

# Circuitos de Primeira Ordem

Magno T. M. Silva e Flávio R. M. Pavan, 2015

## 1 Introdução

Em geral, um circuito de primeira ordem tem um único elemento armazenador de energia (um capacitor ou um indutor)<sup>1</sup> e é descrito por uma equação diferencial de primeira ordem, ordinária, linear e a coeficientes constantes. Considere, por exemplo, o circuito  $R, L$  série alimentado por um gerador ideal de tensão e com condição inicial  $i(t_0) = i_0$ , como mostrado na Figura 1.

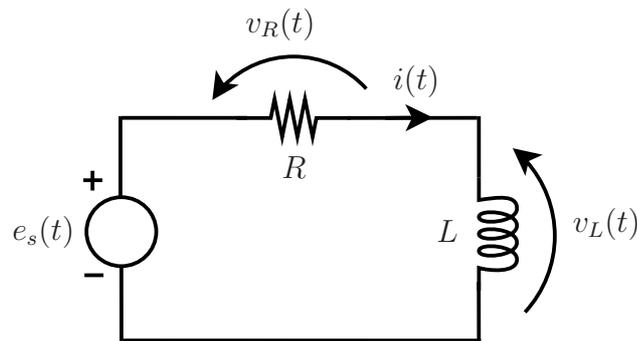


Figura 1: Circuito  $R, L$  série alimentado por um gerador ideal de tensão.

Escrevendo a segunda lei de Kirchhoff para esse circuito, obtemos

$$v_L(t) + v_R(t) = e_s(t).$$

Usando as relações constitutivas do indutor e do resistor (lei de Ohm), chega-se a

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = e_s(t). \quad (1)$$

Dividindo essa equação por  $L$ , obtemos

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = \frac{1}{L}e_s(t). \quad (2)$$

Dessa forma, o circuito da Figura 1 é descrito pela equação diferencial acima e a corrente  $i(t)$  é a função incógnita. Essa equação diferencial é:

---

<sup>1</sup>Pode haver circuitos de primeira ordem com mais de um elemento armazenador de energia. Por exemplo, um circuito que contém dois capacitores em paralelo é equivalente a um circuito com um único capacitor. Há outros casos que são chamados de circuitos redutíveis, como veremos no curso de *Circuitos II*.

1. **de primeira ordem**, pois aparece no máximo a primeira derivada da função incógnita;
2. **ordinária**, pois não há derivadas parciais (derivamos apenas com relação ao tempo, que é a única variável independente);
3. **linear**, pois não há funções não lineares da incógnita; e
4. **a coeficientes constantes**, pois consideramos que o resistor e o indutor não variam no tempo.

A seguir, vamos resolver uma equação diferencial desse tipo para então voltarmos a esse circuito. Porém, antes disso, faça o exercício abaixo.

### Exercício 1 – Circuito $R, C$ paralelo

Considere o circuito  $R, C$  paralelo alimentado por um gerador ideal de corrente e com condição inicial  $v(t_0) = v_0$ , como mostrado na Figura 2. Verifique que esse circuito pode ser escrito pela equação diferencial

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{RC}v(t) = \frac{1}{C}i_s(t). \quad (3)$$

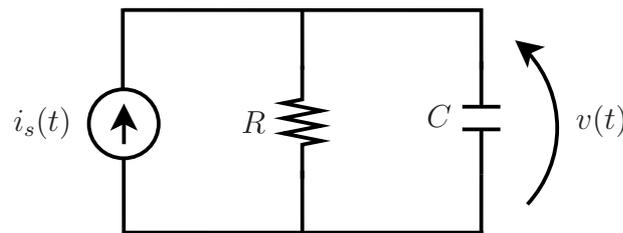


Figura 2: Circuito  $R, C$  paralelo alimentado por um gerador ideal de corrente.

## 2 Resolvendo uma equação diferencial de 1ª ordem

Considere a equação diferencial do tipo

$$\dot{x}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = f(t) \quad (4)$$

com condição inicial  $x(t_0) = x_0$ , em que  $\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ ,  $x(t)$  é a função incógnita,  $\tau$  é uma constante real diferente de zero e  $f(t)$  é uma função dada<sup>2</sup>. Como será visto nos cursos de *Cálculo*, a solução geral dessa equação para  $t \geq t_0$  é dada por

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t), \quad (5)$$

em que  $x_h(t)$  é a solução geral da equação homogênea

$$\dot{x}(t) + \frac{1}{\tau}x(t) = 0$$

e  $x_p(t)$  é uma solução particular da equação completa (4). A seguir, vamos obter  $x_h(t)$  e  $x_p(t)$ .

<sup>2</sup>Em *Circuitos Elétricos*,  $f(t)$  é uma função da excitação ou entrada da rede.

