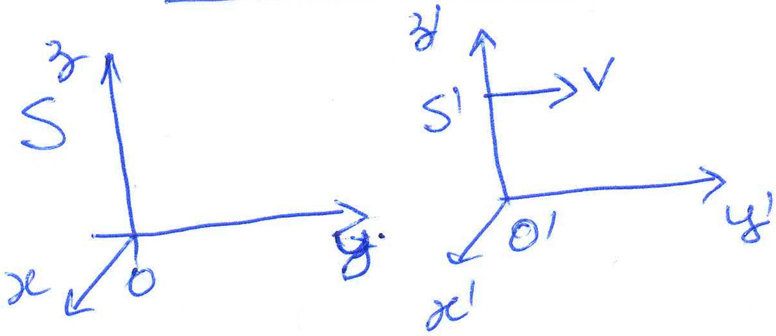
TRANSFORMAÇÕES DE LORENTZ



GALILEU

$$t = t'$$
$$y = y' + Vt$$
$$x = x'$$
$$z = z'$$

$\left(= \lim_{c \to \infty} \text{ dos transf. de Lorentz}\right)$

$$v_y = v_{y'} + V$$
$$v_x = v'_x$$
$$v_z = v'_z$$

INVERSAS: TROCAR $V \to -V$

$$y' = y - Vt$$
$$v'_y = v_y - V$$

LORENTZ

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$
$$t = \gamma\left(t' + \frac{Vy'}{c^2}\right)$$
$$y = \gamma(y' + Vt')$$
$$x = x'$$
$$z = z'$$

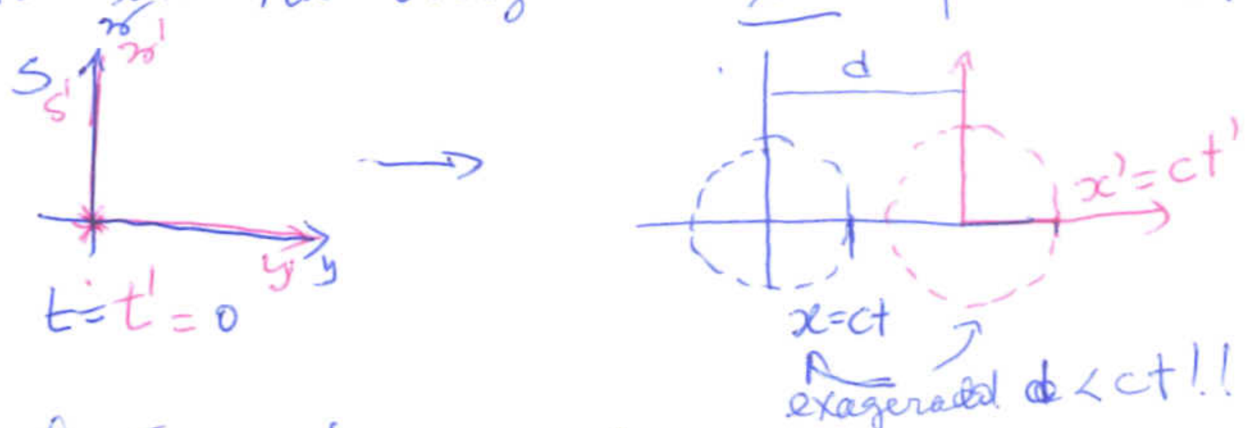
$$v_y = \frac{v_{y'} + V}{1 + \frac{v_{y'}V}{c^2}}$$
$$v_x = \frac{v'_x}{\gamma\left(1 + \frac{v'_y V}{c^2}\right)}$$
$$v_z = \frac{v'_z}{\gamma\left(1 + \frac{v'_y V}{c^2}\right)}$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{Vy'}{c^2}\right)$$
$$y' = \gamma(y - Vt)$$
$$v'_y = \frac{v_y - V}{1 - \frac{v_y V}{c^2}}$$

As transformações de Lorentz Aula 19

Vamos considerar um evento, p. ex. um flash de luz que ocorre em $t = t' = 0$, no instante em que S e S' se cruzam. Supondo o flash uma fonte puntiforme e isotrópica, a luz do flash formará uma frente de onda esférica, com centro na origem dos 2 sistemas.

