

Relatividade

Aula
17

1

O que chamamos de "Teoria da Relatividade Restrita" é o conjunto de transformações que nos permitem saber como relacionar acontecimentos vistos ~~de diferentes~~ por diferentes observadores, em movimento retilíneo e uniforme em relação ~~entre~~ aos outros. Vamos antes definir alguns conceitos básicos.

- Evento: Um evento é um acontecimento - Descrevem um evento por suas coordenadas x, y, z indicando a posição em que ocorreu, e o instante t da ocorrência.

- Observador: Vai observar e determinar (x, y, z, t) do evento.

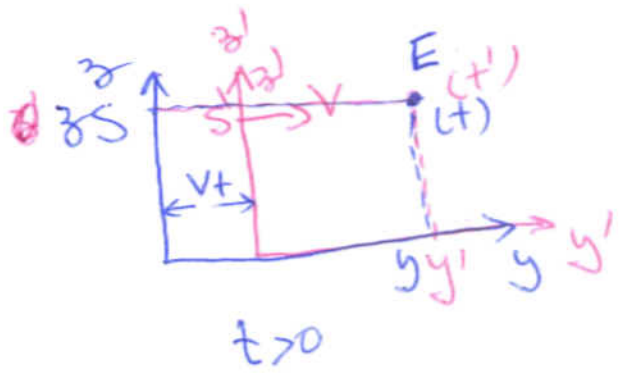
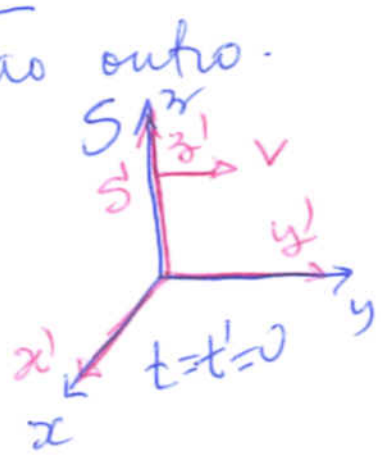
- Referencial: As coordenadas x, y, z, t são medidas em sistemas de referência. Cada observador usa um sistema ^{em relação ao} ~~no~~ qual ele está em repouso.

- Diferentes observadores medirão ou descreverão o mesmo evento de maneira diferente.

Vamos considerar dois observadores (Maria e João) em movimento relativo entre si, com velocidade v na direção do eixo y . Vamos considerar tb que os dois sistemas de referência (S , com coordenadas x, y, z ^{em relação ao} ~~em~~ qual Maria está em repouso e S' , com coord. x', y', z' em relação ao qual João está em repouso.) Maria e João tb têm relógios

coincidem em $t=0$

que são ajustados p/ $t=t'=0$ no instante em que as 2 referencias coincidem. São relógios idênticos, marcam exatamente o mesmo tempo. Maria e João estão em repouso em relação ao outro.



Relatividade de Galileu.

O princípio de relatividade, devido a Galileu, pode ser enunciado de várias formas:

- Não há nenhum experimento, realizado totalmente dentro de um vagão fechado, que permita decidir se o vagão está parado ou se ~~está~~ se movendo com velocidade constante. (Não há movimento absoluto).

→ As leis da física são as mesmas dentro de um vagão parado ou de um ~~vagão~~ se movendo com velocidade constante em relação a ele.

- Esse princípio está incorporado na Mecânica Newtoniana. Para o nosso sistema S (Maria) e S' (João) as relações entre as coordenadas

do evento E são dados por:

Visto por Maria: (x, y, z, t)

Visto por João (x', y', z', t')

$t = t'$ (o tempo é uniforme e absoluto, segundo Newton)

