

Escoamentos Internos: Parte II

PME3222 - Mecânica dos Fluidos Para Eng. Civil

PME/EP/USP

Prof. Antonio Luiz Pacífico

1º Semestre de 2017

- 1 Introdução
- 2 Turbulência
- 3 Análise Dimensional do Escoamento em Tubos
- 4 Perda de Carga Distribuída

O estudo dos escoamentos turbulentos viscosos no interior de dutos tem como aplicação prática, para um curso introdutório de Mecânica dos Fluidos, o cálculo da chamada **perda de carga** que representa as perdas de energia (na verdade transformação de parte da energia disponível no escoamento em calor e variação da energia interna do fluido).

Outros objetivos relativos à aplicação prática dos escoamentos turbulentos viscosos são a determinação da vazão do escoamento, das pressões e potências requeridas para vencer o atrito viscoso e as singularidades: cotovelos, válvulas, mudanças de área de seção, etc.

Para atingir esses objetivos as principais equações utilizadas são as da conservação massa, energia e quantidade de movimento além da análise dimensional, ferramenta extremamente importante quando se trata de escoamentos turbulentos.



Figura: *A Noite Estrelada* de Vincent Van Gogh.

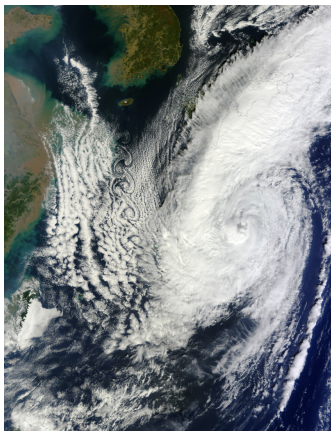


Figura: Turbulência atmosférica.



Figura: Grande mancha vermelha: Júpiter.

Turbulência

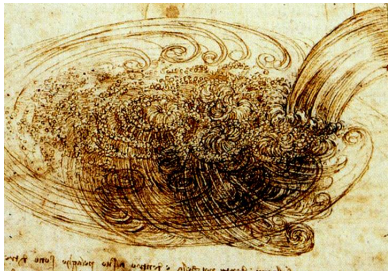


Figura: Desenho de Leonardo da Vinci (ca. 1510) sobre a turbulência.



Figura: Via Láctea.

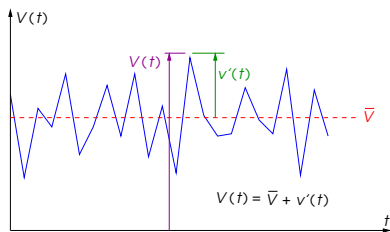
A grande maioria dos escoamentos encontrados na prática da engenharia são turbulentos.

Escoamentos turbulentos são complexos. Eles são dominados por flutuações de velocidade. Até hoje grande parte da teoria de escoamentos turbulentos permanece não desenvolvida.

Do físico alemão Werner Heisenberg: "Quando encontrar Deus, vou fazer-lhe duas perguntas: 'Por que a relatividade?' e 'Por que a turbulência?' Acredito que Ele terá uma resposta para a primeira."

O escoamento turbulento é caracterizado por flutuações aleatórias e rápidas de regiões em redemoinho de fluido, chamadas de **turbilhões**, em todo escoamento.

Escoamento Turbulento em Dutos: Flutuações e Médias



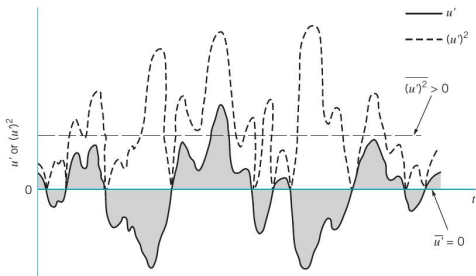
Para o escoamento turbulento o conceito de regime permanente deve ser entendido em função da sua média temporal. Quando esta média é constante no tempo, diz-se que o escoamento [turbulento] é permanente em média.

Para escoamentos turbulentos:

$$\tau = \tau_{lam} + \tau_{turb} = \mu \cdot \frac{d\bar{u}}{dy} - \rho \cdot \overline{u' \cdot v'}$$

onde o termo $\rho \cdot \overline{u' \cdot v'}$ é conhecido como tensão de Reynolds e tem valor sempre negativo.

