o comprador terá o direito de vendê-lo. Por outro lado, se o vendedor tiver a obrigação de vender um ativo a um determinado preço, o comprador terá o direito de comprá-lo.
h) A opção apresenta um preço de exercício a partir do qual o comprador da opção exercerá o seu direito.
i) Se a opção for de compra, o comprador exercerá o seu direito quando o preço do ativo na data do exercício for maio que o Strike.
j) **Titular** da opção é o comprador, ou seja, aquele que detém o direito a ser exercido. Esse direito foi vendido pelo **vendedor** da opção que detém por sua vez, a obrigação equivalente.

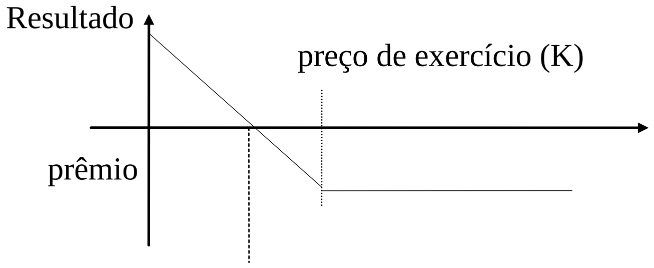
Graficamente poderíamos representar uma opção expressando qual seria o resultado para o comprador ou para o vendedor da opção no dia do vencimento ou no dia do exercício.

Comprar uma opção de compra (+C : comprar call) - o titular da opção de compra tem o direito de comprar o ativo subjacente pelo preço de exercicio. Como o direito pode ser exercido pelo comprador, só terá motivação econômica se o preço do ativo estiver acima do preço de exercício, já que se o ativo estivesse abaixo do preço de exercício, seria mais barato comprar o ativo no mercado e não exercer a opção.



O resultado obtido pelo vendedor é exatamente o inverso do obtido pelo comprador, uma vez que a soma dos resultados de ambos deve ser igual a zero.

Comprar uma opção de venda (+P : comprar put)- o titular da opção de venda tem o direito de vender o ativo subjacente pelo preço de exercicio. Como o direito pode ser exercido pelo comprador, só terá motivação econômica se o preço do ativo estiver abaixo do preço de exercício, já que se o ativo estivesse acima do preço de exercício, seria mais barato comprar o ativo no mercado e não exercer a opção.

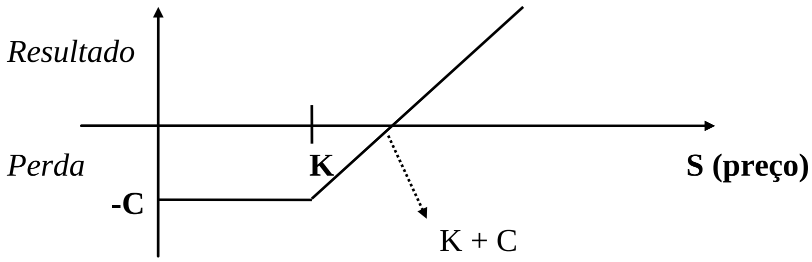


Break even point = preço de exercício - prêmio pago

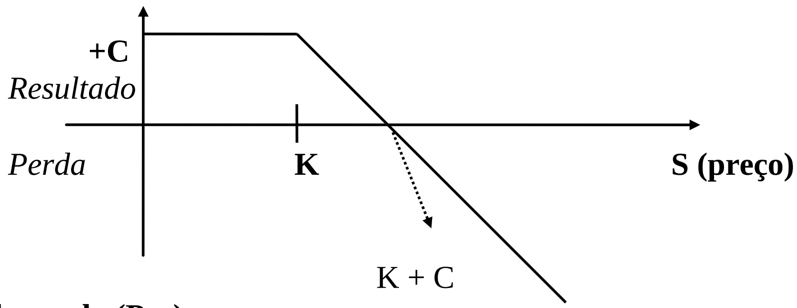
O resultado obtido pelo vendedor é exatamente o inverso do obtido pelo comprador, uma vez que a soma dos resultados de ambos deve ser igual a zero.

Opção de compra (CALL)

Comprador (Risco limitado ; Ganho ilimitado)

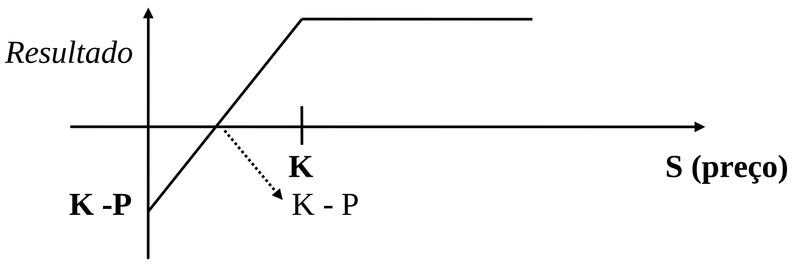


Vendedor (Ganho limitado ; Risco ilimitado)

