Exemplos - Dilatação do tempo

- O decaimento do muon.

- Meson μ (muon) são produzidos em repouso (ou com $v \ll c$) em laboratórios, pela colisão de feixes de partículas em altas energias ou em reatores nucleares. ~~Determinou~~
O muon é uma partícula instável. Se N_0 muons são produzidos no lab. em $t=0$, então em um instante $t>0$ o número de muons sobreviventes é dado por: $N = N_0 e^{-t/\tau}$ onde τ é a vida-média do muon. Essa lei (decaimento radioativo) é obedecida por todas as partículas instáveis. Para o muon, esse valor é bem conhecido

$$\tau_\mu = 2{,}196981 \pm 0{,}000002 \ \mu s.$$

Os muons (μ^+, μ^-) decaem principalmente pelo processo $\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ e $\mu^+ \to e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ (μ^+ = anti-muon).

Portanto, se num dado instante ($t=0$) a população de muons for N_0, depois de $\sim 2{,}2 \mu s$ ela será

$$N = N_0 e^{-1} = N_0/e \simeq N_0/2{,}7.$$

Mas muons tb são produzidos na alta atmosfera, pela colisão de raios cósmicos (prótons) com os gases N_2, O_2, H_2 etc., com velocidade inicial próxima à da luz.

Se aproximarmos a velocidade do muon em $t=0$ p/ $v \simeq c$; então, em 2,2 μs ele percorreria uma distância $l = 3\times10^8 \times 2.2\times10^{-6} = 660$ m.
Portanto se, p.ex. a 10.000 m de altura temos $\simeq$ 1000.000 de muons, na superfície sobraria $\simeq$ 1 muon; usando a física clássica. ($ct_s = 10.000$

$$t_s = \frac{10^4}{3\times10^8} = \frac{10^{-4}}{3} = 3\times10^{-5}s = 30\ \mu s.$$

$$N = \cancel{N_0}^{1000.000}\ e^{-30/2,2} \simeq 1.$$

Entretanto o numero observado na superficie da Terra é de $\simeq$ 50.000! Esse é o resultado previsto, supondo $\frac{v}{c} \simeq 0,98 \Rightarrow \Delta t \cong \Delta t'.5$ ou ~~$\Delta t \neq$~~ $\tau_v = \tau_0 . 5 = 11\ \mu s$. (A meia-vida do τ visto da Terra (o τ está em um referencial que se move em relação ao chão).

Experimento Hafele & Keating

- Em 1971 foi realizado um experimento para se determinar a dilatação do tempo, colocando-se um relógio atômico (Cs) em um avião, que deu a volta ao mundo (no equador) tanto no sentido leste-oeste quanto no sentido oposto. Quando voando na direção do leste, a precisão era de 40 ns de diferença com relógio identico deixado em repouso na superfície da Terra e de 273 ns quando voasse na direção oeste. (subtraindo e somando a velocidade do avião com a velocidade de rotação da Terra). A comparação foi feita com um relógio estacionário em relação ao eixo da Terra, como p. ex. um localizado no Polo Norte. Note que há aqui tb. o efeito da variação (diminuição) da gravidade com a altitude, e portanto uma "contração" do tempo, de acordo com a ~~RR~~ relatividade geral.

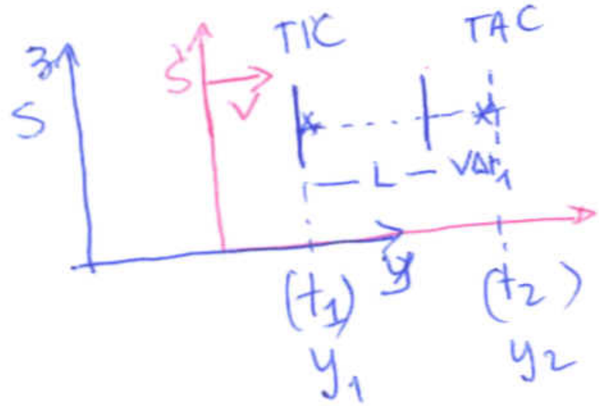
Satélites de GPS

Como estão em baixo campo gravitacional, o efeito da R.G. é muito mais que o da R.R. A R.Geral prevê que o relógio no satélite deve girar 45900 ns a menos por dia, enquanto que os efeitos de R. Restrita predizem mais 7200 ns. por dia. Então os relógios p/ o sistema GPS são calibrados para a diferença líquida (38700 ns mais rápido que um relógio estacionário).