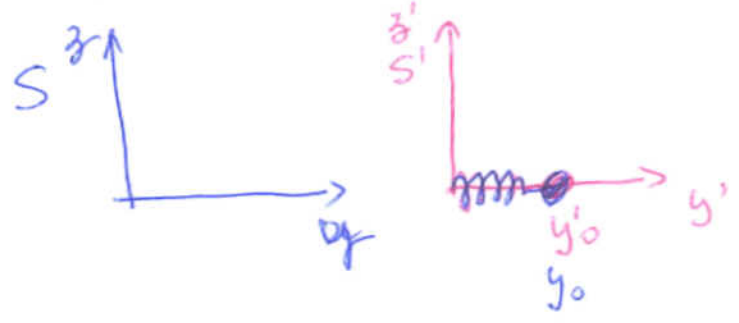
$x = x'$
 $z = z'$ (não há movimento relativo nessas direções)

$$y = y' + vt$$

e a transformação inversa, $y' = y - vt$.

As leis de Newton são invariantes (são as mesmas) nestas e em quaisquer outras referências inerciais.

P. ex. massa + mola usita nos 2 sistemas.



$$F = -k(y' - y'_0)$$

$$(y' - y'_0) = A \cos \omega t \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$v' = \frac{dy'}{dt} = -\omega A \sin \omega t$$

$$a' = \frac{dv'}{dt} = -\omega^2 A \cos \omega t = -\frac{k}{m}(y' - y'_0)$$

Passando p/ S:

$$y = y' + vt$$

$$y_0 = y'_0 + vt$$

$$(y - y_0) = (y' - y'_0) = A \cos \omega t$$

$$v = \frac{dy}{dt} = -A \omega \sin \omega t$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos \omega t = -\frac{k}{m} y$$

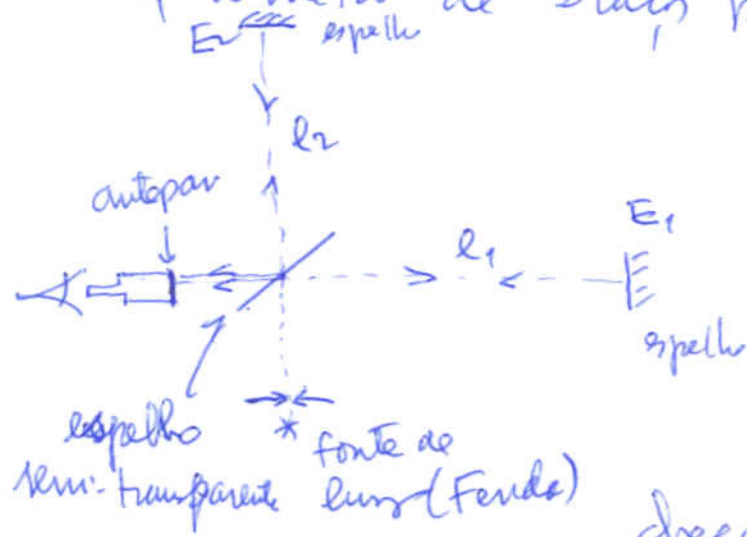
(4)

Notem que um evento não acontece em um ou outro referencial. Ele ocorre em uma dada região do espaço físico e em um dado instante de tempo. É observado em um referencial!

Em meados do século XIX, após o desenvolvimento conceitual do eletromagnetismo por Maxwell, com a descoberta das ondas eletromagnéticas e constatação de que a luz tb era uma onda desse tipo, viu-se tb que as equações de Maxwell não obedeciam às transformações de Galileu. Tb, parecia haver necessidade de se medir um meio para a propagação das ondas EM. que foi chamado de ether. Várias tentativas de se medir ou confirmar a existência do ether luminoso foram infrutíferas. As medidas mais famosas e importantes foram as realizadas durante vários anos por A. Michelson, na Alemanha e posteriormente juntamente com E. Morley deram resultados negativos: Não havia nenhuma indicação de que a Terra se movesse em relação ao ether hipotético. O experimento, de altíssima precisão e estabilidade, ^{era} constituído de um

Interferômetro de braços perpendiculares:

(5)



Se $l_1 = l_2$ e os espelhos perfeitamente perpendiculares, os dois feixes de luz refletidos por E_1 e E_2 chegam em fase no analisador de observação e vê-se uma mancha luminosa.