Para $t, t' > 0$, como a luz tem velocidade c para os dois observadores Maria e João, ambos vão observar a frente de onda esférica, com centro na origem de seu referencial:



a relação entre x e x' no caso da relatividade de Galileu é $x = x' + Vt$. A nova transformação deve continuar sendo uma transformação linear que, no modo mais geral pode ser escrita como: $x = a_1 x' + b_1 t'$ ou $x = a_1\left(x' + \frac{b_1}{a_1} t'\right)$

tb devemos esperar que quando V é pequena, $a_1 \approx 1$ e $\frac{b_1}{a_1} = V$. Portanto, podemos esperar que a transformação que procuramos para ser escrita como:

$x = \gamma(x' + Vt')$ onde γ deve ser determinado.

Analogamente, para o tempo: $t = a_2 t' + b_2 x'$

Como p/ V pequeno $t = t'$, temos $a_2 \to 1$ e $b_2 \to 0$ quando $V \to 0$.

As transformações inversas são:

$x' = \gamma(x - Vt)$; $t' = a_2 t - b_2 x'$

Vamos aplicar essas transformações na frente de onda do flash vista pelos dois observadores:

$x = ct$; $x' = ct'$

$ct = \gamma(x' + Vt') = \gamma(ct' + Vt') = \gamma(c+V)t'$

$ct' = \gamma(x - Vt) = \gamma(ct - Vt) = \gamma(c-V)t$

portanto:

$$\left.\begin{aligned} ct &= \gamma(c+V)t' \\ \gamma(c-V)t &= ct' \end{aligned}\right\} \div \Rightarrow \frac{\gamma(c-V)}{c} = \frac{c}{\gamma(c+V)}$$

$$\gamma^2 = \frac{c^2}{c^2 - V^2} = \frac{1}{1 - V^2/c^2} \Rightarrow \boxed{\gamma = \sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Resta agora determinar a transformação $t \leftrightarrow t'$. Partimos de (3

$$x' = \gamma(x - vt) \quad e \quad x = \gamma(x' + vt')$$

$$x' = \gamma(\gamma(x' + vt') - vt) = \gamma^2 x' + \gamma^2 v t' - \gamma v t$$

$$\gamma v t = x'(\gamma^2 - 1) + \gamma^2 v t'$$

$$t = \gamma t' + x' \frac{(\gamma^2 - 1)}{\gamma v} = \gamma\left(t' + \frac{x'}{v}\frac{(\gamma^2-1)}{\gamma^2}\right)$$

$$t = \gamma\left(t' + \frac{x'}{v}\left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)\right) = \gamma\left(t' \frac{x'}{v}\left(1 - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\right)\right)$$

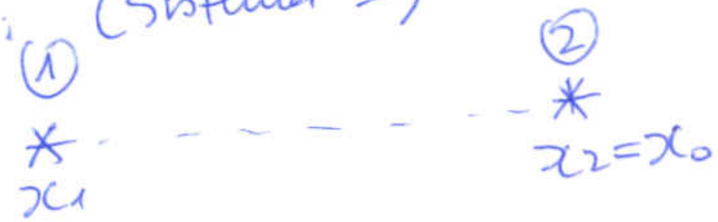
$$\boxed{t = \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right)} \qquad \begin{array}{l} a_2 = \gamma \\ b_2 = \frac{\gamma v}{c^2} \end{array}$$

veja que $\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{v \Delta x'}{c^2}\right)$.

Isto supondo que João, em S' mede t'_1 na posição x'_1 e t'_2 na posição x'_2. Nos exemplos que usamos p/ deduzir a dilatação dos tempos e contração das distâncias, João media t'_1 e t'_2 no mesmo ponto x' (os TICs) e portanto nesse caso $\boxed{\Delta t = \gamma \Delta t'}$

Definição de Simultaneidade

"Em um dado referencial S, dois eventos, um ocorrendo em x_1 e o outro em x_2 são simultâneos se um observador, colocado na posição $x_0 = \frac{x_1+x_2}{2}$ os observar ocorrendo ao mesmo tempo". Para observadores que não estão no ponto médio, a conclusão de que esses eventos são simultâneos será um pouco diferente. Por exemplo, se o observador estiver em X_2: (Sistema S)