Escoamento Turbulento em Dutos: Flutuações e Médias



A componente média da velocidade na direção x do escoamento, por exemplo, é dada por:

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} u(x, y, z, t) \cdot dt$$

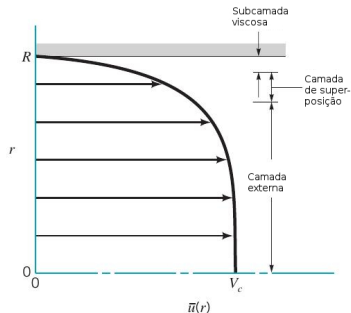
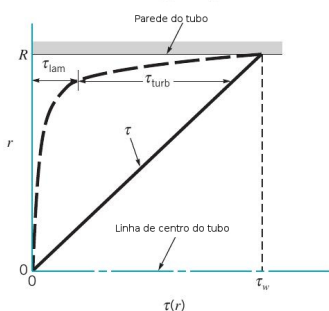
A média temporal da flutuação é nula:

$$\bar{u'} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} (u - \bar{u}) \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \left(\int_{t_0}^{t_0+T} u \cdot dt - \int_{t_0}^{t_0+T} \bar{u} \cdot dt \right) = \frac{1}{T} \cdot (T \cdot \bar{u} - T \cdot \bar{u}) = 0$$

Intensidade de turbulência:

$$I = \frac{\sqrt{\overline{(u')^2}}}{\bar{u}} = \frac{\left[\frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} (u')^2 \cdot dt \right]^{1/2}}{\bar{u}}$$

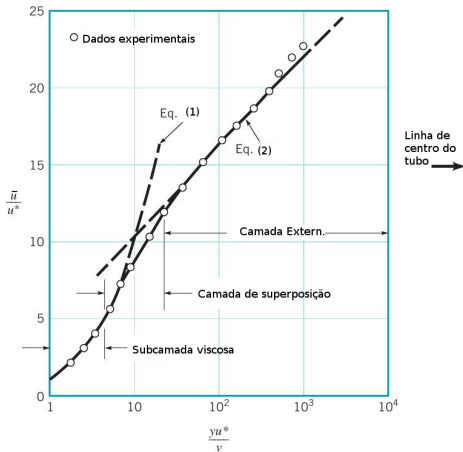
Escoamento Turbulento em Dutos: Estrutura



Normalmente, τ_{turb} é de 100 a 1000 vezes maior que τ_{lam} na camada externa, enquanto o inverso ocorre na subcamada viscosa.

“... ainda não existe um modelo de turbulência geral e completo que descreva como varia a tensão de cisalhamento num campo de escoamento incompressível, viscoso e turbulento qualquer.”[Munson]

Escoamento Turbulento em Dutos: Perfil de Velocidade



Perfil de velocidade na subcamada viscosa ($0 \leq y \cdot u^* / \nu \leq 5$):

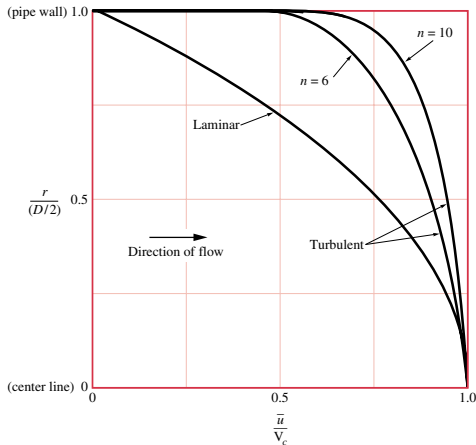
$$\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{y \cdot u^*}{\nu} \quad (1)$$

onde $y = R - r$ e u^* é a chamada velocidade de atrito dada por $u^* = (\tau_p / \rho)^{1/2}$.

