UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PEF – ESTRUTURAS E GEOTÉCNICA

ESTUDO DO MOVIMENTO DE UM CILINDRO RÍGIDO COM UMA MASSA CONCENTRADA INTERNA SUBMETIDO A UMA FORÇA HIDRODINÂMICA HARMÔNICA

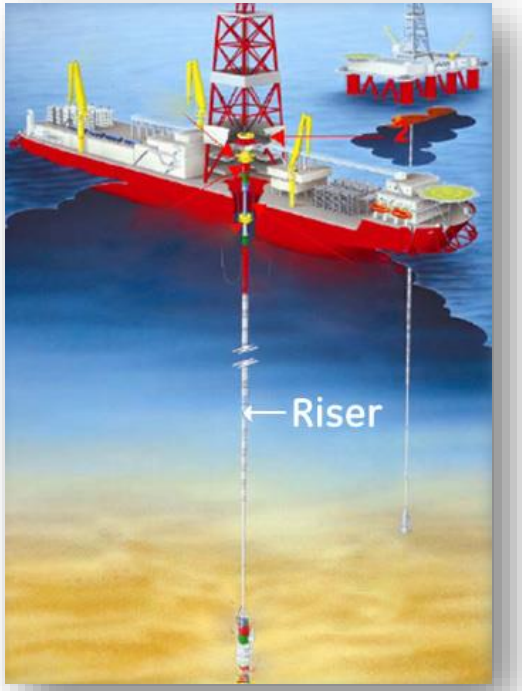
Daniela M. U. Kawaguti
Tatiana Ueno

Prof. Dr. Carlos Eduardo Nigro Mazzilli

Seminário da disciplina PEF 5916 – Dinâmica e Estabilidade das Estruturas

INTRODUÇÃO

- Vibrações induzidas pelo escoamento;
- Vibração auto excitada;
- Estruturas esbeltas:



$$\bar{\omega} = \omega_r \Rightarrow \text{Ressonância}$$

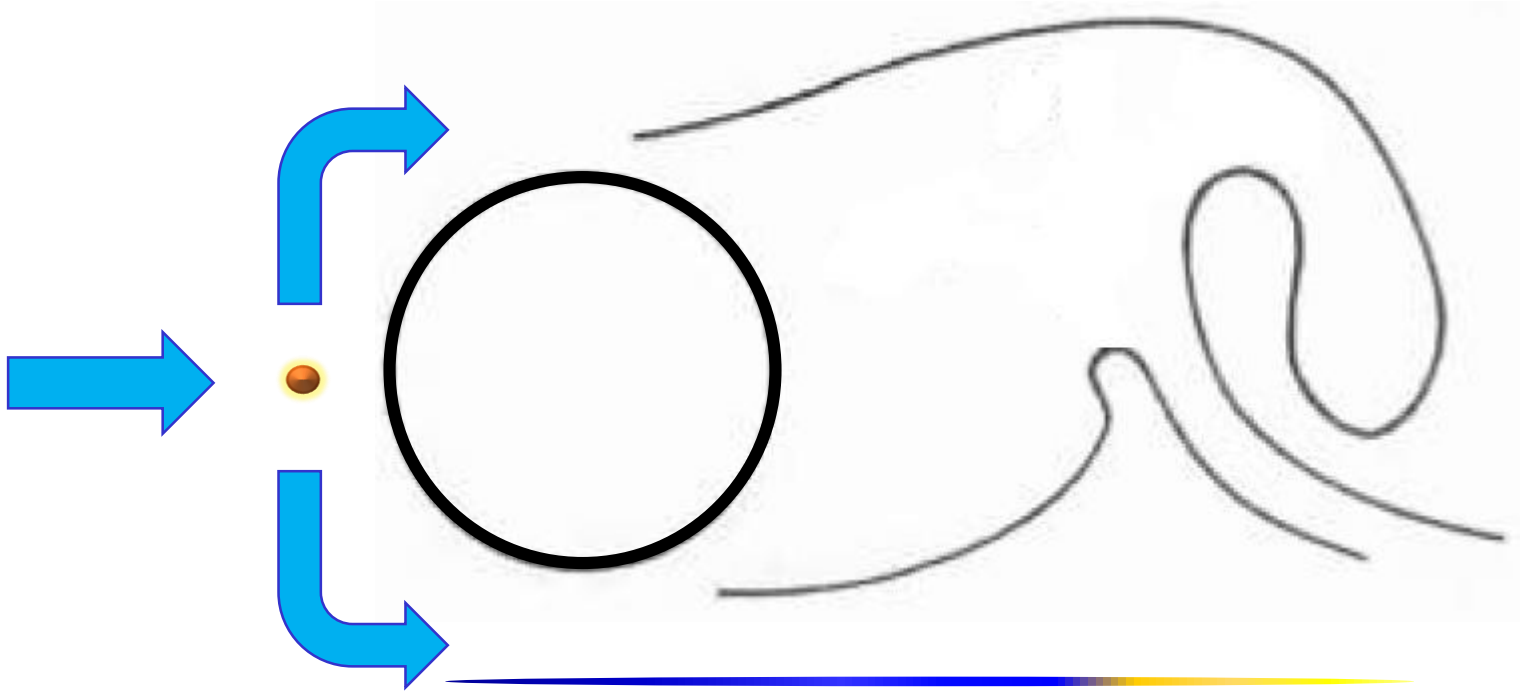
$$\Downarrow$$

VIV

INTRODUÇÃO

- $\bar{\omega} = \omega_r$ ➡ *Lock-in* ou sincronização;
- VIV
  - *Auto excitado*
  - *Autolimitado*

  ➡ Redução da vida útil da estrutura por fadiga.