## 2.1 Solução da equação homogênea

Vamos primeiramente resolver a equação homogênea

$$\dot{x}_h(t) = -\frac{1}{\tau}x_h(t), \quad (6)$$

Note que a função incógnita  $x_h(t)$ , solução da Equação (6), deve ter derivada proporcional à ela própria. Dada essa observação e descartando a solução trivial  $x_h(t) = 0$ , cabe uma pergunta: “que função não nula tem derivada proporcional a ela própria?” Uma possível candidata é a função exponencial. Portanto, vamos considerar que a solução de (6) é dada por

$$x_h(t) = Ae^{p(t-t_0)}, \quad (7)$$

cuja derivada vale

$$\dot{x}_h(t) = Ape^{p(t-t_0)}, \quad (8)$$

em que  $A$  e  $p$  são constantes. Substituindo (8) e (7) em (6), chega-se a

$$\underbrace{Ae^{p(t-t_0)}}_{\neq 0} \left( p + \frac{1}{\tau} \right) = 0 \Rightarrow p = -\frac{1}{\tau}.$$

Portanto, a solução não trivial da equação diferencial (6) é dada por

$$\boxed{x_h(t) = Ae^{-\frac{(t-t_0)}{\tau}}}. \quad (9)$$

Note que a constante  $\tau$  que aparece dividindo  $x(t)$  na equação completa (4) aparece na solução da equação homogênea dividindo  $-(t-t_0)$  no argumento da exponencial. Essa constante desempenha um papel importante na solução. Para  $\tau > 0$ , quanto maior o valor de  $\tau$ , mais lentamente a solução da equação homogênea  $x_h(t)$  se aproxima de zero. É possível notar por análise dimensional que  $\tau$  deve ter unidade de tempo e por isso é chamada de **constante de tempo**. Por exemplo, a constante de tempo do circuito  $R, L$  da Figura 1 vale

$$\tau = \frac{L}{R},$$

enquanto a constante de tempo do circuito  $R, C$  da Figura 2 vale

$$\tau = RC.$$

A constante  $A$  será determinada posteriormente. Como veremos, essa constante depende da solução particular da equação completa (4) e também da condição inicial  $x(t_0) = x_0$ .

## 2.2 Solução particular da equação completa

Substituindo (9) em (5), a solução da equação completa (4) se reduz a

$$x(t) = Ae^{-\frac{(t-t_0)}{\tau}} + x_p(t). \quad (10)$$

Ainda precisamos de uma solução particular  $x_p(t)$  da equação geral. Note que a solução da equação homogênea, parcela  $Ae^{-\frac{(t-t_0)}{\tau}}$  em (10), corresponde a uma resposta transitória que desaparece (tende a zero) para  $\tau > 0$  e  $t \rightarrow \infty$ . Dessa forma, calculando o limite para  $t \rightarrow \infty$  em ambos os lados de (10), obtemos

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \underbrace{\lim_{t \rightarrow \infty} Ae^{-\frac{(t-t_0)}{\tau}}}_{=0} + \lim_{t \rightarrow \infty} x_p(t). \quad (11)$$

Em outras palavras,

uma solução particular da equação completa (4) é dada pela resposta permanente de  $x(t)$ , ou seja, a expressão de  $x(t)$  quando  $t \rightarrow \infty$ .

### Exemplo 1 – Resposta do circuito $R, L$ ao degrau

No circuito da Figura 1, considere que a excitação seja dada por

$$e_s(t) = EH(t - t_0)$$

e que a corrente inicial do indutor valha  $i(t_0) = i_0$ . Sabemos que para essa excitação, o indutor irá se comportar como um curto-circuito em regime ( $t \rightarrow \infty$ ) e portanto

$$i(t)|_{t \rightarrow \infty} = \frac{E}{R} = i_p(t).$$

Neste caso, a solução particular da equação geral é constante e é fácil verificar que ela satisfaz (2) para  $t \geq t_0$ . Assim, a expressão da corrente do indutor do circuito da Figura 1 é dada por

$$i(t) = i_h(t) + i_p(t) = Ae^{-\frac{(t-t_0)}{\tau}} + \frac{E}{R}, \quad t \geq t_0. \quad (12)$$

Como vimos, a constante de tempo desse circuito vale  $\tau = L/R$ . Para completar a resposta, ainda precisamos calcular a constante  $A$ . Para isso, vamos impor a condição inicial  $i(t_0) = i_0$ , ou seja,

$$i(t_0) = i_0 = A + \frac{E}{R} \Rightarrow A = \left(i_0 - \frac{E}{R}\right).$$

Cabe observar que a  $A$  depende da condição inicial e da excitação. Substituindo  $A$  em (12), chegamos a

$$i(t) = \left(i_0 - \frac{E}{R}\right) e^{-\frac{(t-t_0)}{L/R}} + \frac{E}{R}, \quad t \geq t_0. \quad (13)$$

Como discutimos anteriormente, a parcela que corresponde à solução da equação homogênea desaparece com o passar do tempo e por isso é chamada de **resposta transitória**, enquanto a parcela que corresponde à solução particular da equação completa é a **resposta permanente**. Note que calculando  $i(t)$  em  $t = t_0$ , obtemos a condição inicial  $i(t_0) = i_0$  e calculando o limite dessa expressão para  $t \rightarrow \infty$ , chega-se a  $i(\infty) = E/R$ , que é a resposta em regime permanente.