Para a região central do tubo, dados experimentais e análise dimensional sugerem que:

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = 2,5 \cdot \ln\left(\frac{y \cdot u^*}{\nu}\right) + 5,0 \quad (2)$$

Escoamento Turbulento em Dutos: Perfil de Velocidade



O perfil de velocidades [experimental] para escoamento turbulento em tubos de parede lisa é dado pela *lei de potência*:

$$\frac{\bar{V}}{V_{max}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n} \quad (3)$$

onde V_{max} é a velocidade na linha de centro do tubo (máxima). A figura ao lado mostra valores típicos para o expoente n . O valor $n = 7$ é muito usado e frequentemente leva o perfil de potência a ser chamado "perfil de potência um sétimo".

Análise Dimensional do Escoamento em Tubos

No escoamento turbulento não se consegue avaliar a queda de pressão e, conseqüentemente, a perda de carga, de maneira analítica. Assim, para solução deste problema recorre-se à análise dimensional e aos experimentos. Tais práticas, aliadas à experiência de que $\Delta p_L = f(D, \bar{V}, L, \varepsilon, \mu, \rho)$, onde ε é a rugosidade absoluta da parede interna do tubo, permitem escrever que:

$$\frac{\Delta p_L}{\rho \cdot \bar{V}^2} = \phi \left(\text{Re}, \frac{L}{D}, \frac{\varepsilon}{D} \right)$$

A experiência mostra que a queda de pressão num escoamento turbulento é diretamente proporcional à razão L/D , o que, portanto, permite escrever que:

$$\frac{\Delta p_L}{\rho \cdot \bar{V}^2} = \frac{L}{D} \cdot \phi_1 \left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{D} \right)$$

Análise Dimensional do Escoamento em Tubos

Como o lado esquerdo é também adimensional, seu denominador pode ser multiplicado por $(1/2)$ que continuará adimensional, mas o denominador passará a ser a pressão dinâmica do escoamento (termo associado à energia cinética específica do escoamento). Assim,

$$\frac{\Delta p_L}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \bar{V}^2} = \frac{L}{D} \cdot \phi_2 \left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{D} \right)$$

A função desconhecida, $\phi_2(\text{Re}, \varepsilon/D)$ é o fator de atrito de Darcy, já apresentado na teoria de escoamento laminar em tubos. Lá ele era função somente de Re . Aqui, além de Re ele é função também da rugosidade relativa da parede interna do tubo, ε/D . Uma vez que $\Delta p_L = \rho \cdot g \cdot h_L$, segue-se que:

$$h_L = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\bar{V}^2}{2 \cdot g} \quad (4)$$

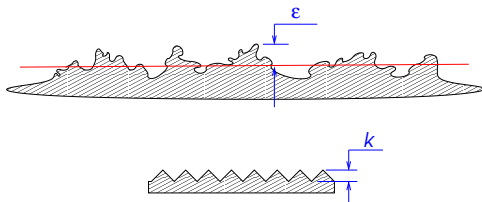
Perda de Carga Total

O termo h_L é a **perda de carga total** do escoamento numa tubulação. Esta perda de carga total é subdividida em duas outras: **perda de carga distribuída**, quando é devida aos trechos retos de tubo com área da seção transversal constante; e **perda de carga localizada ou singular** relativa às singularidades (elementos) tais como válvulas, conexões, etc. Estas perdas localizadas são tratadas como pequenas descontinuidades na linha piezométrica e nas linhas de energia e são causadas essencialmente por escoamentos separados ou secundários que *consomem* energia do escoamento. Deste modo, designando por h_d as perdas de carga distribuídas e por h_s as localizadas:

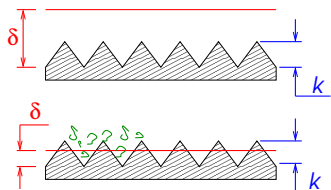
$$h_L = \sum_{i=0}^N h_{d,i} + \sum_{j=0}^M h_{s,j} \quad (5)$$

Perda de Carga Distribuída

As superfícies sólidas são formadas por protuberâncias e reentrâncias elementares, em geral, de forma e dimensões geométricas irregulares e não uniformemente distribuídas. Assim, idealiza-se uma superfície rugosa nos dutos com protuberâncias e reentrâncias uniformemente distribuídas e com forma e dimensões regulares. Define-se k a rugosidade uniforme e ϵ/D a rugosidade relativa, sendo ϵ a rugosidade absoluta (dimensional) e D o diâmetro do tubo (D_h para dutos de seção não circular).



