# Estudo do movimento de um cilindro rígido com uma massa concentrada interna submetido a uma força hidrodinâmica harmônica

Daniela M. U. Kawaguti Tatiana Ueno

Universidade de São Paulo - USP

Seminário da disciplina PEF 5916 - Dinâmica e Estabilidade das Estruturas

### RESUMO

Este trabalho trata do estudo do movimento de uma estrutura, submetida a uma força hidrodinâmica harmônica, que contém um elemento interno de massa concentrada. A análise decorre-se de forma simplificada, admitindo liberdade de movimento da estrutura em apenas uma direção, e permite verificar o comportamento da estrutura nos regimes livre e forçado, no qual age uma força hidrodinâmica harmônica. Este estudo é relevante pela possibilidade da ocorrência de vibrações induzidas pela emissão de vórtices (VIV).

PALAVRAS-CHAVE: vibrações induzidas pela emissão de vórtices, elemento interno de massa concentrada, equações de movimento amortecidas.

## INTRODUÇÃO

A análise dinâmica de estruturas abrange problemas dos mais variados tipos na engenharia, entre eles os relacionados à interação fluidoestrutura, que abordam as vibrações induzidas pelo escoamento.

O fenômeno de vibração induzida pela emissão de vórtices (VIV), caso particular das vibrações induzidas pelo escoamento, tem sido objeto de estudo de grande importância, devido suas aplicações e por ser um fenômeno ressonante. Na engenharia civil, forças oscilatórias agem em estruturas, como estais de pontes. Na engenharia oceânica, tal fenômeno pode reduzir a vida útil dos *risers* por conta da fadiga.

A formação de vórtices inicia-se com a separação do escoamento de um fluido real, de viscosidade não nula, ao redor de uma estrutura de seção circular em duas camadas cisalhantes livres. Esta separação ocorre em função de um gradiente adverso de pressão que, juntamente com o atrito, provoca desaceleração do fluido até que a sua velocidade inverta de sentido e, assim, separe o escoamento. A interação das camadas cisalhantes entre si é responsável pela formação e desprendimento alternado de vórtices.

Quando a frequência de desprendimento de vórtices coincide com a frequência natural da estrutura, tem-se a ressonância, também chamada de *lock-in* ou sincronização. Nesta situação, de acordo com Franzini (2013), há um aumento da amplitude de oscilação da estrutura e mudanças significativas no escoamento. Vale ressaltar que a amplitude máxima de oscilação é limitada a valores na ordem da dimensão característica da seção transversal da estrutura, o que no caso de cilindros circulares é o diâmetro.

No contexto do VIV, o problema mais estudado consiste em um cilindro rígido montado em uma base elástica, com determinada rigidez e constante de amortecimento; e que apresenta liberdade de oscilação na direção transversal à correnteza incidente. Esta condição é denominada de um grau de liberdade. Após o final da década de 1990, o problema

com dois graus de liberdade ganhou importância. No caso de dois graus de liberdade, as oscilações ocorrem na direção transversal e paralela à correnteza incidente.

Dentro deste cenário, estudou-se um modelo de cilindro rígido montado em base elástica, com uma massa concentrada interna e liberdade de movimento apenas na direção transversal à correnteza incidente. Esta massa apresenta certo deslocamento em relação ao cilindro e, de acordo com pesquisas em desenvolvimento, pode apresentar a capacidade de reduzir a amplitude de oscilação sem modificar o escoamento ao redor da estrutura.

Para a análise do movimento, construiu-se um simulador numérico, na plataforma MATLAB®, o qual permitiu analisar e comparar o comportamento do cilindro principal e da massa concentrada em regime livre e regime forçado.

## MODELO E METODOLOGIA DE ANÁLISE

Propôs-se um sistema de dois graus de liberdade para análise do movimento. Ele é composto por um cilindro rígido, de massa M e diâmetro D, montado em base elástica e um elemento interno de massa concentrada m. Em ambos são acoplados uma resistência elástica e um amortecedor, cujos valores de resistência e amortecedor são, respectivamente,  $k_s \in C_s$  ao elemento interno, e  $k \in C$  ao cilindro, como mostra a Figura 1.  $U_{\infty}$  representa a velocidade do escoamento transversal ao cilindro e N uma força hidrodinâmica harmônica, dada por  $\frac{1}{2}\rho U_{\infty}^{-2}C_LDLsen\left(2\pi S_L \frac{U_{\infty}}{D}t\right)$ .