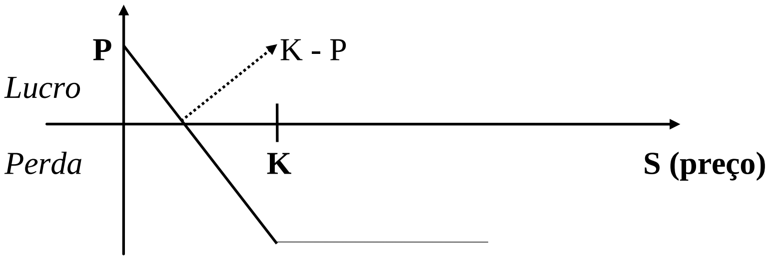


Opção de venda (Put)

Vendedor (Ganho e risco limitados)



Comprador (Ganho e risco limitados)



Opção de compra ("Call")

Na opção de compra, o comprador tem o direito de comprar a um certo preço predeterminado (preço de exercício) um ativo ou índice objeto da opção.

<u>Exercício: E o vendedor da call?</u>
A obrigação de vender.

Opção de venda ("Put")

Na opção de venda, o comprador tem o direito de vender a um certo preço predeterminado (preço de exercício) um ativo ou índice objeto da opção.

<u>Exercício: E o vendedor da put?</u>
A obrigação de comprar.

<u>Exercício: Com certeza você ou alguém de sua família já comprou uma opção. Qual seria? Explique?</u>
A clausula que permite vender o carro para a seguradora é similar a uma opção de venda.

<u>Exercício: Metade da sala é compradora e a outra metade é vendedora. Cada par comprador-vendedor deve operar uma opção sobre o dólar. Apure o resultado da operação no dia do vencimento usando as cotações que o professor apresentar.</u>
Assuma que as opções vencerão em 10/12/2002, a taxa de juros projetada pelo mercado até o vencimento seja de 4% e a volatilidade anualizada do dólar seja 50% ao ano.
Observação: o mercado ao precificar uma opção utiliza várias informações (taxa de juros, volatilidade, preço do ativo a vista, número de dias úteis, etc). Neste exercício, simplesmente imagine qual deveria ser um prêmio justo.

a) Primeira opção: preço de exercício 3,50
b) Segunda opção: preço de exercício 3,90
c) Terceira opção: preço de exercício 4,30

O prêmio justo seria o valor presente do valor esperado dos valores intrínsecos na data do vencimento.
Visto a partir de hoje no vencimento pode haver vários preços. Para cada preço há um valor intrínseco.

"In", "at" e "out-the-money" (dentro, no e fora do dinheiro)

Exercício : identifique in, at e out para call e para put

out **At** **In**

preço de exercício da call

In **At** **Out**

preço de exercício da put

Tabela de direitos/obrigações possíveis quando a opção for exercida

Convenção: Comprar/compra + *Vender/Venda* -

(+ + = +) (+ - = -) (- + = -) (- - = +)

	Opção de Compra **+**	**Opção de Venda** **-**
Comprador (direito) **+**	Direito de Comprar +	Direito de Vender -
Vendedor (obrigação) **-**	Obrigação de Vender -	Obrigação de Comprar +

Modalidades/tipos ou classes de opção:

Europeu - só pode ser exercida no dia de vencimento da opção (todas as opções de venda da Bovespa são do tipo europeu, na BM&F só as opções de venda sobre Futuro Cambial de Café são do tipo americano).

Americano - pode ser exercida em qualquer dia até o vencimento (todas as opção de compra da Bovespa e BM&F são do tipo americano)

Exóticas - opções montadas de acordo com as estratégias de cada agente. É comum apresentarem boas oportunidades de Hedge, baixo custo de montagem da posição e menor risco para a ponta vendida. O risco ilimitado está sempre na posição vendida, porque a posição comprada só o risco de perda do prêmio.

Atualmente, constatamos em vários contratos, clausulas que reproduzem comportamentos de opções exóticas. Abaixo apresentamos vários tipos que poderão ser usadas nos contratos:

a) Semi-americana

Permite ao titular da opção outros dias de exercício previamente definidos.