Perda de Carga Distribuída



δ = espessura da camada limite

k = rugosidade uniforme

Define-se um duto como **hidraulicamente liso** quando a aspereza da superfície sólida fica imersa na camada limite. A rugosidade não promove ou agrava a turbulência do escoamento ($\delta > k$).

Define-se um duto como **hidraulicamente rugoso** quando as irregularidades penetram na região turbulenta fora da camada limite e aumentam sensivelmente o nível de turbulência.

Cada irregularidade atua como um promotor de turbulência produzindo descolamento e, conseqüentemente, formação de superfícies descontínuas, vórtices e esteiras ($\delta < k$).

Perda de Carga Distribuída

Na aula de *teoria* sobre conservação da energia foi visto que:

$$\frac{p_1}{\gamma_1} + \alpha_1 \cdot \frac{\bar{V}_1^2}{2.g} + z_1 + h_{bomba} = \frac{p_2}{\gamma_2} + \alpha_2 \cdot \frac{\bar{V}_2^2}{2.g} + z_2 + h_{turbina} + h_L \quad (6)$$

onde α é o coeficiente de correção da energia cinética que vale 2 para escoamentos laminares e aproximadamente 1 para escoamentos turbulentos¹.

Define-se a carga num duto por:

$$H = \frac{p}{\gamma} + \alpha \cdot \frac{\bar{V}^2}{2.g} + z$$

Portanto a Eq. (6) pode ser escrita como:

$$H_1 + h_{bomba} = H_2 + h_{turbina} + h_L \quad (7)$$

¹Para maiores detalhes consultar a aula de teoria referente a este assunto. 

Perda de Carga Distribuída

Para escoamentos completamente desenvolvidos $\alpha_1 \cdot \bar{V}_1^2 / (2.g) = \alpha_2 \cdot \bar{V}_2^2 / (2.g)$. Porém, a equação da continuidade para dutos de área da seção transversal constante de fluido incompressível fornece:

$\rho_1 \cdot \bar{V}_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot \bar{V}_2 \cdot A_2 \Rightarrow \bar{V}_1 = \bar{V}_2$. Assim, $\alpha_1 = \alpha_2$ e a Eq. (6), para uma situação onde não estão presentes nem bombas, nem turbinas, nem singularidades, resulta:

$$h_L = h_d = \Delta H = \left(\frac{p_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + z_2 \right) \quad (8)$$

Na ausência de transferência de calor, pode-se mostrar que:

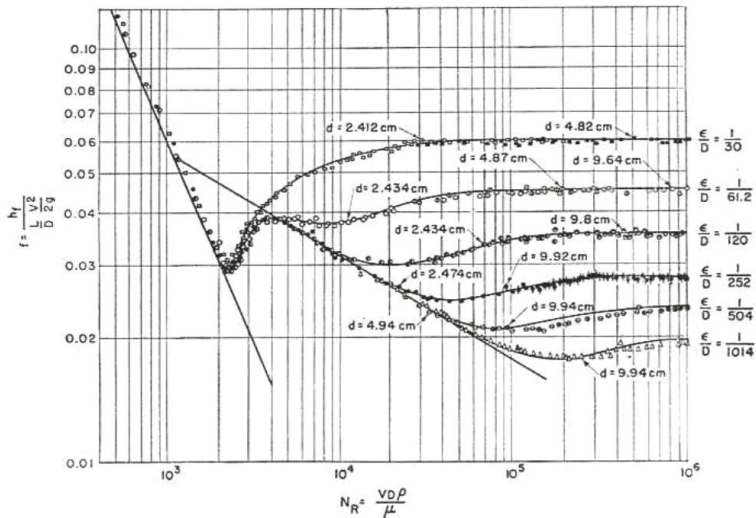
$$h_d = \frac{2 \cdot \tau_p \cdot L}{\gamma \cdot D_h}$$

onde L é o comprimento do duto e D_h seu diâmetro hidráulico (= diâmetro para um tubo).

Como visto na análise dimensional o fator de atrito, f , é função da rugosidade relativa, ε/D e do número de Reynolds, Re : $f = \phi(\varepsilon/D, Re)$.