Além disso, se  $e_s(t) = 0$ , dizemos que o circuito está **livre** e a resposta se reduz a

$$i_{\text{livre}}(t) = i_0 e^{-\frac{(t-t_0)}{L/R}}, \quad t \geq t_0,$$

que é chamada de **resposta livre** e ocorre devido apenas às condições iniciais. Em contrapartida, se  $i_0 = 0$  e  $e_s(t) = EH(t - t_0)$ , a resposta se reduz a

$$i_{\text{forçada}}(t) = \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{L/R}} \right), \quad t \geq t_0.$$

que é chamada de **resposta forçada** e ocorre devido apenas à função de excitação. Os gráficos dessas respostas estão mostrados na Figura 3 para  $t_0 = 0$ ,  $i_0 = 2$  A,  $L = 1$  H,  $R = 2 \Omega$  e  $e_s(t) = 12H(t)$  (V, s).

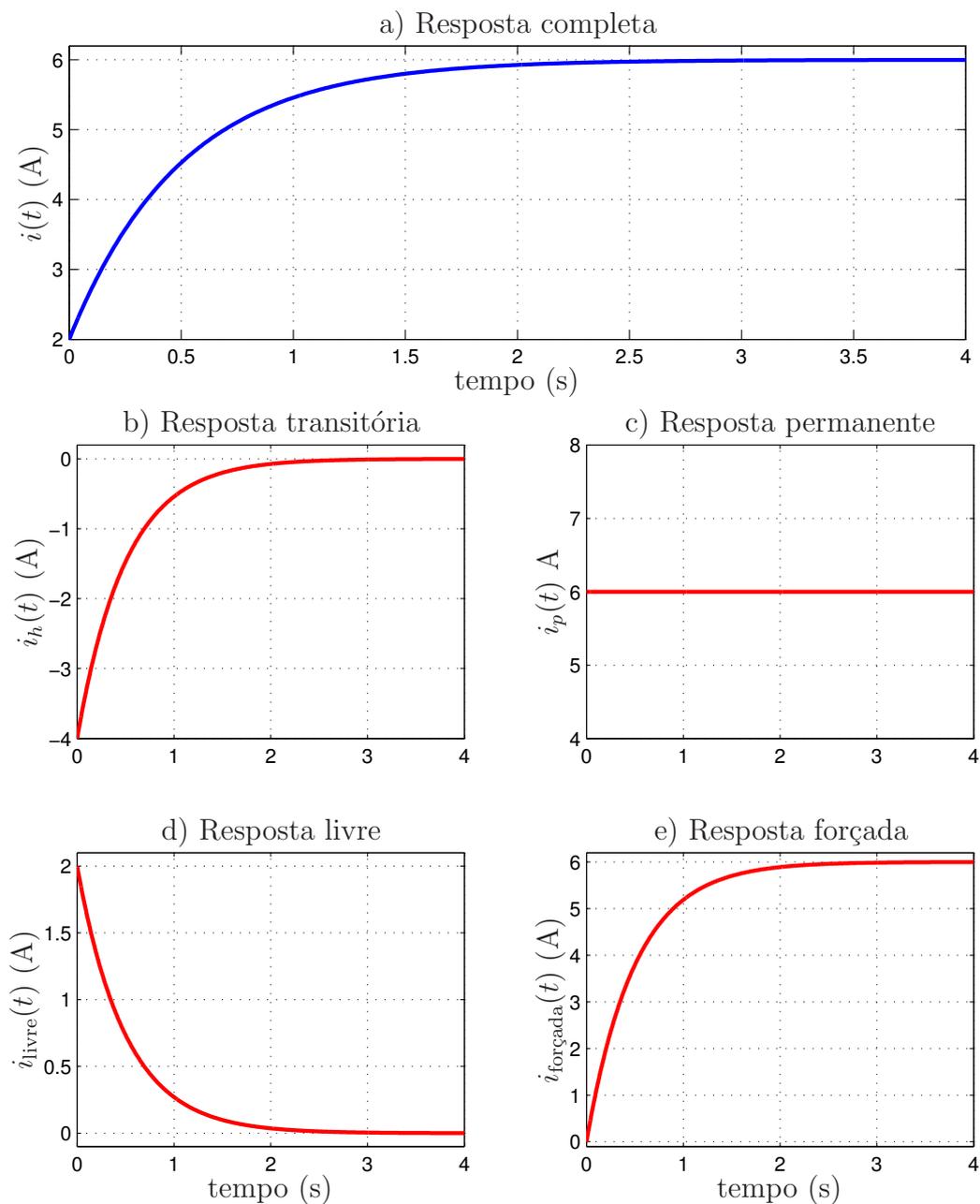


Figura 3: Respostas do circuito da Figura 1, considerando  $t_0 = 0$ ,  $i_0 = 2$  A,  $L = 1$  H,  $R = 2 \Omega$ ,  $e_s(t) = 12H(t)$ , (V, s).