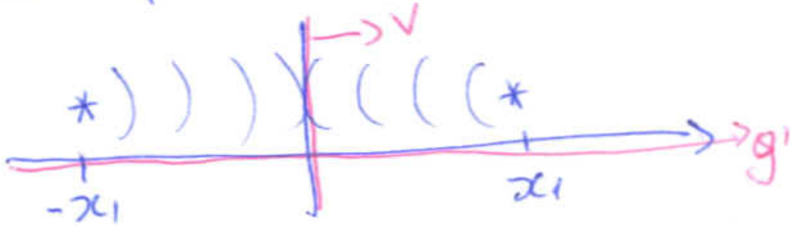
então ele vai observar o evento 1 em t_1 e o 2 em t_2. se $t_1 = t_2 + \frac{x_2 - x_1}{c}$ então os eventos são simultâneos p/ o observador em x_2.

Se um observador conclui que 2 eventos são simultâneos em seu referencial (S) então todos os observadores nesse referencial S vão concordar que os eventos são simultâneos.

- Observadores em um referencial que se move em relação S não verão esses eventos como simultâneos

Vamos considerar o seguinte exemplo.

Quando o trem de João (S') está passando na estação, no instante $t = t' = 0$ Maria vê dois vagalumes piscarem simultaneamente, um em x_1 e o outro em $-x_1$

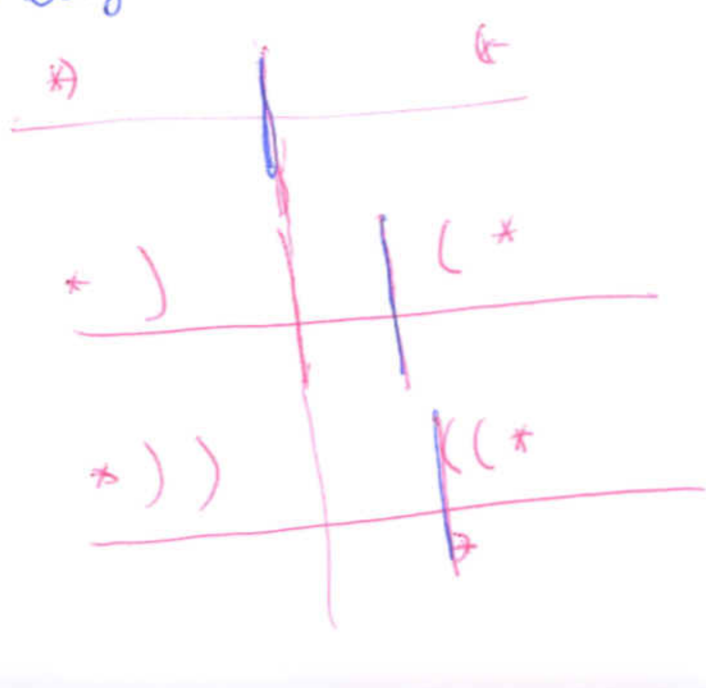


Isso significa que o pulso de luz emitido pelos vaga-lumes chegaram simultaneamente aos olhos de Maria que estava na origem de S.

Já João, que se desloca p/ a direita, vai concluir que o vagalume em x'_1 piscou primeiro.

em $t = 0$ $(t' = 0)$ $x'_1 = \gamma x'_1$, $-x'_2 = \gamma x'_2 = -\gamma x_1$

$\Rightarrow$ João está no ponto médio entre x'_1 e x'_2 (origem de S'). Mas como ele se desloca p/ a direita, verá a luz de x'_1 chegar antes.



Um outro passageiro, em um trem andando na direção oposta à de João, com as mesmas condições iniciais (origens coincidindo em $t=t'=t''=0$) veria o vagalume em $-x''_1$ piscar primeiro.

João e Maria: Maria x_1 e $-x_1$ $t_1 = t_2$

$$\overset{\shortparallel}{x_2}$$

João: $x'_2 = -x'_1$.

$$t'_1 = \gamma\left(t_1 - \frac{v x_1}{c^2}\right) \quad t'_2 = \gamma\left(t_2 - \frac{v x_2}{c^2}\right)$$

$$t'_2 - t'_1 = \gamma\left(t_2 - t_1 - \frac{v(x_2 - x_1)}{c^2}\right) = \gamma\left(0 + \frac{2 v x_1}{c^2}\right)$$

$$t'_2 - t'_1 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{t'_2 > t'_1}}$$