Nikuradse usou tubos artificialmente rugosos, revestidos internamente por grãos de areia de dimensões uniformes e uniformemente distribuídos. Seus testes abrangeram a faixa de $1/30 < \varepsilon/D < 1/1024$. Para tanto, variava a vazão volumétrica, Q , na tubulação e media a queda de pressão para um trecho de comprimento L de tubo: $\Delta p_L = \gamma \cdot h_d$. A partir daí, calculava f a partir da Eq. (8). Seus resultados foram apresentados na forma de um diagrama (página seguinte).

Perda de Carga Distribuída



Perda de Carga Distribuída

Para a faixa na qual $Re < 2100$ tem-se o escoamento laminar que já foi amplamente explorado na aula L3: escoamento laminar viscoso em dutos. Aqui cabe somente recordar que neste tipo de escoamento f é independente de ε/D , sendo função apenas de Re : $f = 64/Re$.

Uma análise simples do diagrama obtido por Nikuradse sugere as seguintes regiões:

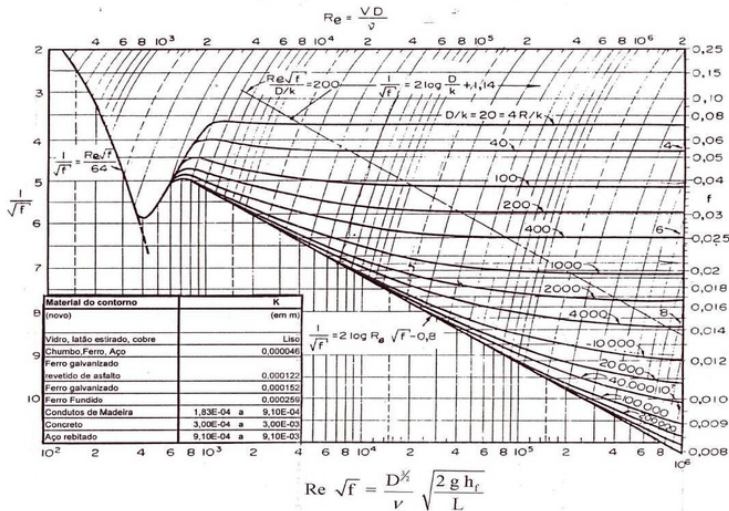
- para $Re > 10^5$, para o mesmo valor de rugosidade relativa, não há praticamente mudança no valor de f . Esta região é conhecida como hidraulicamente rugosa, pois a nela $f = \phi(\varepsilon/D)$ somente;
- para valores de Re dentro da faixa de transição e um pouco acima (estes valores são aproximados) todas as curvas de ε/D colapsam num única curva, indicando a independência de f em relação a ε/D nesta faixa. Assim, para esta região $f = \phi(Re)$ somente e a situação é chamada de hidraulicamente lisa. Neste caso a espessura da camada limite é maior que a rugosidade absoluta (ver *slides* anteriores);
- para valores de Re intermediários entre estas duas situações tem-se uma região de transição entre hidraulicamente liso e hidraulicamente rugoso, onde, então, $f = \phi(Re, \varepsilon/D)$.

Perda de Carga Distribuída

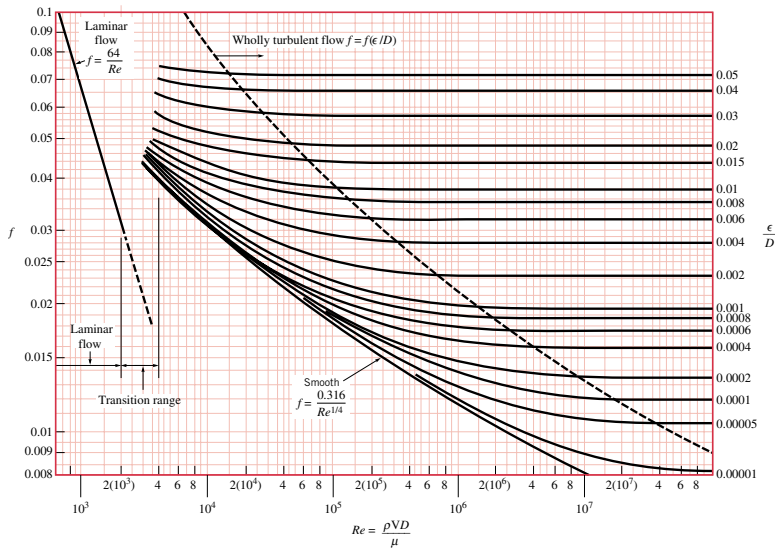
Rugosidade de tubos para alguns materiais comuns.