Usando o princípio da superposição, podemos verificar que

$$i(t) = i_{\text{transitória}}(t) + i_{\text{permanente}}(t)$$

e

$$i(t) = i_{\text{livre}}(t) + i_{\text{forçada}}(t).$$

### Exercício 2 – Resposta do circuito $R, C$ ao degrau

Considere o circuito  $R, C$  paralelo da Figura 2 com excitação  $i_s(t) = IH(t - t_0)$  e condição inicial  $v(t_0) = v_0$ . Verifique que a expressão da tensão do capacitor para  $t \geq t_0$  é dada por

$$v(t) = (v_0 - RI) e^{-\frac{(t-t_0)}{RC}} + RI, \quad t \geq t_0. \quad (14)$$

Obtenha as expressões das respostas transitória, permanente, livre e forçada para esse circuito e faça gráficos dessas respostas para  $t_0 = 0$ ,  $v_0 = 8$  V,  $C = 0,5$  F,  $R = 2$   $\Omega$ ,  $i_s(t) = 2H(t)$  (A, s).

### Exemplo 2 – Resposta do circuito $R, C$ à excitação senoidal

Considere o circuito  $R, C$  paralelo da Figura 2 com excitação  $i_s(t) = 2 \cos(2t + 125,54^\circ)H(t)$ , (A, s) e condição inicial  $v(0) = 8$  V. Adote  $C = 0,5$  F e  $R = 6$   $\Omega$  e determine a resposta completa neste caso.

Substituindo os dados na equação diferencial (3), chega-se a

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{3}v(t) = 4 \cos(2t + 125,54^\circ). \quad (15)$$

Para resolver essa equação, vamos obter inicialmente uma solução particular. Como a excitação é senoidal e o circuito é linear, sabemos que em regime permanente a tensão do capacitor também será senoidal com  $\omega = 2$  rad/s. Para obter  $v_p(t)$ , podemos usar fasores. A impedância desse circuito é dada por (verifique!)

$$Z(j\omega) = \frac{R}{1 + j\omega RC} \Rightarrow Z(j2) = \frac{6}{1 + j6} = 0,1622 - j0,9730 = 0,9864e^{-j80,54^\circ} \Omega.$$

O fasor da tensão do capacitor vale

$$\widehat{V}_p = Z(j2) \cdot \widehat{I}_s = 0,9864e^{-j80,54^\circ} \cdot 2e^{j125,54^\circ} = 1,9728e^{j45^\circ} \text{ V}$$

e conseqüentemente a expressão de sua resposta permanente é

$$v_p(t) = 1,9728 \cos(2t + 45^\circ), \quad (\text{V, s}). \quad (16)$$

Substituindo  $v_p(t)$  em (15), chega-se a

$$-2 \cdot 1,9728 \sin(2t + 45^\circ) + \frac{1}{3}1,9728 \cos(2t + 45^\circ) = 4 \cos(2t + 125,54^\circ),$$

ou ainda,

$$3,9456 \cos(2t + 135^\circ) + 0,6576 \cos(2t + 45^\circ) = 4 \cos(2t + 125,54^\circ).$$

Essa igualdade pode ser verificada facilmente usando fasores, o que mostra que a tensão do capacitor em regime permanente senoidal dada por (16) satisfaz (15), sendo uma solução particular dessa equação diferencial.

Uma vez encontrada a solução particular e lembrando que a constante de tempo do circuito  $R, C$  vale  $\tau = RC = 3$  s, podemos obter a solução completa dada por

$$v(t) = v_h(t) + v_p(t) = Ae^{-t/3} + 1,9728 \cos(2t + 45^\circ), \quad t \geq 0. \quad (17)$$

Ainda precisamos descobrir o valor de  $A$  e para isso, vamos impor a condição inicial  $v(0) = 8$  V, ou seja,

$$v(0) = 8 = A + 1,9728 \cos(2 \cdot 0 + 45^\circ) \Rightarrow A = 8 - 1,9728 \cos(45^\circ) = 6,6050 \text{ V}. \quad (18)$$

Assim, a expressão da tensão do capacitor para  $t \geq 0$  vale

$$\boxed{v(t) = 6,6050 e^{-t/3} + 1,9728 \cos(2t + 45^\circ), \quad (\text{V}, \text{s})}. \quad (19)$$

Essa expressão é composta de dois termos: resposta transitória e resposta permanente. A resposta livre será dada por

$$v_{\text{livre}}(t) = v_0 e^{-t/\tau} = 8 e^{-t/3}.$$

e a resposta forçada por

$$v_{\text{forçada}}(t) = v(t) - v_{\text{livre}}(t) = \underbrace{-1,3950}_{=6,6050-8} e^{-t/3} + 1,9728 \cos(2t + 45^\circ).$$

Os gráficos dessas respostas estão mostrados na Figura 4.