O gráfico é igual ao tipo americano convencional.

b) Opções de barreira

Tipo europeu (podendo ser americano ou semi-americano) com ponto de nocaute (barreira) na maior parte das vezes fora do dinheiro, a partir do qual existirá *(ponto de acionamento)* ou desaparecerá *(ponto de extinção).*

Outra característica que pode ser implementada nesta modalidade é o acionamento em determinado dia pré-definido.

c) Opção asiática (ou taxa média)

Opções do tipo europeu onde o pagamento no dia do vencimento é dado pela diferença entre o preço de exercício e a média dos preços spot em um certo período de tempo pré-definido durante a vida da opção.

d) Acionamento adiado

Pode ser adquirida antes do início formal, por exemplo quando se sabe antecipadamente a necessidade de algum ativo no futuro a um preço vantajoso.

e) Americana com pagamento diferido

f) Opção sobre opção

Paga-se o prêmio da segunda opção em duas parcelas, sem no entanto ter que exercer a primeira, perdendo-se apenas a primeira parcela.

g) Opção retrospectiva (loop back)

Tipo europeu, onde o pagamento no vencimento é dado pela diferença entre o preço de exercício e o maior (para call) ou menor (para put) preço spot alcançado durante o tempo de maturação da opção.

h) Opção de múltiplos ativos objeto

Essa opção tem seu resultado determinado pelo desempenho de um conjunto de ativos durante o período de maturação.

i) Opções circunstanciais (contingent option)

O prêmio só será desembolsado pelo titular da opção quando o preço spot atingir um certo nível, geralmente essa modalidade é negociada fora do dinheiro.

j) Opção binária - Tudo ou Nada

Uma put tudo ou nada é aquela que paga um certo montante fixo se o preço do ativo estiver abaixo do preço de exercício no vencimento da opção (ou acima para Call). Não importa em quanto esteja dentro do dinheiro, o montante será o mesmo.

k) Opção binária - Um toque e tudo ou nada

Análoga a opção Tudo ou Nada, no entanto o exercício pode ser efetuado em qualquer tempo durante a período de vida da opção.

l) Supercota

O titular recebe um certo montante no vencimento se o preço do ativo estiver em um certo intervalo ao redor do preço de exercício. Por exemplo uma opção com preço de exercício 50 e intervalo [49,51]

m) Outras

Opções explosivas, diferenciais, de troca, a prestação, Lookbreak, etc.

Swap (troca)

O contrato de swap pode ser considerado como um portfólio indissociável composto de um ativo e um passivo com diferentes formas de remuneração. O valor inicial (principal ou notional) é apenas uma referência para os cálculos das remunerações do ativo e do passivo, uma vez que o resultado final de um swapserá a diferença entre a remuneração do ativo e do passivo.

Por exemplo:

a) Swap Pré 20% x Dólar + 10%. Indica um ativo pré-fixado e um passivo indexado ao dólar + 10% de cupom.
b) Swap Dólar + 10% x Pré 20%. Indica um passivo pré-fixado e um ativo indexado ao dólar + 10% de cupom.
c) Swap IGPm 12% x Dólar + 10%. <u>Exercício: Indica ?</u>

<u>Exercício: Um banco vendeu 3 CDBs pré-fixados vencendo em 30, 60 e 90 dias. Os valores de resgate de cada CDB são 100, 200 e 150. Com esses recursos o tesoureiro comprou títulos públicos (NTNC, LFT e LTN). Os valores atualizados desses títulos são respectivamente, 90, 201 e 140 e os vencimentos são 35, 50 e 120 dias.</u>
<u>Responda:</u>

a) <u>Fluxo dos passivos e dos ativos desse banco, supondo diferentes cenários para o IGPm, Selic e Dólar.</u>
b) <u>Quais são os descasamentos do banco?</u>
c) <u>Usando swaps você poderia eliminar esses descasamentos? Se sim, como?</u>

Falaremos desse exercício na aula de hoje (19/6)

Notação adotada nesta apostila:

S : preço spot do ativo objeto
K : preço de exercício
T : tempo até o vencimento (número de dias até o vencimento)
R_f : taxa de juros sem risco
σ : Volatilidade
C : Prêmio para Call americana   P: idem para Put
c : Prêmio para Call européia   p: idem para Put

Parâmetros básicos de um contrato de opção:
Data de vencimento **(T)**
Preço de exercício **(K)**

Terminologia para identificar as opções em comparação do preço à vista do ativo

Dentro do dinheiro(in the money) - gera um fluxo positivo para o seu detentor
(Call S > K   Put S < K)
No dinheiro(at the money) - gera um fluxo nulo para o seu titular
(Call e Put S = K ou nas proximidades ≅ 1%)
Fora do dinheiro(out the money) - gera um fluxo negativo para o seu titular
(Call S < K   Put S > K)

Limites mínimos e máximos para C, c, P e p

Quando esses valores estão abaixo do mínimo ou acima do máximo pode haver arbitragem e ganhos sem risco (apenas de crédito).

Limites de C e c (quando for válido para ambas escreveremos C')

C' >= 0

C' < S (caso contrário, poderia arbitrar comprando-se o ativo e vendendo-se uma opção de compra. Ou seria mais barato comprar o ativo, ao invés da opção.)