VÍDEO

OBJETIVO

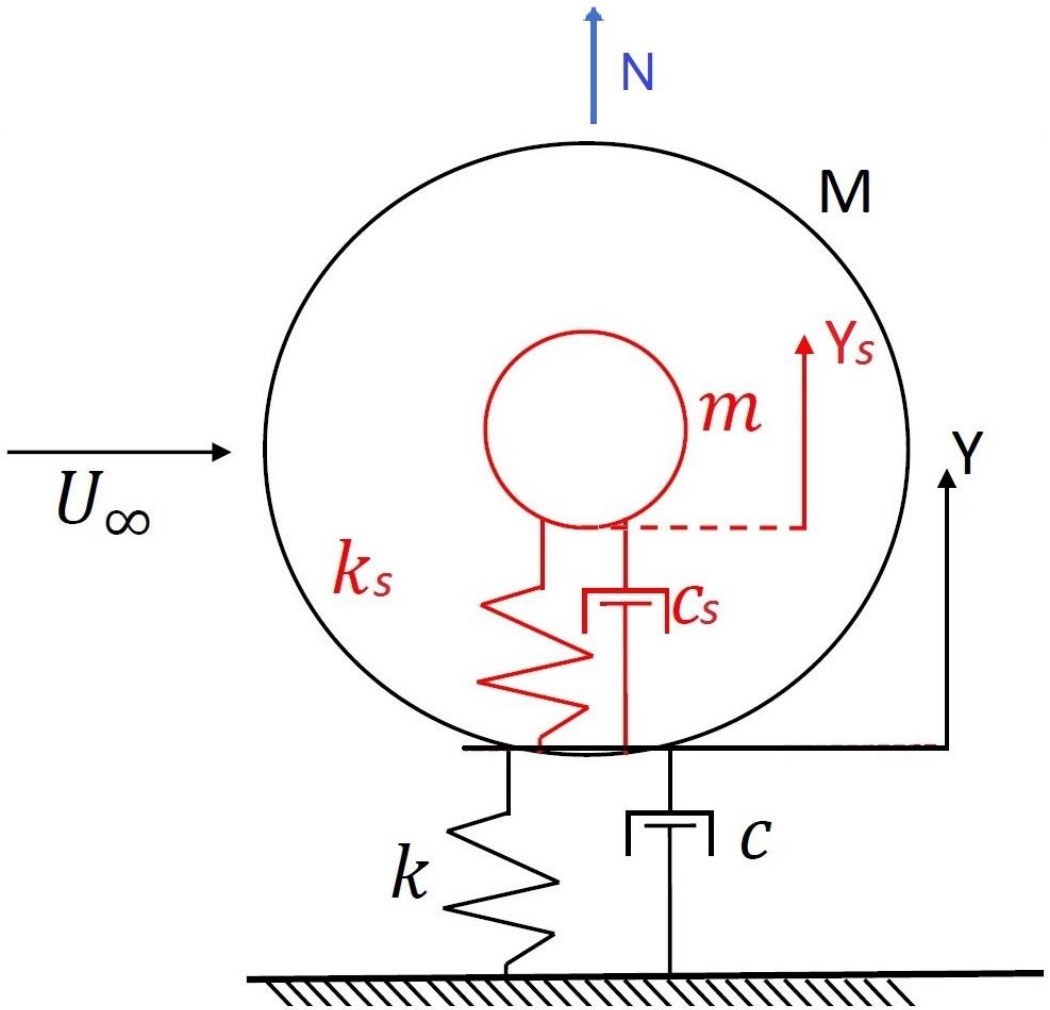
Analisar o comportamento de uma estrutura submetida a uma força hidrodinâmica harmônica, que contém um elemento interno de massa concentrada:

- Sistema livre
- Sistema forçado

METODOLOGIA

Modelo de estrutura → Equações de movimento → Simulação numérica MATLAB® → Análise do movimento

MODELO

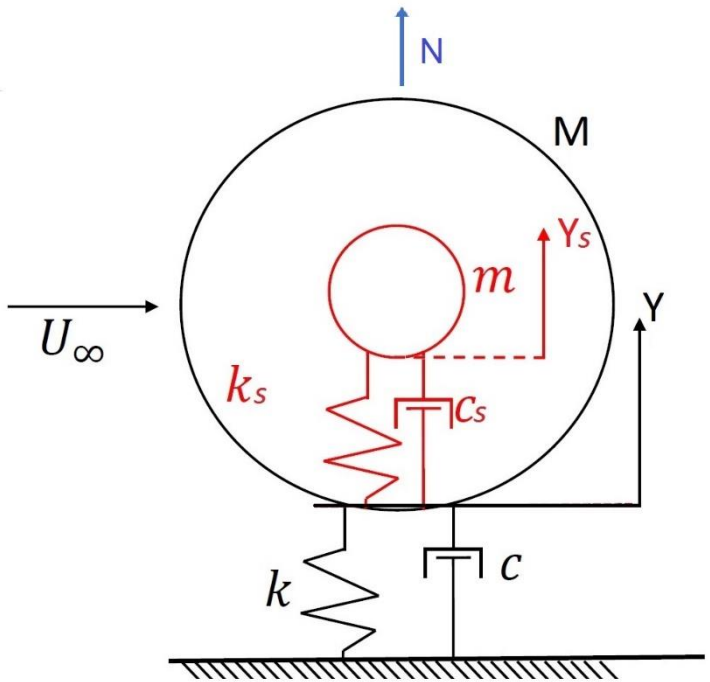


- Cilindro rígido montado em base elástica;
- Elemento de massa concentrada m acoplado ao cilindro principal por uma mola linear (k_s) e um amortecedor (C_s);
- Movimento na direção transversal ao escoamento;
- Sistema livre e forçado (força hidrodinâmica harmônica).

FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES

- Equações de movimento _ Método de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}}\right) - \frac{\partial L}{\partial Y} + \frac{\partial R}{\partial \dot{Y}} = N$$



- Cinética: $T = \frac{1}{2}M\dot{Y}^2 + \frac{1}{2}m\dot{Y}_T^{\,2}$

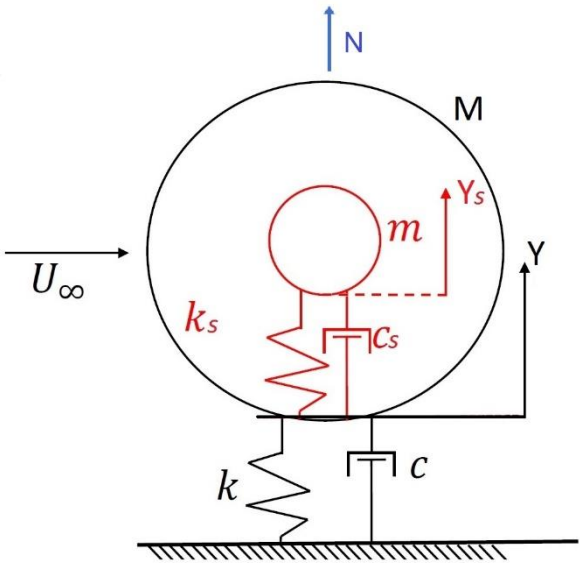
$$Y_T = Y_s + Y$$
$$\dot{Y}_T = \dot{Y}_s + \dot{Y}$$

- Potencial: $V = \frac{1}{2}kY^2 + \frac{1}{2}k_s Y_s^{\,2}$
- Lagrangiana: $L = T - V$
- Rayleigh: $R = \frac{1}{2}C\dot{Y}^2 + \frac{1}{2}C_s\dot{Y}_s^{\,2}$

FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES

- Duas equações de movimento:
  - Equação 1 – massa concentrada:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_s}\right) - \frac{\partial L}{\partial Y_s} + \frac{\partial R}{\partial \dot{Y}_s} = 0$$



  - Equação 2 – cilindro principal:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}}\right) - \frac{\partial L}{\partial Y} + \frac{\partial R}{\partial \dot{Y}} = N$$

N – Força hidrodinâmica: $N = \frac{1}{2}\rho U_\infty{}^2 C_L A sen(\bar{\omega} t)$

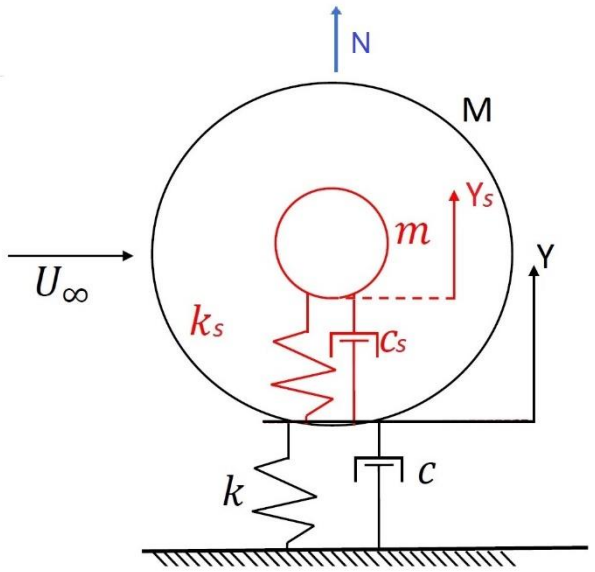
$$\begin{cases} A = D \cdot L \\ \bar{\omega} = 2\pi S_t \dfrac{U_\infty}{D} \end{cases}$$

FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES

- Equação 1: $$m\ddot{Y} + m\ddot{Y}_s + k_s Y_s + C_s \dot{Y}_s = 0$$
- Equação 2: $$M\ddot{Y} + m\ddot{Y} + m\ddot{Y}_s + kY + C\dot{Y} = \frac{1}{2}\rho U_\infty{}^2 C_L D L sen\left(2\pi S_t \frac{U_\infty}{D}\right)$$

Adimensionais:

- $\eta = \frac{m}{M}$
- $y = \frac{Y}{D}$
- $y_s = \frac{Y_s}{D}$
- $\tau = t\omega_r$
- $\omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{m}}$
- $\omega_r = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = 2\pi f_r$
- $\beta = \frac{\omega_s}{\omega_r}$
- $\widehat{m} = \frac{4(M+m)}{\rho\pi D^2 L}$
- $\xi_r = \frac{C}{(M+m)2\omega_r}$
- $\xi_s = \frac{C_s}{m2\omega_s}$
- $U_r = \frac{U_\infty 2\pi}{f_r D}$



SIMULAÇÃO

- Simulação numérica (MATLAB®):