### Exercício 3 – Resposta do circuito $R, L$ à excitação senoidal

Considere o circuito  $R, L$  série da Figura 1 com excitação  $e_s(t) = 10 \cos(5t + 30^\circ)H(t)$ , (V, s) e condição inicial  $i(0) = -4$  A. Adote  $L = 0,5$  H e  $R = 10$   $\Omega$ . Obtenha a expressão de  $i(t)$  para  $t \geq 0$  e obtenha também expressões das respostas transitória, permanente, livre e forçada para esse circuito. Esboce os gráficos dessas respostas.

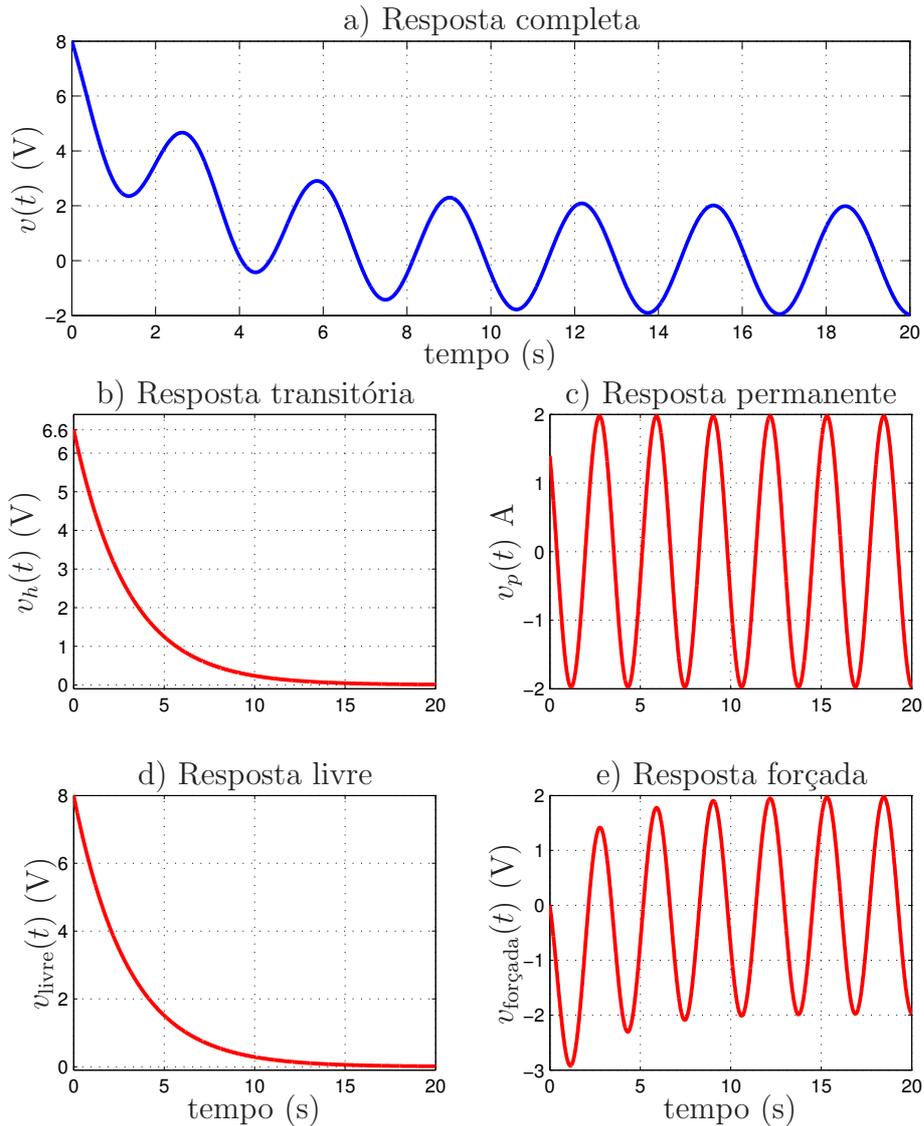


Figura 4: Respostas do circuito da Figura 2, considerando  $t_0 = 0$ ,  $v_0 = 8$  V,  $C = 0,5$  F,  $R = 6$   $\Omega$ ,  $i_s(t) = 2 \cos(2t + 125,54^\circ)H(t)$ , (V, s).

### 3 Outras redes de 1ª ordem

Até agora, analisamos o comportamento de circuitos básicos de 1ª ordem sob ação de algumas excitações. Para alguns circuitos mais elaborados, pode ser mais trabalhoso obter a equação diferencial que descreve o comportamento da função incógnita. Considere, por exemplo, o circuito da Figura 5 com condição inicial  $i_L(t_0) = i_0$ . Para usar o procedimento de resolução descrito anteriormente, teríamos que descobrir a equação diferencial que descreve o comportamento de  $i_L(t)$  para  $t \geq t_0$ .

