Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica

PME5425 – Métodos de Elementos Finitos de Alta Ordem com Aplicações em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor
2º termo / 2017 – Professor: Bruno Souza Carmo

Lista de Exercícios 7

1. Com o Nektar++ aplique o método de Galerkin Descontínuo a um problema de advecção linear unidimensional,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + V\frac{\partial u}{\partial x} = 0,$$

utilizando polinômios de Legendre nas funções de base. Considerando um domínio $x \in [0, 12]$ com condições de contorno periódicas e $V = 1$, resolva o problema da propagação da condição inicial

$$u = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 1 \\ 0 & 1 \leq x \leq 12 \end{cases}$$

por 200 unidades de tempo adimensionais, utilizando discretizações h de 12, 24 e 36 elementos e expansões p de $P = 5$, 10 e 15. Compare com a solução analítica e verifique se o fenômeno de Gibbs é observado.

2. Com o Nektar++ aplique o método de Galerkin Descontínuo a um problema de advecção linear bidimensional,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + V_x\frac{\partial u}{\partial x} + V_y\frac{\partial u}{\partial y} = 0,$$

utilizando bases modais ortogonais para elementos quadrilaterais e triangulares. Considere o problema da advecção de um cone gaussiano,

$$u(x, y, 0) = \mathrm{e}^{\left\{-\frac{1}{2\lambda^2}\left[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2\right]\right\}}$$

por um campo de velocidades dado por $(V_x, V_y) = (y, x)$, cuja solução exata é dada por

$$u(x, y, t) = \mathrm{e}^{-\frac{\hat{x}^2+\hat{y}^2}{2\lambda^2}}$$

onde

$$\hat{x} = x - x_0 \cos t - y_0 \operatorname{sen} t, \qquad \hat{y} = y + x_0 \operatorname{sen} t - y_0 \cos t.$$

Resolva o problema num domínio $-1 \leq x, y \leq 1$, para $\lambda = \frac{1}{8}$ e $(x, y) = (-\frac{1}{2}, 0)$ e tempo de integração $t = 6\pi$, que corresponde a 3 revoluções. Utilize uma malha de 10×10 quadriláteros, e também uma malha não estruturada com elementos triangulares à sua escolha, mas que tenha elementos de tamanho da mesma ordem da malha estruturada de quadriláteros. Resolva o problema usando $P = 2$, 4, 6 e 8 e trace, para cada malha, um gráfico da norma L^2 do erro em função do grau do polinômio.