Respostas do cilindro → *Livre*, *Forçada*

Respostas da massa interna → *Livre*, *Forçada*

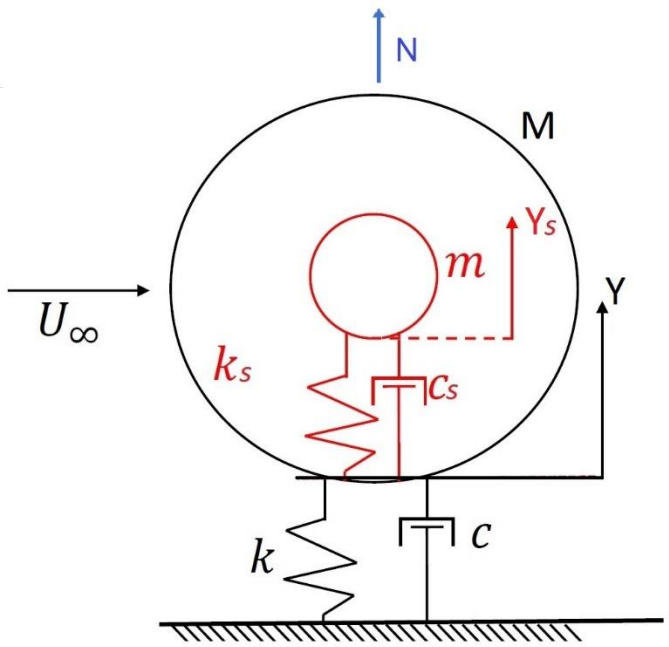
Análise espectral dos sistemas livre e forçado

SIMULAÇÃO

- Simulação numérica (MATLAB®):

❑ *Condições iniciais:*

$$\begin{cases} y_0 = 0; \\ y_{s0} = 0{,}1; \\ \dot{y}_0 = 0; \\ \dot{y}_{s0} = 0. \end{cases}$$



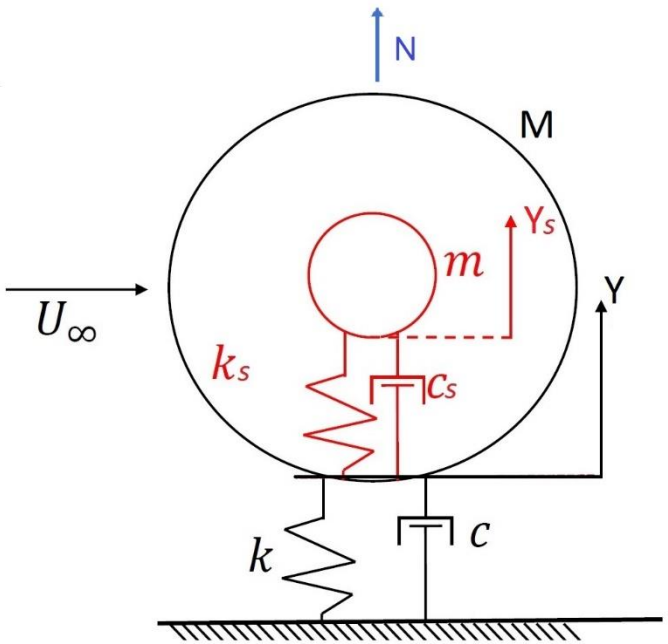
SIMULAÇÃO

- Simulação numérica (MATLAB®):

  - *Valores das constantes e adimensionais:*

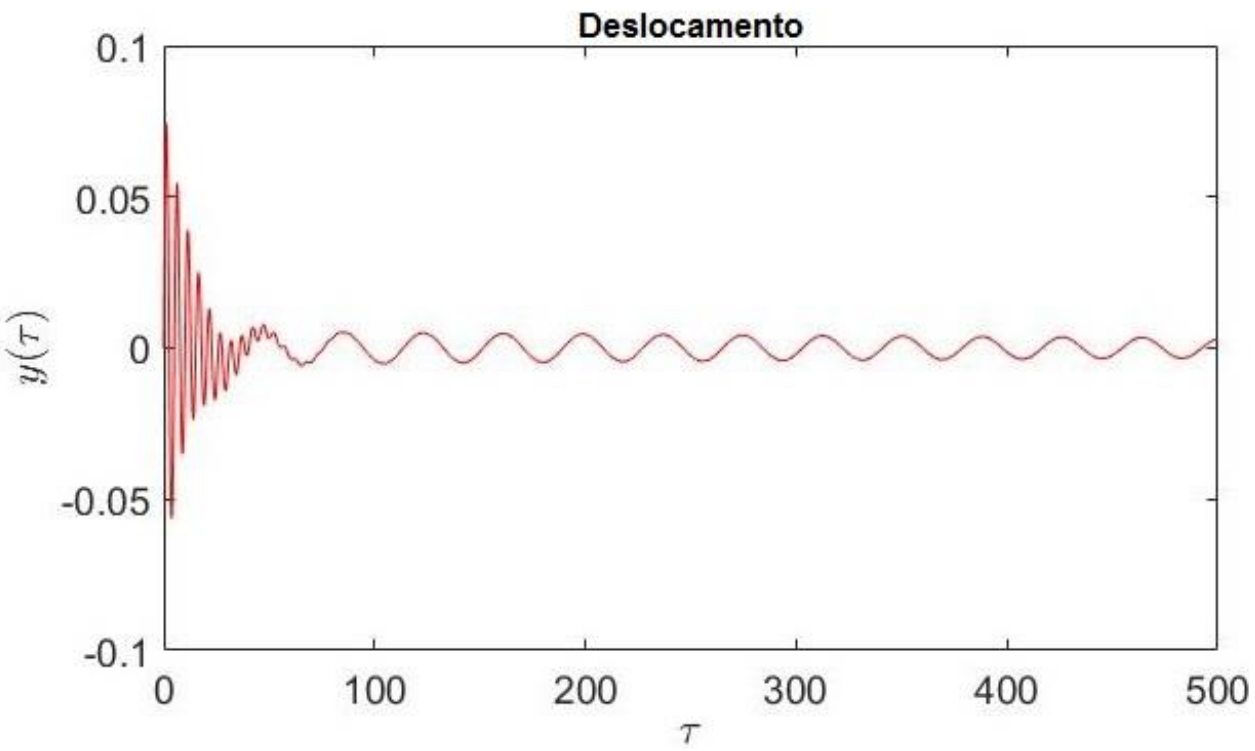
$$\begin{cases} \eta = 0{,}5; \\ \beta = 0{,}25; \\ \xi_r = 0{,}05; \\ \xi_s = 0{,}01 \\ C_L = 0{,}38 \\ S_t = 0{,}2 \end{cases}$$