Aplicando a segunda lei de Kirchhoff na malha externa desse circuito, obtemos

$$v_L(t) + v_1(t) = e_s(t). \quad (20)$$

Usando as relações constitutivas do indutor e do resistor, chega-se a

$$L \frac{di_L(t)}{dt} + R_1 i_1(t) = e_s(t). \quad (21)$$

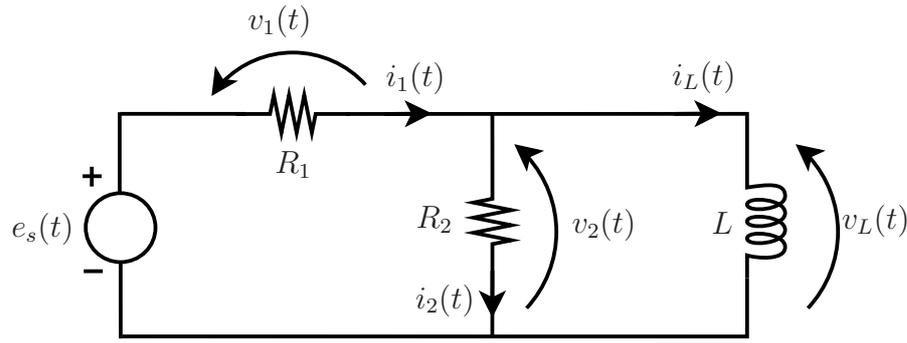


Figura 5: Circuito  $R, L$  alimentado por um gerador ideal de tensão.

Precisamos substituir  $i_1(t)$  em (21) por alguma função de  $i_L(t)$ . Pela primeira lei de Kirchhoff, sabemos que

$$i_1(t) = i_2(t) + i_L(t). \quad (22)$$

Além disso,

$$i_2(t) = \frac{v_2(t)}{R_2} = \frac{e_s(t) - v_1(t)}{R_2} = \frac{e_s(t)}{R_2} - \frac{R_1 i_1(t)}{R_2}. \quad (23)$$

Substituindo (23) em (22), chega-se a

$$\begin{aligned} i_1(t) &= \frac{e_s(t)}{R_2} - \frac{R_1 i_1(t)}{R_2} + i_L(t) \\ \Rightarrow \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) i_1(t) &= \frac{e_s(t)}{R_2} + i_L(t) \\ \Rightarrow i_1(t) &= \frac{e_s(t)}{R_1 + R_2} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_L(t). \end{aligned} \quad (24)$$

Substituindo (24) em (21), obtemos

$$\begin{aligned} L \frac{di_L(t)}{dt} + R_1 \left( \frac{e_s(t)}{R_1 + R_2} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_L(t) \right) &= e_s(t) \\ \Rightarrow L \frac{di_L(t)}{dt} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i_L(t) &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} e_s(t). \end{aligned} \quad (25)$$

Finalmente, dividindo (25) por  $L$ , resulta

$$\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)}{L} i_L(t) = \frac{1}{L} \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) e_s(t). \quad (26)$$

Comparando (26) com (4), notamos imediatamente que

$$\tau = \frac{L}{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)} = \frac{L}{R_1 // R_2}.$$

Note que a constante de tempo corresponde à indutância dividida pela **resistência “vista”** pelo indutor no circuito da Figura 5, inativando-se o gerador independente de tensão. Além disso, o termo à direita na Equação (26), ou seja,

$$\frac{1}{L} \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) e_s(t),$$

corresponde ao inverso da indutância vezes a **tensão em aberto** entre os terminais do indutor (obtida diretamente por ser um divisor de tensão).

Não se tratam de coincidências: para encontrar a equação diferencial em  $i_L(t)$  para o circuito da Figura 5, poderíamos ter obtido o gerador equivalente de Thévenin visto entre os terminais do indutor, e redesenhado o circuito como na Figura 6, com

$$R_0 = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (\text{inativou-se o gerador de tensão})$$

e

$$e_0(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e_s(t) \quad (\text{divisor de tensão entre } R_1 \text{ e } R_2).$$

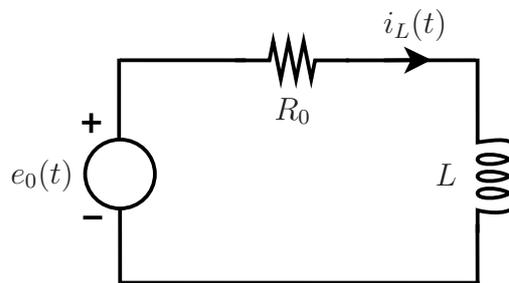


Figura 6: Circuito  $R, L$  equivalente ao da Figura 5.

