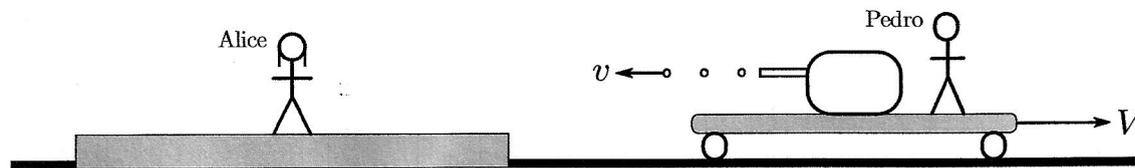


Q1) Alice se encontra parada numa estação de trem e observa Pedro passar em um vagão com velocidade $V = \frac{1}{2}c$. No referencial de Alice, tanto o vagão quanto a estação têm comprimento L . Sobre o vagão há uma máquina que lança uma bolinha de tênis por segundo com uma velocidade de módulo $v_0 = \frac{3}{4}c$ (no referencial de Pedro). Depois de passar pela estação, Pedro liga a máquina que começa a lançar bolinhas na direção de Alice (ver figura).



- (1,5): a) Quais são os comprimentos do vagão, L_v , e da estação, L_e , no referencial de Pedro?
 (1,5): b) Qual é a velocidade das bolinhas medida por Alice?
 (1,0): c) Para Alice, qual é o intervalo de tempo entre os lançamentos sucessivos?
 (1,0): d) Para Alice, qual é o intervalo de tempo entre as chegadas de bolinhas sucessivas às suas mãos?

$$\gamma(V) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}}} = \boxed{\frac{2}{\sqrt{3}}}$$

(a) $L_v = \gamma(V)L = \boxed{\frac{2}{\sqrt{3}}L}$ (comprimento próprio do vagão)

$L_e = \frac{L}{\gamma(V)} = \boxed{\frac{2}{\sqrt{3}}L}$ (estação contraída)

Em S' , $v'_{\text{bolinhas}} = -\frac{3}{4}c = -v_0$

No referencial de ~~Pedro~~ Alice (S) $v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{Vv'_x}{c^2}} = \frac{-\frac{3}{4}c + \frac{1}{2}c}{1 + \frac{(\frac{1}{2}c)(-\frac{3}{4}c)}{c^2}} = \boxed{-\frac{2}{5}c}$

c) O intervalo próprio, no referencial do vagão é $T_0 = 1s$. Para Alice, portanto:

$$T = \gamma(V)T_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 1 = \boxed{\frac{2}{\sqrt{3}}s}$$

d) No referencial de Alice, cada bolinha é lançada depois de um intervalo T , de uma posição mais afastada de $\sqrt{3}T$ em relação à anterior, devendo em conta este percurso adicional, o intervalo de tempo entre a chegada de bolinhas sucessivas é: $\Delta t = T + \frac{\sqrt{3}T}{v_x} = T \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{v_x}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[1 + \frac{\sqrt{3}}{\frac{2}{5}c}\right] = \boxed{\frac{3\sqrt{3}}{2}s}$

Q2) No desvio para o vermelho da luz de uma galáxia distante, uma certa radiação que tem um comprimento de onda de 434 nm quando é observada em laboratório, passa a ter um comprimento de onda de 462 nm.

(4,0): a) Qual é a velocidade radial da galáxia em relação à Terra?

(1,0): b) A galáxia está se aproximando ou afastando da Terra?

$\lambda = \frac{c}{f}$ Como o comprimento de onda aumenta significa que a frequência diminui, o que implica que a galáxia está se afastando da Terra.

nestas condições $f = f_0 \left(\sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \right)$

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\lambda_0} \left(\sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} \left(\frac{c-v}{c+v} \right)$$

$$\lambda^2 (c-v) = \lambda_0^2 (c+v)$$

$$v = c \left(\frac{\lambda^2 - \lambda_0^2}{\lambda^2 + \lambda_0^2} \right) = 3 \times 10^8 \left(\frac{462^2 - 434^2}{462^2 + 434^2} \right)$$

$$v = 1,87 \times 10^7 \text{ m/s}$$