Contração das distâncias

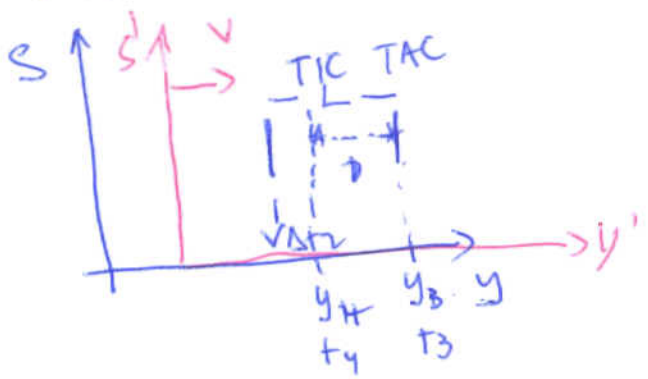
Usando o relógio de luz, verificamos a dilatação do tempo. Mas João, no sistema S', podia ter deixado o relógio deitado, que marcaria exatamente o mesmo tempo para ele, e se a relatividade estiver correta, Maria no sistema S (plataforma da estação) também deveria medir o mesmo intervalo de tempo que mediu entre dois TICs consecutivos:

TIC → TAC $\quad \Delta t = \dfrac{\Delta t'}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$



$$\Delta t_1 = (t_2 - t_1)$$
$$y_2 - y_1 = L + V\Delta t_1$$
$$\Delta t_1 = \frac{\Delta y}{c} = \frac{L + V\Delta t_1}{c}$$
$$c\Delta t_1 = L + V\Delta t_1$$
$$\Delta t_1 (c - V) = L$$
$$\Delta t_1 = \frac{L}{c-V}$$

TAC → TIC



$$\Delta t_2 = t_4 - t_3$$
$$\Delta y = L - V\Delta t_2$$
$$\Delta t_2 = \frac{\Delta y}{c} = \frac{L - V\Delta t_2}{c}$$
$$\Rightarrow \Delta t_2 = \frac{L}{c+V}$$

Δt (TIC-TAC-TIC):

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{L}{V-c} + \frac{L}{V+c} = \frac{2Lc}{V^2-c^2} = \frac{2L}{c}\frac{1}{1-V^2/c^2}$$

mas $\Delta t'$ (TIC-TAC-TIC) medido por João é:

$$\Delta t' = \frac{2L'}{c} \quad \text{e} \quad \Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\frac{2L}{c}\frac{1}{1-\frac{V^2}{c^2}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = \frac{2L'/c}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \Rightarrow L = \frac{L'(1-V^2/c^2)}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$$

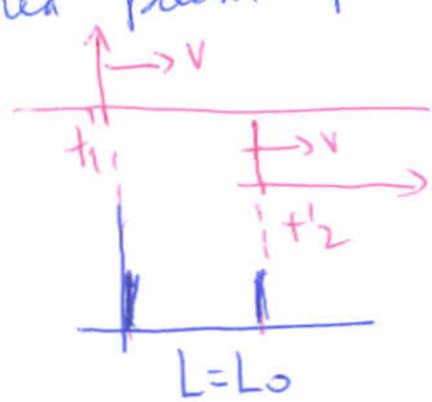
ou $\boxed{L = L'\sqrt{1-V^2/c^2}}$

- Maria observa o relógio de João com um comprimento **menor** que aquele medido quando o relógio está parado (contração das distâncias). O comprimento de um objeto medido em repouso é chamado **comprimento próprio**. Em geral ~~se~~ é designado como Lo ou com ~~uma~~ a letra grega λ!

$$L = L_0 \sqrt{1 - V^2/c^2} \quad \text{ou} \quad L = \lambda \sqrt{1 - V^2/c^2}$$

Há uma outra maneira de se obter essa relação. Vamos determinar a velocidade relativa (V) entre João e Maria, medindo (por João e por Maria) o intervalo de tempo para se percorrer uma distância igual ao comprimento do relógio.

a) João mede o ~~p~~ $\Delta t'$ que leva p/ o relógio de Maria passar pela origem de S'



$\Delta t' = t'_2 - t'_1$

- João vê o relógio de Maria com comprimento L'

$$V = \frac{L'}{\Delta t'}$$

b) Maria mede a velocidade de João, determinando o intervalo de tempo Δt que leva p/ a origem de S' passar por cada extremidade do seu relógio.

$$V = \frac{L}{\Delta t} \quad (L = L_0 !)$$

Portanto $\frac{L_0}{\Delta t} = \frac{L'}{\Delta t'}$, ou $L' = L_0 \frac{\Delta t'}{\Delta t}$

Mas sabemos que $\frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{L' = L_0 \sqrt{1-V^2/c^2}}$

Notem que se tentarmos obter essa relação fazendo Maria e João medir a velocidade V relativa, com a observação do relógio de João, obtemos um resultado incorreto!

a) João mede V, determinando $\Delta t'$ = o intervalo de tempo decorrido na passagem da origem de S pelas extremidades de seu relógio:

$V = \frac{L'}{\Delta t'}$, $(L' = L_0 !!)$.

b) Maria mede V determinando Δt o intervalo que leva p/ as extremidades do relógio de João passar pela origem de S:

$V = \frac{L}{\Delta t}$ $\Rightarrow$ $\frac{L}{\Delta t} = \frac{L'}{\Delta t'}$ $L = \frac{L'}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$

mas $L' = L_0$ neste caso: $\boxed{L = \frac{L_0}{\sqrt{1-V^2/c^2}}}$ ← ERRADO!!

Esse procedimento não é válido, pois João mediu o intervalo de tempo entre 2 eventos que ocorreram em posições diferentes de seu referencial!

Mais adiante, quando obtivermos as transformações de Lorentz veremos como fazer essa medida corretamente.