C > máx(0 , S - K) (caso contrário, por exemplo: S = 100, K = 80, C = 10.
Compra-se uma opção por 10, exerce-se imediatamente e compra-se por 80 algo que está sendo comercializado por 100. Ganha-se S - K - C = 10 livre de risco).

c > máx(0 , S - VP(K)) (caso contrário, poderíamos arbitrar com a taxa de juros. Por exemplo, S = 20, K = 18 , R_f = 10% efetiva , c = 3).
Vende-se a ação por 20.
Compra-se a Call por 3.
Aplica 17 restantes a 10% em renda fixa.
No vencimento compra-se a ação por 18.
Resultado da aplicação = $17(1 + R_f) - 18$.
Ganha-se 0,70 sem risco.

Demonstração
Sejam os seguintes portfólios:

A : Comprado em uma opção de compra européia (+c) do ativo S e um volume de capital de VP(K)

B : Uma ação S.

No instante T os portfólios valerão:

Portfólio	S_T < VP(K)	S_T > VP(K)
A	VP(K)	S_T - VP(K)+VP(K) = S_T
B	S_T	S_T

Tabela de arbitragem

O portfólio A vale máx(S_T , K) em qualquer instante T.
O portfólio B vale S_T em qualquer instante T.
A > B $\Rightarrow$ c + vp(K) > S $\Rightarrow$ c > S - vp(K).

Considerando que o pior que pode acontecer é a opção virar pó,
c > máx(S - vp(K) , 0)

Limites de P e p

P' >= 0

P' < K (caso contrário,teríamos por exemplo, P = 100 e K = 80. O comprador da opção pagaria 100 para ter o direito de vender algo por 80)

p < VP(K) (caso contrário, no vencimento p > K, ou seja, pagaria-se por algo que no vencimento valeria menos do que o valor pago).

P > máx(0 , K - S) (caso contrário teríamos por exemplo, S = 80 , K = 100 e P=10. Compra-se uma opção por 10, exerce-se imediatamente e vende-se por 100 algo que pode ser comprado no mercado por 80. Ganha-se 10 sem risco).

p > máx(0 , VP(K) - S)
(Por exemplo: S = 37, K = 40, R_f = 5% (até o vencimento)
vp(K) = 38,1.
Suponhamos que p = 1. Poderia haver arbitragem da seguinte forma: toma-se 38 emprestado para comprar o ativo e a opção de venda. No vencimento, deverá devolver o empréstimo de 38*1,05 = 39,9. Se o préço do ativo estiver abaixo de 40, exerce-se a opção e ganha-se **40 - 39,9**. Se o preço do ativo estiver acima de 40, a opção vira pó e vende-se o ativo e ganha-se : **Preço do ativo - 39,9.**

Demonstração
Sejam os seguintes portfólios:

E : Comprado em uma opção de venda européia (+p) do ativo S e um ativo S.

F: Uma quantia de dinheiro de vp(K).

No vencimento os portfólios valerão:

Portfólio	S < K	S > K
E	K - S + S = K	S
F	K	K

O portfólio E vale máx(S* , K) no vencimento.
O portfólio F vale K no vencimento.
E > F $\Rightarrow$ +p + S > vp(K) $\Rightarrow$ **p > vp(K) - S**

Considerando que o pior que pode acontecer é a opção virar pó,
p > máx(vp(K) - S , 0)

Valor de C*, P*,c* e p* no vencimento (asterisco indica valor no vencimento)

C'* = máx(0 , S* - K) $\longrightarrow$ Comprador recebe C'*
Vendedor paga -C'*

P'* = máx(0 , K - S*) $\longrightarrow$ Comprador recebe P'*
Vendedor paga -P'*

Na opção de compra americana há o direito de exercer em qualquer dia até o vencimento, esse direito adicional ocasiona **C > c**.

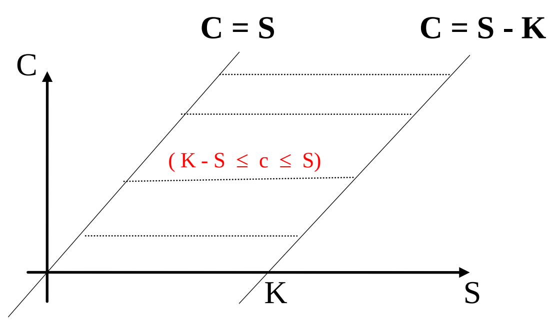
O exercício antecipado força **C > máx(0,S - K).**
Justificativa: Se C fosse menor do que max(0,S-K) , quando S > K compra-se a opção por C, exerce-se imediatamente, compra-se o ativo por K e vende-se por S e ganha-se **S-K-C.**

Por exemplo: S = 100, K= 80 e C = 19.