Entretanto, se p.ex. o espelho E_1 for ligeiramente inclinado, então em algumas regiões do campo de visão os raios chegarão em oposição de fase e se observará um conjunto de franjas de interferência.



Se em um dado ponto da órbita terrestre, a velocidade dela em relação ao éter fosse paralela a um dos braços (l_1) então a luz gastaria menos tempo por percorrer essa distância, de acordo com as transformações de Galileu e então as franjas mudariam de lugar. O previsto no experimento original, era um deslocamento de $0,04d$ ($d =$ distância entre as franjas) e no versão Michelson-Morley era de $0,4d$ (o aparelho podia perceber mudanças de $0,01d$!!).

A conclusão de todos os experimentos: não há ether, a luz não depende de um meio p/ se propagar, e sua velocidade não depende de velocidade da fonte ou do observador.

Em 1905, o jovem Albert Einstein verificou que ele podia fazer as equações do eletromagnetismo ficarem invariante, postulando uma nova relatividade, que além do princípio de Galileu, impunha a constância de velocidade da luz.

A história é longa, vários outros antes de Einstein chegaram perto da resposta (Lorentz, Poincaré e outros), mas foi Einstein quem percebeu a origem do problema, vendo que o tempo também depende do observador! ($t \neq t'$ na passagem de S p/ S')

Se tomarmos então os 2 postulados da relatividade:

- As leis da física são as mesmas em quaisquer referencias inerciais
- A velocidade de luz no vácuo é uma constante que independe do observador.

Podemos chegar nos novos transformações que são conhecidos como Transformação de Lorentz

Para ver o que acontece com o intervalo de tempo entre dois eventos, quando observado por Maria (sistema S fixo na estação) e por João (no trem, com velocidade de v em relação a Maria)

deveremos construir um relógio que seja fácil de entender o funcionamento e de duplicação. Vamos tomar como unidade de tempo (segundo, micro-segundo) o intervalo de tempo que um pulso de luz gasta para ir e voltar ~~sendo cont~~ entre dois espelhos paralelos.



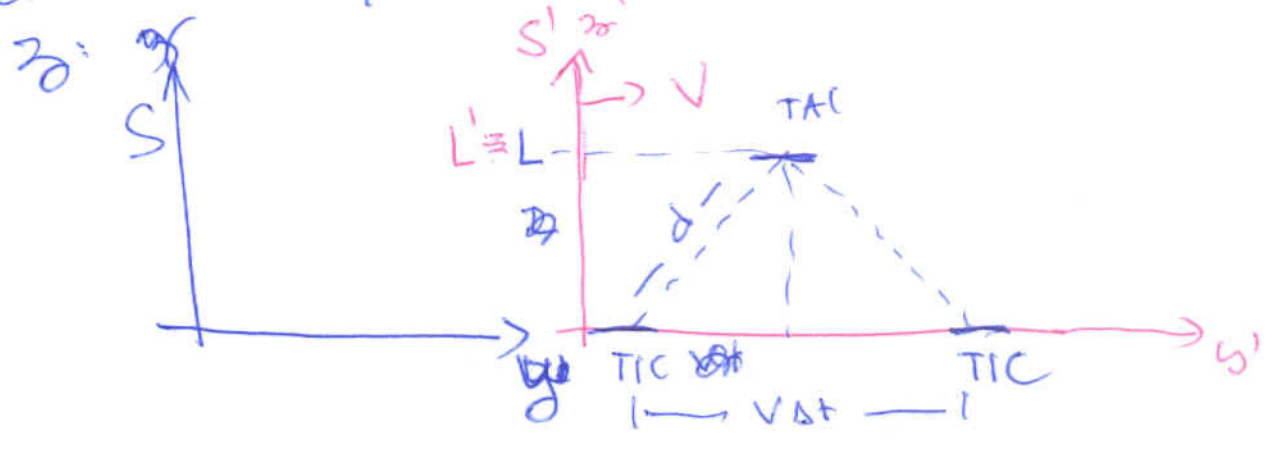
O intervalo de tempo entre dois TICs (chega no espelho de baixo) ou dois TACs (chega no espelho de cima) é $t = \frac{2L}{c}$ onde L é a distância entre

os espelhos. Maria e João tem cada um um relógio desses; idêntico. Podemos imaginar um contador eletrônico, que é ^emae mentado cada vez que há um TIC ou um TAC.