Tubo	Rugosidade, ϵ	
	Pés	Milímetros
Aço rebitado	0,003 – 0,03	0,9 – 9
Concreto	0,001 – 0,01	0,3 – 3
Madeira	0,0006 – 0,003	0,2 – 0,9
Ferro fundido	0,00085	0,26
Ferro galvanizado	0,0005	0,15
Ferro fundido asphaltado	0,0004	0,12
Aço comercial ou ferro forjado	0,00015	0,046
Trefilado	0,000005	0,0015
Plástico ou vidro lisos	0	0

Perda de Carga Distribuída: Diagrama de Rouse



Perda de Carga Distribuída: Diagrama de Moody



Perda de Carga Distribuída

Para evitar a necessidade de uso de métodos gráficos para determinação de f (como o diagrama de Moody), são utilizadas equações de predição de f em função de Re e ε/D . A primeira delas é a correlação de Colebrook, na qual está baseada toda a construção do diagrama de Moody:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{f}} \right) \quad (9)$$

Como a Eq. (9) é implícita, há uma equação que se costuma utilizar, com erro de no máximo 1%, para primeira estimativa de f :

$$f_0 = 0,25 \cdot \left[\log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^2$$

Para escoamentos turbulentos em tubos lisos ($\varepsilon/D = 0$) e $Re \leq 10^5$, utiliza-se a correlação de Blasius:

$$f = \frac{0,316}{Re^{1/4}} \quad (10)$$

A Eq. (10) é utilizada para deduzir uma expressão que obtém o valor da tensão de cisalhamento na parede interna do tubo para escoamento turbulento liso (portanto válida para as mesmas condições):

$$\tau_p = 0,0332 \cdot \rho \cdot \bar{V}^2 \cdot \left(\frac{v}{R \cdot \bar{V}} \right)^{1/4}$$

Perda de Carga Distribuída

Uma expressão muito utilizada para o cálculo explícito de f a partir de Re e ε/D é a correlação de Churchill:

$$f = 8 \cdot \left[\left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{3/2}} \right]^{1/12}$$

onde

$$A = \left\{ -2,457 \cdot \ln \left[\left(\frac{7}{Re} \right)^{9/10} + 0,27 \cdot \frac{\varepsilon}{D} \right] \right\}^{16}$$

e

$$B = \left(\frac{37530}{Re} \right)^{16}$$

Assume-se as seguintes hipóteses:

- 1 Escoamento isotérmico;
- 2 Fluido incompressível;
- 3 Escoamento em regime permanente (permanente em média para escoamento turbulento);
- 4 Escoamento em tubos: seção circular;
- 5 Rugosidade uniforme;
- 6 Escoamento completamente desenvolvido com área de seção constante.

São conhecidas a massa específica, ρ , e a viscosidade cinemática, ν , ou absoluta, μ , do fluido.

Nestas condições, as equações que regem este tipo de escoamento são:

Problemas Fundamentais da Perda de Carga Distribuída

- 1 Equação de Colebrook ou diagrama de Moody:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{\text{Re} \cdot \sqrt{f}} \right) \quad (\text{I}) : \text{esc. turb.}$$

$$f = 64/\text{Re} \quad (\text{I}') : \text{esc. lam.}$$

- 2 Equação da continuidade:

$$Q = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot \bar{V} = \text{Cte.} \quad (\text{II})$$

- 3 Número de Reynolds:

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot \bar{V} \cdot D}{\mu} = \frac{\bar{V} \cdot D}{\nu} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D \cdot \nu} = \frac{4 \cdot \dot{m}}{\pi \cdot D \cdot \mu} \quad (\text{III})$$

- 4 Fórmula universal da perda de carga distribuída:

$$h_d = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\bar{V}^2}{2 \cdot g} \quad (\text{IV})$$

São 4 equações e 6 incógnitas: f , D , \bar{V} , Q , Re e h_d . Assim, quando duas variáveis são dadas o problema admite solução única.