Com essa transformação, fica mais fácil obter a equação diferencial que descreve  $i_L(t)$ , ou seja,

$$\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{R_0}{L} i(t) = \frac{1}{L} e_0(t), \quad (27)$$

que é igual à Equação (26).

Vimos que podemos transformar a rede “vista” pelo bipolo armazenador de energia em um gerador equivalente de Thévenin (ou Norton), com resistência equivalente  $R_{\text{eq}}$ , para facilitar a obtenção da equação diferencial que rege o circuito. Como decorrência desse fato, para o caso geral de uma rede de 1ª ordem qualquer, a constante de tempo será

$$\tau = \frac{L}{R_{\text{eq}}}, \quad (28)$$

se o elemento armazenador de energia for um indutor, sendo  $R_{\text{eq}}$  a resistência “vista” pelo indutor com geradores independentes inativados. Quando o elemento armazenador de energia for um capacitor, a constante de tempo será dada por

$$\tau = R_{\text{eq}} C, \quad (29)$$

em que  $R_{\text{eq}}$  é a resistência “vista” pelo capacitor com geradores independentes inativados. Finalmente, cabe notar que após a transformação, a obtenção da solução da equação diferencial é feita como mostrado na Seção 2.

**Exercício 4 – Circuito com dois resistores e um capacitor**

Considere o circuito da Figura 7 com condição inicial  $v(t_0) = v_0$ .

- (a) Verifique que esse circuito pode ser descrito pela equação diferencial

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C}v(t) = \frac{1}{C} \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) i_s(t). \quad (30)$$

- (b) Considere  $i_s(t) = IH(t - t_0)$ . Verifique que a expressão da tensão do capacitor para  $t \geq t_0$  é dada por

$$v(t) = (v_0 - R_1 I) e^{-\frac{(t-t_0)}{(R_1+R_2)C}} + R_1 I, \quad t \geq t_0. \quad (31)$$

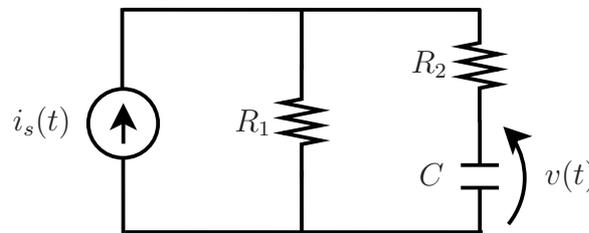


Figura 7: Circuito  $R, C$  alimentado por um gerador ideal de corrente.

**Exemplo 3 – Resposta de rede de 1ª ordem com vinculado**

Considere o circuito da Figura 8 com  $r_m = 1 \Omega$  e  $i_L(0) = 8$  A. Determine a sua resposta completa  $i_L(t)$  para  $t \geq 0$ .

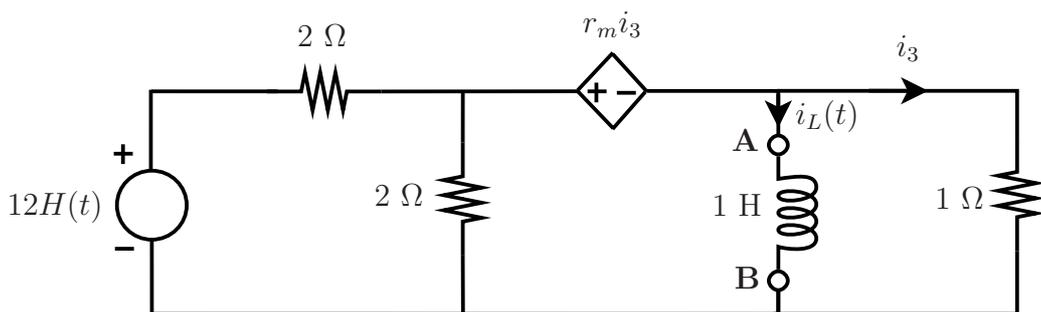


Figura 8: Circuito com gerador vinculado alimentado por um gerador ideal de tensão.

Não precisamos escrever a equação diferencial para determinar a resposta completa do circuito. Basta saber que, por se tratar de um circuito de 1ª ordem, a solução poderá ser escrita como

$$i_L(t) = i_{Lh}(t) + i_{Lp}(t),$$

em que  $i_{Lh}(t)$  é a resposta transitória e  $i_{Lp}(t)$  é a resposta permanente. Sabemos que, para  $t \geq 0$ ,

$$i_{Lh}(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}.$$

O cálculo da constante de tempo  $\tau = R_{\text{eq}}C$  do circuito requer o conhecimento de  $R_{\text{eq}}$ , que é a resistência “vista” pelo indutor no circuito. Em outras palavras, precisamos calcular  $R_{\text{eq}}$  entre os nós **A** e **B** do circuito da Figura 8, que correspondem aos terminais onde o indutor está ligado. Vamos obter  $R_{\text{eq}}$  pela razão entre tensão em aberto e corrente de curto-circuito, ou seja,

$$R_{\text{eq}} = \frac{e_0}{i_0}.$$

Inicialmente, vamos fazer o cálculo da tensão em aberto  $e_0$  para  $t \geq 0$ . Essa tensão é mostrada em vermelho na Figura 9. Note que a fonte de tensão real de 12 V e resistência interna  $2 \Omega$  foi transformada numa fonte de corrente real de 6 A e resistência interna  $2 \Omega$  (que, associada em paralelo com outra resistência de  $2 \Omega$ , resultou em  $1 \Omega$ ).