João, em S' , vai medir um intervalo de tempo entre 2 TICs como

$$\Delta t' = \frac{2L'}{c} \text{ onde } L' \text{ é a distância entre}$$

os espelhos, medido por João. Vamos imaginar que o relógio de João esteja localizado verticalmente com a direção do feixe de luz paralelo ao eixo



Visto por Maria o raio de luz percorreu uma distância $2d = 2\sqrt{L^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2}$. Portanto o tempo decorrido entre os dois eventos será, de acordo com Maria:

$$\Delta t = \frac{2d}{c} = \frac{2\sqrt{L^2 + \frac{v^2\Delta t^2}{4}}}{c}$$

$$c^2\Delta t^2 = 4L^2 + v^2\Delta t^2 \Rightarrow \Delta t^2(c^2 - v^2) = 4L^2$$

ou $\Delta t = \frac{2L}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

Portanto Maria observa um intervalo de tempo maior entre os dois eventos. Se v é próximo de c , ela vê as coisas acontecerem (no vagão) em câmera lenta.

Paradoxo dos Gêmeos

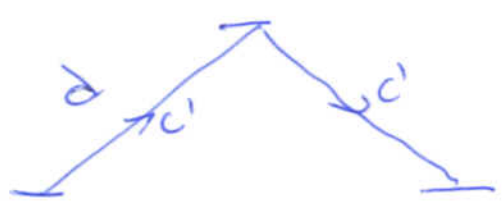
Vamos supor que Maria e João são gêmeos e que o tempo de João está andando a uma velocidade tal que $\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 0,96$. Portanto $\Delta t' = \Delta t \times 5$. Isso significa que a cada segundo marcado pelo relógio de João, o de Maria marca 5 segundos. Então ~~se~~ quando João viveu um ano (envelheceu um ano), para Maria se passaram 5 anos. Vamos agora supor que João fez uma viagem que durou, para ele dois anos de ida e depois seu tempo faz uma longa curva em U e retorna, portanto para João a viagem toda durou 4 anos. Para Maria a viagem de João durou $4 \times 5 = 20$ anos! Ela agora está muito mais velha que João!

O paradoxo consiste no fato de que para João, ele está parado e é Maria (e a plataforma) que se moveu com velocidade $-v$. Portanto, para ele é que teriam passado 20 anos, enquanto Maria só teria envelhecido 4 anos. (9)

A solução do paradoxo envolve mais que a Relatividade especial, pois João deve ter antes ter sofrido uma grande aceleração até atingir a velocidade de voo e depois uma grande desaceleração para inverter a direção de \vec{v} . Já Maria não passou por nenhuma aceleração, portanto o problema não é simétrico como parecia na análise simples.

Como fica a diferença entre Δt e $\Delta t'$ na Física Clássica??

Se repetirmos o procedimento considerando que a ~~velocidade~~ velocidade de luz não é constante, mas obedece às transformações de Galileu, quando visto por Maria, a luz tem uma velocidade $c' = \sqrt{c^2 + v^2}$. ~~na direção de~~



Portanto $\Delta t = \frac{2d}{c'} = \frac{2\sqrt{L^2 + \frac{v^2 \Delta t'^2}{4}}}{\sqrt{c^2 + v^2}}$

$$\Delta t^2 (c^2 + v^2) = 4L^2 + v^2 \Delta t'^2$$

$$\Delta t^2 = \frac{4L^2}{c^2} = \Delta t'^2 \Rightarrow \boxed{\Delta t = \Delta t'}$$