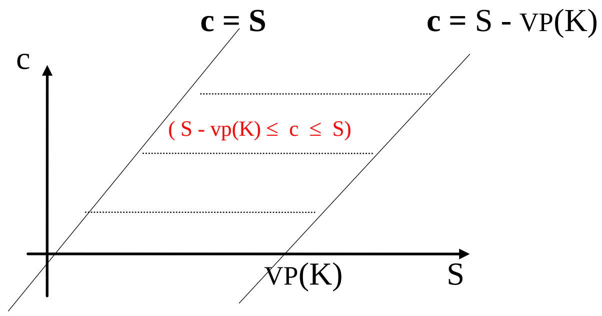
Compra uma opção por 19, tem-se o direito de comprar o ativo por 80 e vendê-lo imediatamente por 100. Só na arbitragem ganha-se 1 (S - K - C) imediatamente.

Graficamente teríamos a região dos possíveis preços de C.

Opção de compra americana

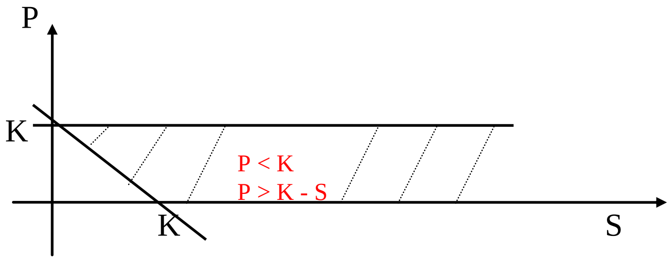


Opção de compra européia

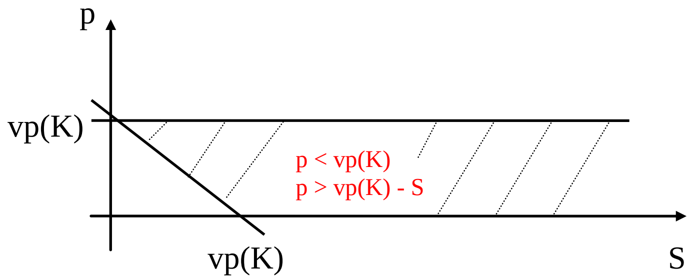


Ao invés de K, na Call européia usa-se VP(K).

Opção de venda americana



Opção de venda européia



Valor intrínseco de uma opção

O valor intrínseco de uma opção é basicamente a vantagem do preço do ativo que a opção oferece e o preço spot do ativo. Assim, o valor intrínseco numa opção in-the-money é alto, é out-of-the-money é praticamente nulo.

Valor intrínseco para Call : máx(0 , S - K) para o comprador

Valor intrínseco para Put : máx(0 , K - S) para o comprador

Valor tempo (ou extrínseco) de uma opção

Como vimos anteriormente, quanto mais próximos do vencimento estivermos, menor será o valor da opção. No vencimento o valor tempo será zero e só haverá o valor intrínseco da opção.

Uma forma de entender esse fenômeno é considerar duas opções idênticas, exceto do tempo até o vencimento. A opção mais longa têm maior chance de ficar in-the-money que uma opção mais curta. Quanto maior o tempo até o vencimento, maior a chance de tornar-se in-the-money.

Valor total de uma opção = Valor intrínseco + Valor tempo
Com o decorrer do tempo, proporcionalmente o valor intrínseco aumenta a sua participação no valor tempo, em detrimento do valor tempo.

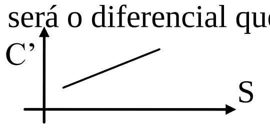
Formação do preço de C , c , P e p em função de (S , K , R_f , σ , T)

Para refletir sobre como os parâmetros influenciam no preço da opção, fixe os parâmetros que não estão sendo comparados e imagine duas opções iguais exceto no parâmetro a ser comparado.

Relação C' e S

C' α S (C > S - K)

Quanto maior o preço spot do ativo, mais próximo a esquerda ou mais longe a direita o preço spot está de K. A esquerda maior será a chance de exercer, e a direita maior será o diferencial que se consegue no exercício.

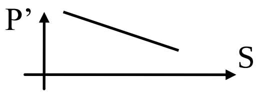


Relação P' e S

P' α 1/S (p > K - S)

Se S < K, quanto maior S , maior a chance da Put virar pó, portanto menor o preço da Put.

Se S > K, quanto maior S , maior a chance da Put gerar perdas, assim menor o risco da Put.

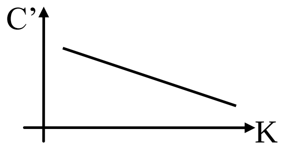


Relação C' e K

C' α $\frac{1}{K}$

Quanto maior o preço de exercício do ativo, menor a probalilidade de haver exercício neste valor, assim menor o preço da opção.