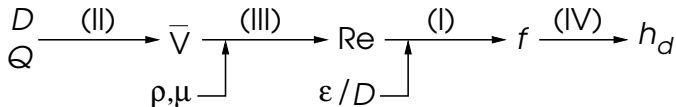
Muitos problemas envolvem cálculos iterativos por aproximações sucessivas. Porém, existem 3 problemas fundamentais mais comuns:

- 1 Cálculo da perda de carga: D e Q ou \bar{V} são dados e deve ser determinada h_d ;
- 2 Cálculo da vazão: D e h_d são dados e deve ser determinada Q ou \bar{V} ;
- 3 Cálculo do diâmetro da tubulação: Q e h_d são dados e deve ser determinado D .

Somente o primeiro caso tem solução direta. Nos demais deve-se iterar para calcular D ou \bar{V} , porque ambos estão contidos na ordenada e abscissa do diagrama de Moody.

1º Problema: Cálculo da Perda de Carga, h_d

São dados D e Q . Sequência de cálculos:



Via método numérico, por exemplo Newton-Raphson, pode-se calcular f e resolver a equação de Colebrook [Eq. (I)] que é implícita,... ou também pode-se usar tentativa e erro².

A seguir discutem-se os métodos iterativos a serem utilizados no 2º e 3º problemas.

²Há ainda a correlação de Churchill que, embora seja complexa, pode-se calcular f de modo direto, i.e., explícito.

2º Problema: Cálculo da Vazão, Q

Cálculo de Q ou \bar{V} , dados h_d , D , ε e L :

- 1 Calcular ε/D ;
- 2 Como 1ª aproximação admite-se escoamento hidraulicamente rugoso. Neste caso f não é mais função de Re , sendo apenas de ε/D . Assim, usa-se a equação $1/\sqrt{f} = 2. \log(D/\varepsilon) + 1,14$, para o cálculo deste primeiro valor de f ;
- 3 Da equação $h_d = f.(L/D).(\bar{V}^2/2.g)$ calcula-se \bar{V} e em seguida $Re = \bar{V}.D/\nu$;
- 4 Com Re usa-se a equação de Colebrook para determinar a 2ª aproximação de f ;
- 5 Repetem-se os passos 3 e 4 até convergência (geralmente de 2 algarismos significativos);
- 6 Calcula-se \bar{V} correspondente a f , e Q é determinado por $Q = \bar{V}.A$.

OBS: No passo 4 acima, pode-se substituir o uso da Eq. de Colebrook pela de Churchill.

3º Problema: Cálculo do Diâmetro do Duto, D

Cálculo de D , dados h_d , Q , ε e L . Não se conhece f , \bar{V} e D e, portanto, Re e ε/D , mas é possível rearranjar as equações básicas:

$$h_d = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\bar{V}^2}{2 \cdot g} = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot \left(\frac{\pi \cdot D^2}{4}\right)^2} \therefore D^5 = \frac{8 \cdot L \cdot Q^2 \cdot f}{h_d \cdot g \cdot \pi^2} \quad (\text{A})$$

$$Re = \frac{\bar{V} \cdot D}{\nu} = \frac{Q \cdot D}{\frac{\pi \cdot D^2 \cdot \nu}{4}} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D \cdot \nu} \quad (\text{B})$$

3º Problema: Cálculo do Diâmetro do Duto, D

- 1 Admite-se f ;
- 2 Calcula-se D pela Eq. (A);
- 3 Calcula-se Re pela Eq. (B);
- 4 Calcula-se ε/D ;
- 5 Com ε/D e Re calcula-se novo f a partir da equação de Colebrook;
- 6 Repete-se o procedimento até que f não varie mais (dentro de um erro previamente admitido);
- 7 Com f calcula-se D pela Eq. (A).

OBS: No passo 5 acima, pode-se substituir o uso da Eq. de Colebrook pela de Churchill.