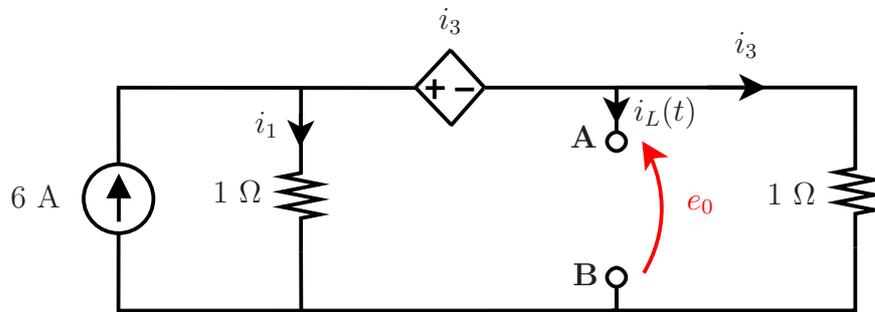


Figura 9: Circuito com gerador vinculado – tensão em aberto,  $t \geq 0$ .

Note que  $i_L(t) = 0$  neste caso, pois os terminais **A** e **B** estão em aberto. Assim, aplicando a primeira lei de Kirchhoff, temos

$$6 = i_1 + i_3 \Rightarrow i_1 = 6 - i_3.$$

Igualando a tensão dos dois ramos em paralelo com o gerador de corrente, resulta

$$1 \cdot (6 - i_3) = i_3 + i_3 \cdot 1 \Rightarrow i_3 = 2 \text{ A}.$$

Portanto,

$$e_0 = 1 \cdot i_3 = 2 \text{ V}.$$

Para o cálculo da corrente de curto-circuito, vamos levar em conta o circuito mostrado na Figura 10.

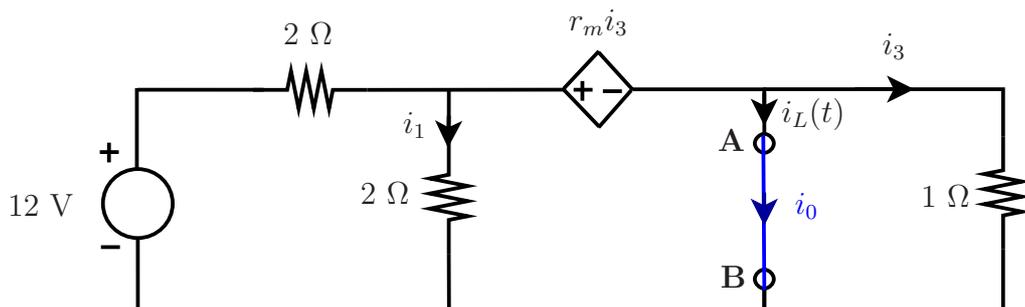


Figura 10: Circuito com gerador vinculado – corrente de curto-circuito,  $t \geq 0$ .

Devido ao curto-circuito, temos que  $i_3 = 0$ . Logo, a tensão do gerador vinculado será nula. Por isso,  $i_1 = 0$ . Assim,

$$i_0 = \frac{12}{2} = 6 \text{ A.}$$

Portanto, temos

$$R_{\text{eq}} = \frac{e_0}{i_0} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Omega \Rightarrow \tau = \frac{L}{R_{\text{eq}}} = 3 \text{ s.}$$

Assim,

$$i_{Lh}(t) = Ae^{-\frac{t}{3}} \Rightarrow i_L(t) = Ae^{-\frac{t}{3}} + i_{Lp}(t), \quad t \geq 0.$$

A resposta permanente  $i_{Lp}(t) = i_L(\infty)$  é encontrada considerando que em corrente contínua o indutor é um curto-circuito. Logo,

$$i_{Lp}(t) = i_L(\infty) = i_0 = 6 \text{ A.}$$

Portanto, a resposta completa será

$$i_L(t) = Ae^{-\frac{t}{3}} + 6, \quad t \geq 0.$$

Para encontrar  $A$ , impomos a condição inicial  $i_L(0) = 8 \text{ A}$ . Desse modo, temos

$$i_L(0) = 8 = A + 6 \Rightarrow A = 8 - 6 = 2.$$

Finalmente, escrevemos a resposta completa:

$$\boxed{i_L(t) = 2e^{-\frac{t}{3}} + 6, \quad t \geq 0.} \quad (32)$$