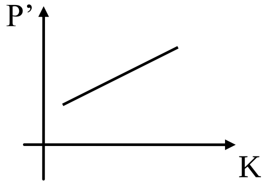
Quanto menor o preço do exercício, maior será o ganho de gerado pela opção se S > K.



Relação P' e K

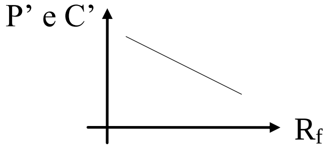
$$P' \;\alpha\; \frac{1}{K}$$

Quanto maior o preço de exercício do ativo, menor a probalilidade de haver exercício neste valor, assim menor o preço da opção.



Relação C', P' e R_f

C' α 1/R_f e P' α 1/R_f



A motivação para essa relação é o custo de carregamento de comprar uma opção que aumentará com o aumento da taxa de juros. Para a compra da opção de compra ser vantajosa, deveríamos ter: $\mathbf{K + C'(1 + R_f) < S_{vencimento}}$ com o aumento de R_f , C precisa diminuir para continuar vantajosa a compra. No caso de opção de venda, deveríamos ter: $\mathbf{S_{vencimento} + P'(1 + R_f) < K}$ e o fenômeno seria o mesmo.

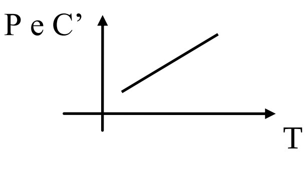
Contudo há autores que consideram o inverso. (Ver Shefring).

Uma das justificativas desses autores é que com o aumento da taxa de juros, haveria um aumento do preço do ativo objeto da opção no vencimento, o que como vimos anteriormente, aumentaria o prêmio. Como o prêmio é bem menor que o preço do ativo a diminuição do prêmio seria mascarada pelo aumento do preço futuro esperado do ativo objeto **(C e P α S)**. A diferença líquida sobre o prêmio seria ascendente. Mas considerando isoladamente, sem embutir a variação do preço do ativo, teríamos a diminuição do prêmio.

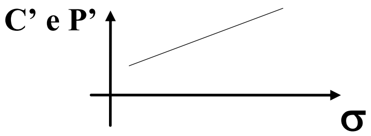
C' α T e **P α T**

As opções de compra e venda americanas tornando-se mais valiosas, quanto maior for o prazo de vencimento, uma vez que duas opções idênticas em tudo exceto no prazo, dará à opção mais longa outras oportunidades de realização além de todas as mesmas oportunidades da mais curta.

Quanto maior o tempo, maior a volatilidade do ativo objeto e menor o valor presente do preço de exercício, esse dois fatores associados causam o aumento do na opção de compra européia.



$C' \propto \sigma$ e $P' \propto \sigma$



"A volatilidade é a medida de incerteza quanto às oscilações futuras em seu preço".

A volatilidade nos fornece uma medida de dispersão do preço do ativo no intervalo de preços possíveis, assim um ativo com maior volatilidade terá um intervalo possível mais amplo que um ativo com volatilidade menor, gerando maior possibilidade de ganho para o comprador e maior risco para o vendedor, como e risco e retorno estão intimamente relacionados, maior será o prêmio da opção com maior volatilidade.

Outras relações

a) A variação no preço spot é proporcionalmente menor que a variação no prêmio da opção.

$$| \delta S/S | \quad <= \quad | \delta C'/C' |$$

$$| \delta S/S | \quad <= \quad | \delta P'/P' |$$

Notação adotada para um portfólio:

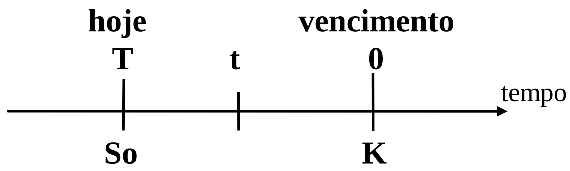
+ : indica posição comprada
- : indica posição vendida
+nC : indica que há n opções de compra (Call) no portfólio (posiçãp comprada)
- nC : idem para posição vendida
+nP : indica que há n opções de venda (Put) no portfólio (posição comprada)
-nP : idem para posição vendida
+nS : indica que há n ativos no portfólio (posição comprada)
-nS : idem para posição vendida
Por exemplo, o portfólio

[+10C ; - 20P ; +3S] contém 10 Calls compradas
20 Puts vendidas e
3 Ativos comprados

OBS: No Brasil não pode haver -S, pois não é possível vender ativo a descoberto.