Figura 1 - Representação esquemática do modelo estudado

As equações de movimento representativas do modelo foram obtidas através do método de Euler-Lagrange e estão apresentadas abaixo:

$$m\ddot{Y} + m\ddot{Y}_s + k_s Y_s + C_s \dot{Y}_s = 0 \tag{1}$$

$$M\ddot{Y} + m\ddot{Y} + m\ddot{Y}_{s} + kY + C\dot{Y} = \frac{1}{2}\rho U_{\infty}^{2}C_{L}DLsen\left(2\pi S_{t}\frac{U_{\infty}}{D}t\right)$$
(2)

Por uma questão de conveniência e facilidade na análise dos resultados, as equações foram adimensionalizadas e foram obtidas as seguintes equações:

$$\ddot{y} + \ddot{y}_s + \beta^2 y_s + 2\xi_s \beta \dot{y}_s = 0 \tag{3}$$

$$\ddot{y} + \frac{\eta}{1+\eta}\ddot{y}_{s} + y + 2\xi_{r}\dot{y} = \frac{U_{r}^{2}C_{L}sen(\tau S_{t}U_{r})}{2\hat{m}\pi^{3}}$$
(4)

sendo os adimensionais usados:  $\eta = \frac{m}{M}, y = \frac{Y}{D}, y_s = \frac{Y_s}{D}, \tau = t\omega_r, \omega_r = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = 2\pi f_r, \ \omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{m}}, \ \xi_r = \frac{C}{(M+m)2\omega_r}, \ \xi_s = \frac{C_s}{m2\omega_s}, \ \beta = \frac{\omega_s}{\omega_r}, \ \hat{m} = \frac{4(M+m)}{\rho\pi D^2L} \ e \ U_r = \frac{U_{\infty}2\pi}{f_r D}.$ 

As equações diferenciais de segunda ordem (3) e (4) foram resolvidas utilizando o software MATLAB®, utilizando-se o método Runge-Kutta de  $4^{a}$ - $5^{a}$  ordem.

### **RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Inicialmente, simulou-se o sistema sem força externa (vibração livre) e obteve-se as respostas dos deslocamentos do cilindro principal e do elemento interno. Os parâmetros adimensionais utilizados, a partir de Sato (2017), foram:  $\eta = 0.5$ ;  $\beta = 0.25$ ;  $\xi_r = 0.05$ ;  $\xi_s = 0.01$ . As condições iniciais foram nulas, com exceção do deslocamento adimensional da massa interna de  $y_{s0} = 0.1$ . Os resultados obtidos do cilindro principal e da massa interna são apresentados nas Figuras 2 e 3, respectivamente.

Os adimensionais  $y e y_s$  representam a relação entre os deslocamentos do cilindro principal e da massa interna, respectivamente, em relação ao diâmetro do cilindro. Suas derivadas em relação ao tempo, por sua vez, resultam em  $\dot{y} e \dot{y}_s$ .

Entretanto, sabe-se que o VIV ocorre quando a estrutura entra em ressonância com a força externa. No estudo, o cilindro principal está submetido a uma força hidrodinâmica cujas constantes  $C_L$  e  $S_t$  são  $C_L$  = 0,38 e  $S_t$  = 0,2. As respostas de y e  $y_s$  são mostradas nas Figuras 4 e 5, respectivamente.

Em ambos os casos, livre e forçado, é possível notar a presença do amortecimento subcrítico reduzindo a amplitude de oscilação. Além disso, os gráficos expressam claramente as soluções homogênea e particular, sendo que em regime permanente, a solução homogênea tende a zero.

Verificando as amplitudes, nota-se que a existência da força externa amplia as respostas tanto do cilindro principal quanto do supressor. Outra análise importante é em relação às frequências. Ao simular o sistema forçado surge um terceiro pico, além das duas frequências naturais amortecidas, que representa a frequência da força externa, como pode-se observar na Figura 6. O fato de haver três frequências indica que o sistema não está em ressonância e, portanto, não atingiu a condição de VIV para os parâmetros utilizados.







Figura 3 - Resposta da coordenada ys e ýs do sistema livre



Figura 4 - Resposta da coordenada y e ý do sistema forçado



Figura 5 - Resposta da coordenada ys e ýs do sistema forçado



Figura 6 - Análise espectral de y e ys do sistema forçado

## REFERÊNCIAS

Sato, B. S. (2017). "Estudo numérico de um supressor passivo para vibrações induzidas pela emissão de vórtices utilizando modelos fenomenológicos".

Franzini, G. R. (2013). "Investigação experimental do escoamento ao redor de cilindros inclinados, sujeitos a condições de contorno assimétricas nas extremidades".