Nunca uma opção de compra de ações americana (sem dividendos) deve ser exercida antecipadamente

Suponhamos o seguinte cenário



Sejam: t_{cdi} juros no período **T .. 0**

I) Exercer antecipadamente e ficar com a ação pelo menos até o vencimento

Seja **S1 :** o preço da ação no vencimento

a) ***Primeiro cenário*** S1 >= So

Neste caso poderia ter exercido a opção por K e não por K(1 + t_{cdi}) já que o exercício antecipado acrescenta ao preço de exercício o custo de oportunidade.

b) Segundo cenário S1 < S0.

b.1) S1 >= K. Mesma consideração do ítem a.

b.2) S1 < K. Neste caso o exercício antecipado foi uma perda no valor do ativo e no custo de oportunidade do preço de exercício. F

Foi pago K(1+ t_{cdi}) por algo que vale meno (S1).

II) Exercê-la antecipadamente e vendê-la antes do vencimento após a compra

Seja **S1 :** o preço da ação no dia de vendê-la

a) Primeiro cenário S1 >= So.

Idem a I.a..

b) Segundo cenário S1 < S0.

2.1) S1 >= K. Idem a I.a.

2.2) S1 < K. Neste caso o exercício antecipado foi uma perda no valor do ativo que se conseguiria na venda (S1) e na remuneração do preço de exercício.

III) Exercê-la antecipadamente e vendê-la imediatamente

Obviamente So > K.

Ganharia-se em tese So - K, sem se considerar que ao colocá-la a venda haveria um aumento da oferta, abrindo a possibilidade de uma diminuição do preço So.

Neste caso o mais adequado seria vender a opção uma vez que C > So - K.

CONCLUSÃO: Uma opção americana é equivalente a uma opção européia, deve ser sempre exercida no vencimento, isso acarreta que

$$\mathbf{C = c}$$

Demonstração matemática

Suponhamos os seguintes portfólios:

A = [+C + K/(1+ t_{cdi})] (Uma opção de compra e um volume de recurso de vp(K))

B = [+S] (Uma ação)

Obs: Ao exercer a opção ,o portfólio A se transformará no portfólio B. Esse método nos permite verificar qual alternativa seria mais vantajosa, uma vez que para exercer a opção precisariamos dispor de $ K para comprar a ação S.

Se a opção de compra for exercida em um instante t o portfólio A valerá:

$$\mathbf{S - K + K/(1+ t_{cdi})^{t/T}} < S$$

Portanto, o Portfólio A < Portfólio B sempre que o exercício for antecipado.
Se a opção de compra for mantida até o vencimento o portfólio A valerá:

máx(S , K) > S. Portanto, o Portfólio A > Portfólio B no vencimento.

Exercício antecipado de uma opção de venda americana de ações (sem dividendos)

Sempre que uma opção de venda americana estiver suficientemente dentro do dinheiro, o exercício deve ser antecipado, uma vez que a diferença **K-S** aferida imediatamente pode ser remunerada até o vencimento.

Se a expectativa de queda de preço da ação for menor que $\mathbf{t_{cdi}(K - So)}$, o exercício antecipado será vantajoso, ou seja, para qualquer preço acima de

$\mathbf{So - t_{cdi}(K - So)}$ ganha-se no exercício antecipado.

Demonstração matemática

Suponhamos os seguintes portfólios:

A = [+P +S] (Comprado em uma opção de venda e em uma ação)

B = [$+K/(1 + t_{cdi})$] (Valor presente do preço de exercício)

Se a opção de venda (S < K) for exercida em um instante t, os portfólios valerão:

A = K

B = $K/(1+ t_{cdi})^{t/T}$, portanto A > B em qualquer instante anterior ao vencimento

Se a opção for mantida até o vencimento, os portfólios valerão:

A = máx(K , S)

B = K , portanto A >= B no vencimento.

Portanto, para opção de venda o exercício antecipado não é indesejável, podendo tornar-se interessante a medida que S e σ diminuem e R_f aumenta.

A oportunidade de exercício antecipado acarreta P > p.

Paridade entre opções de venda e de compra

Sejam A e B os seguintes portfólios:

A = [+c +vp(K)] (uma opção de compra européia e um volume em dinheiro de $vp(K) = K/(1 + R_f))$

B = [+p +S] (uma opção de venda européia e uma ação)

Tabela de arbitragem dos portfólios no vencimento

Portfólio	K < S	K < S
A	0 + K = K	S - K + K = S
B	K - S + S = K	0 + S

No vencimento, ambos os portfólios valerão máx(S , K).

Como não pode haver exercício antecipado, temos que:

$$\boxed{+c + vp(K) = +p + S}$$ Equação de paridade entre a opções de venda e compra.

Para uma ação S, com opções com preço de exercício K, conseguimos conhecer o prêmio da Put conhecento o prêmio da Call ou vice-versa.

Quando essa equação não for verificada haverá oportunidade de arbitragem.

Correção na equação quando há dividendo ou aluguel da ação (D)

Quando há pagamento de dividendos ou aluguel da ação durante o período de maturação, teríamos a seguinte equação de paridade:

$$\boxed{+c + vp(K) = +p + S - D}$$

onde **D** representa o valor presente dos dividendos a serem pagos ou do aluguel para manter a posição vendida a descoberto.

Observação: Motivado pelo desinteresse de exercício antecipado da opção de compra americana, se substituirmos **c** por **C** teremos a mesma equação de paridade.

Exemplo 1 : S=31 , K=30 , R_f=10% a.a. , T = 3 meses, c=3 e p=2,25.

Com esse exemplo, teríamos: A: +c +vp(K) = 32,29
B: +p +S = 33,25

O portfólio B está superestimado em relação ao portfólio A,consequentemente ou **c** está barato ou **p** está caro. Assim, a seguinte estratégia: comprar A e vender B permitiria arbitragem, gerando os seguintes portfólios:

A = +c +vp(K)
B = -p -S

Teríamos o fluxo positivo de -c +p+S = -3 + 2,25 + 31 = **30,25** (supondo que possa ficar vendido a descoberto). Esse volume de 30,25 poderá ser aplicado e no final de T valerá 30,98.

Como está comprado em uma opção de compra e vendido em uma opção de venda, para qualquer preço da ação no vencimento poderá comprar uma ação e encerrar a posição vendida.

O lucro liquido final = 30,98 - 30 = **0,98**

Exemplo 2 : S=31 , K=30 , R_f=10% a.a. , T = 3 meses, c=3 e p=1,00.

Com esse exemplo, teríamos: A: +c +vp(K) = 32,29
B: +p +S = 32,00

O portfólio A está superestimado em relação ao portfólio B, consequentemente ou **c** está caro ou **p** está barato. Assim, a seguinte estratégia: comprar B e vender A permitiria arbitragem, gerando os seguintes portfólios:

A = -c -financimento (financimento < vp(K))
B = +p +S.

Teríamos o fluxo negativo de +c-p-S = +3 - 1 - 31 = -29. Esse volume de 29 poderá ser financiado e no pagamento em T deverá ser saldado o montante de **29,70**.

Como está comprado em uma opção de venda e vendido em uma opção de compra, para qualquer preço da ação no vencimento, a venda da ação por 30 poderá ser efetuada.

O lucro liquido final será = 30 - 29,70 = **0,30.**

Relações entre os prêmios: c, C, p e P (opções americana e européias)

1) Como C = c e P > p temos:

$$P > c + vp(K) - S = C + vp(K) - S$$
$$\therefore \quad P > C + vp(K) - S \quad (1)$$

2) A demonstração abaixo supõem-se que a opção de venda só será exercida no vencimento.

Sejam A e B os seguintes portfólios:

A = [+C +K] (comprado em uma opção de compra americana e um volume de capital de K que será aplicado a taxa R_f)

B = [+P +S] (comprado em uma opção de venda americana e

No vencimento valerão: $A = \text{máx}(S , K) + K.R_f$

$B = \text{máx}(S , K)$

Justificativa:

Portfólio	S < K	S > K
A	$0+K+KR_f = K + KR_f$	$S-K+K(1+R_f) = S + KR_f$
B	K	S

Portanto, A > B para qualquer preço da ação no vencimento, ou seja,

$C+ K > P + S$, como $C = c \Rightarrow C - P > S - K$

Combinando a equação (1), obtemos a equação

$$\mathbf{S - X < C - P < S - vp(K)}$$

Notação

Op	*prêmio da opção*
S	*preço do ativo subjacente*
r	*taxa de juro*

Delta(Δ) = δOp/δS : quanto varia o preço da opção (call ou put) quando varia o preço do ativo subjacente.

Gamma (Γ) = δ^2Op/δS^2 : quanto varia o delta de uma opção quando varia o preço do ativo subjacente. Medida de "velocidade" da mudança do preço da transição do preço da opção de out-the-money para in-the-money.

Theta (θ) = δOp/δt : é a variação do preço da opção ao reduzir em um dia o prazo. (**T tempo)**

Rhô(ρ) = δOp/δr : quanto varia o preço da opção (call ou put) quando varia taxa de juro. (**r rate:Taxa de juro)**

Vega(υ) = δOp/δσ : quanto varia o preço da opção (call ou put) quando varia a volatilidade. **(v volatilidade)**

BLACK e Scholes

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 Op}{\partial S^2} + rS\frac{\partial Op}{\partial S} - \frac{\partial Op}{\partial t} - rOp = 0$$

BLACK e Scholes

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Gamma + rS\Delta - \theta - rOp = 0$$

A partir da PUT-CALL PARITY temos:

Δput = Δcall **–1**
Γput = Γcall
θput = θcall **- r.VP(K)**
ρput = ρcall **- t.VP(K) / (1+ r)**
υput = υcall