- $\eta = \frac{m}{M}$
- $y = \frac{Y}{D}$
- $y_s = \frac{Y_s}{D}$
- $\tau = t\omega_r$
- $\omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{m}}$
- $\omega_r = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = 2\pi f_r$
- $\beta = \frac{\omega_s}{\omega_r}$
- $\widehat{m} = \frac{4(M+m)}{\rho\pi D^2 L}$
- $\xi_r = \frac{C}{(M+m)2\omega_r}$
- $\xi_s = \frac{C_s}{m2\omega_s}$
- $U_r = \frac{U_\infty 2\pi}{f_r D}$

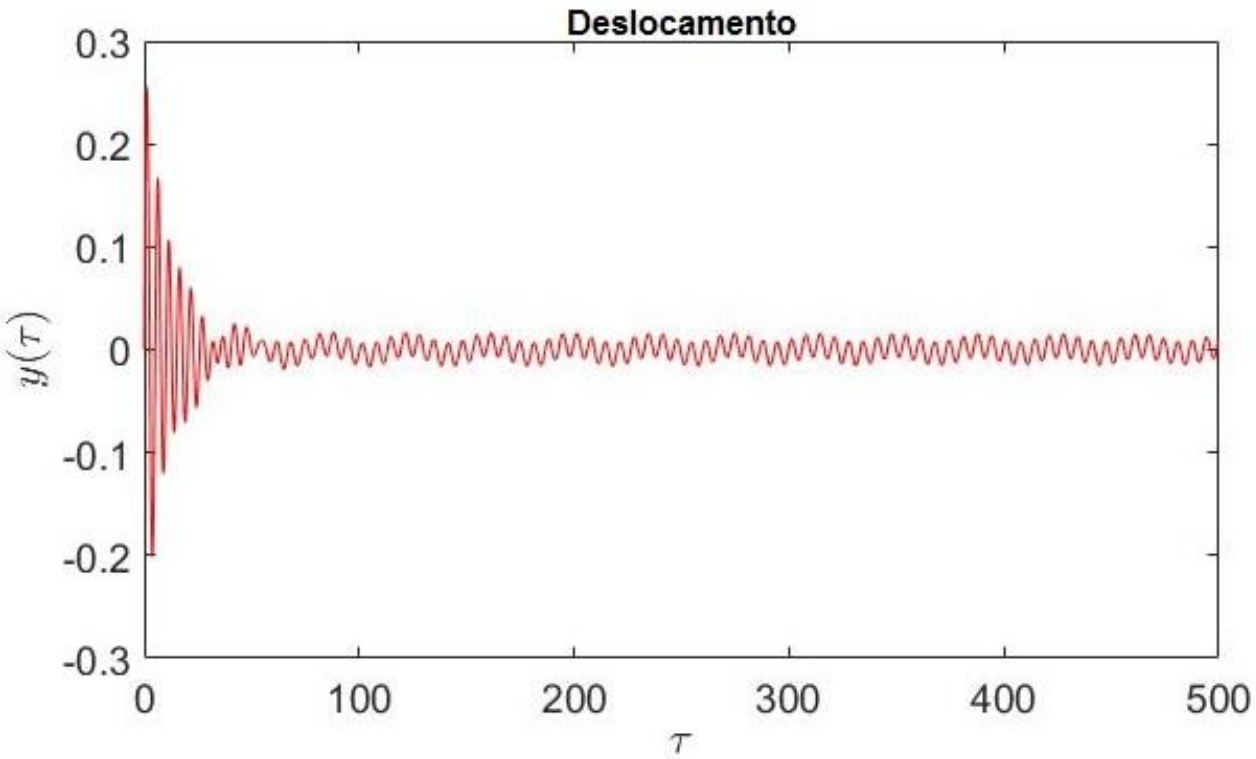


RESULTADOS E DISCUSSÕES

Resposta do cilindro:



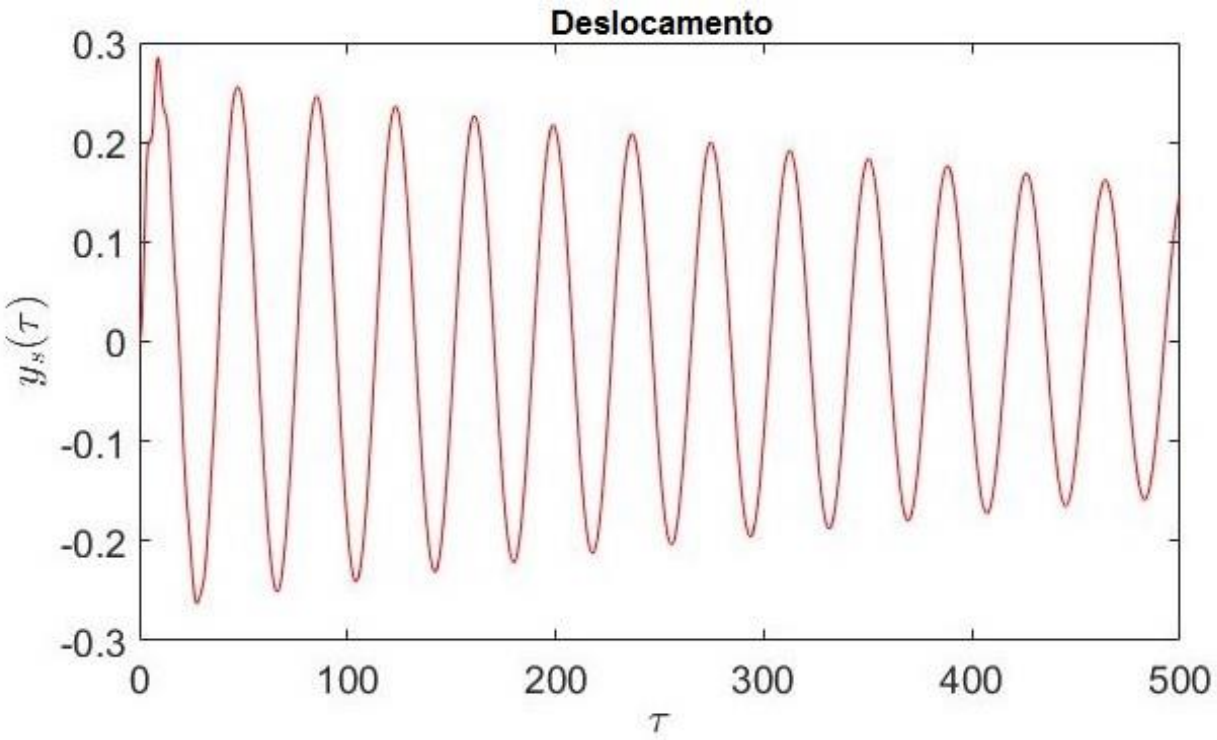
Sistema livre



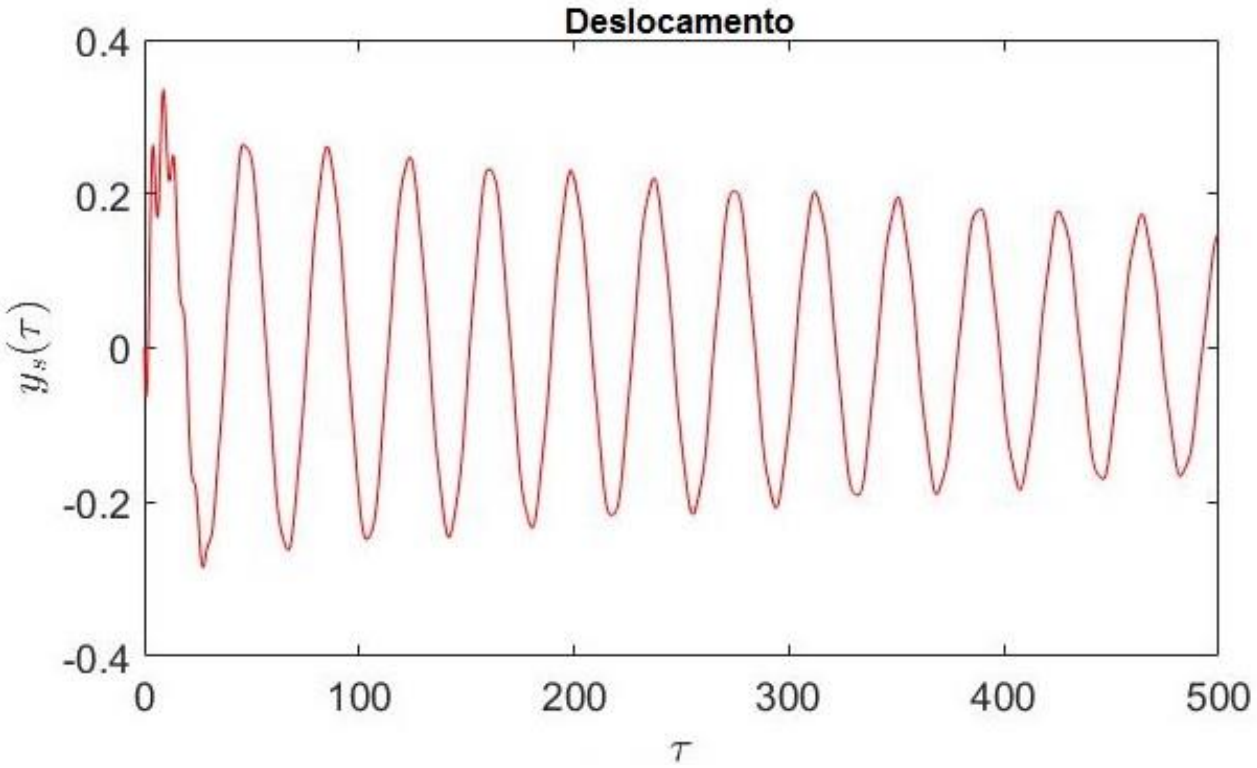
Sistema forçado

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Resposta da massa concentrada:



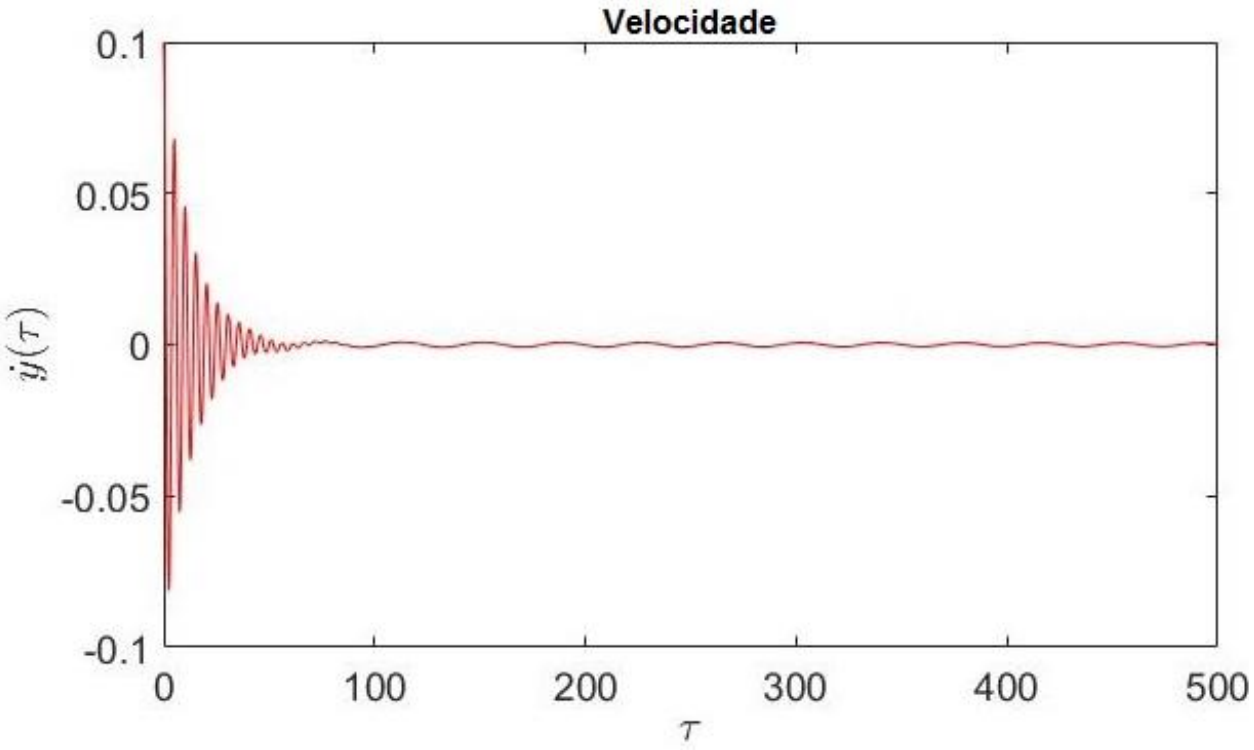
Sistema livre



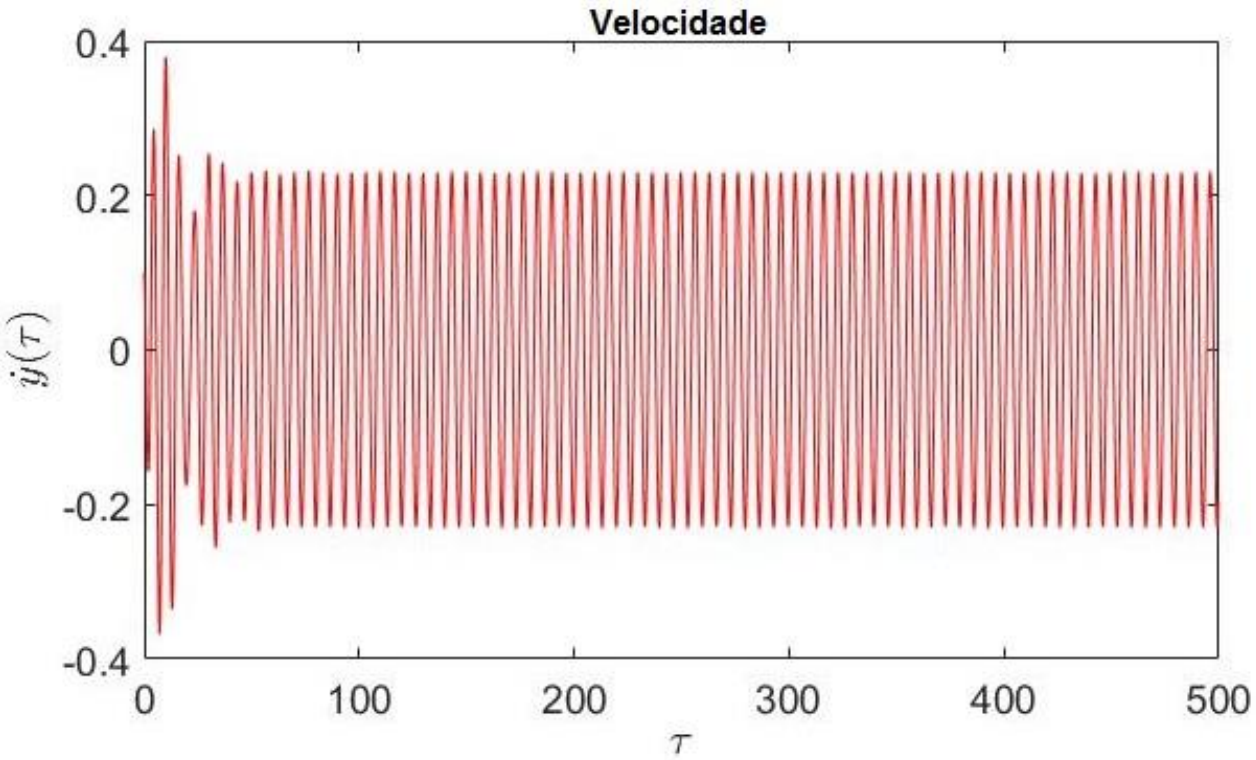
Sistema forçado

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Resposta do cilindro:



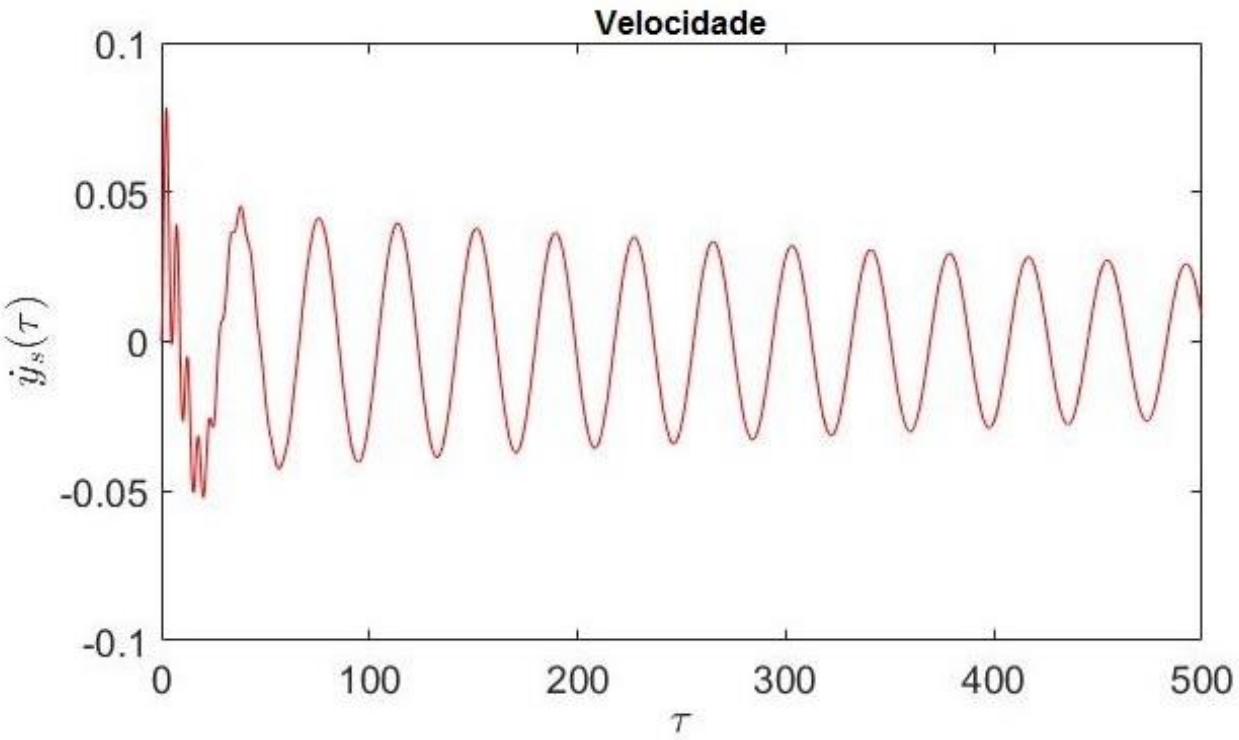
Sistema livre



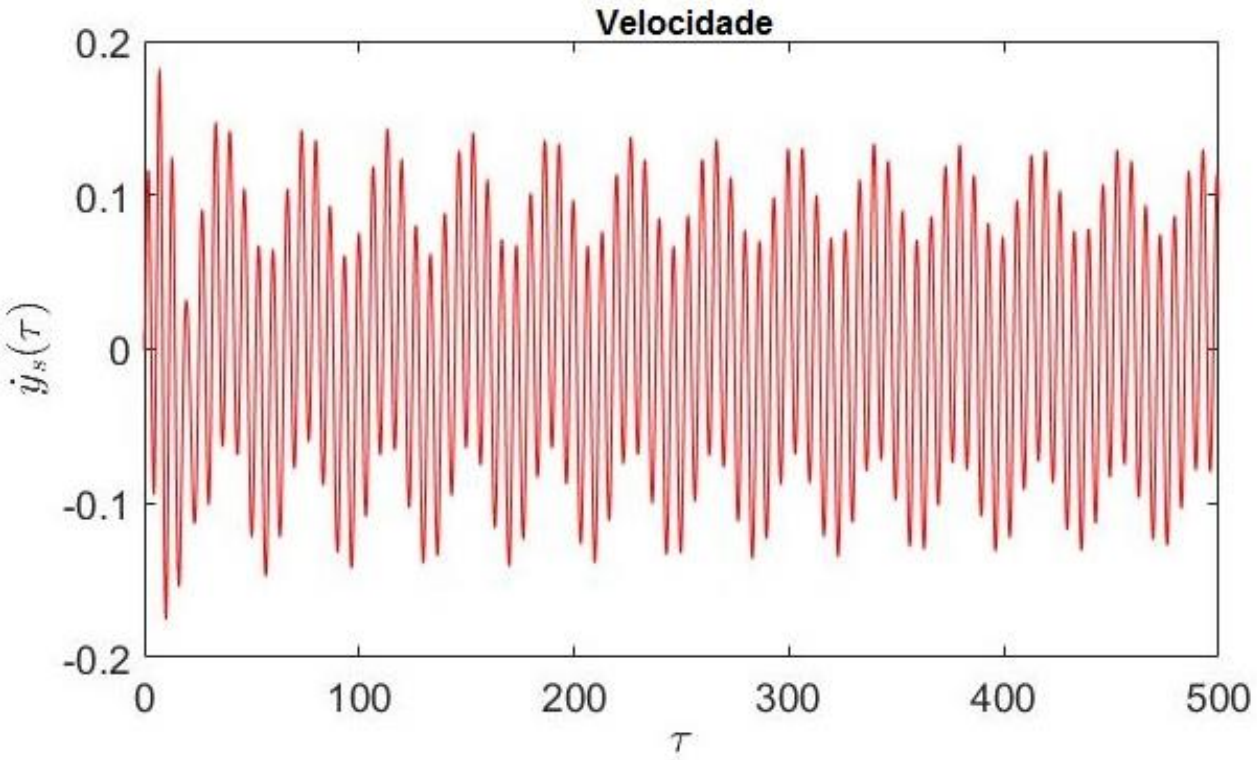
Sistema forçado

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Resposta da massa concentrada:



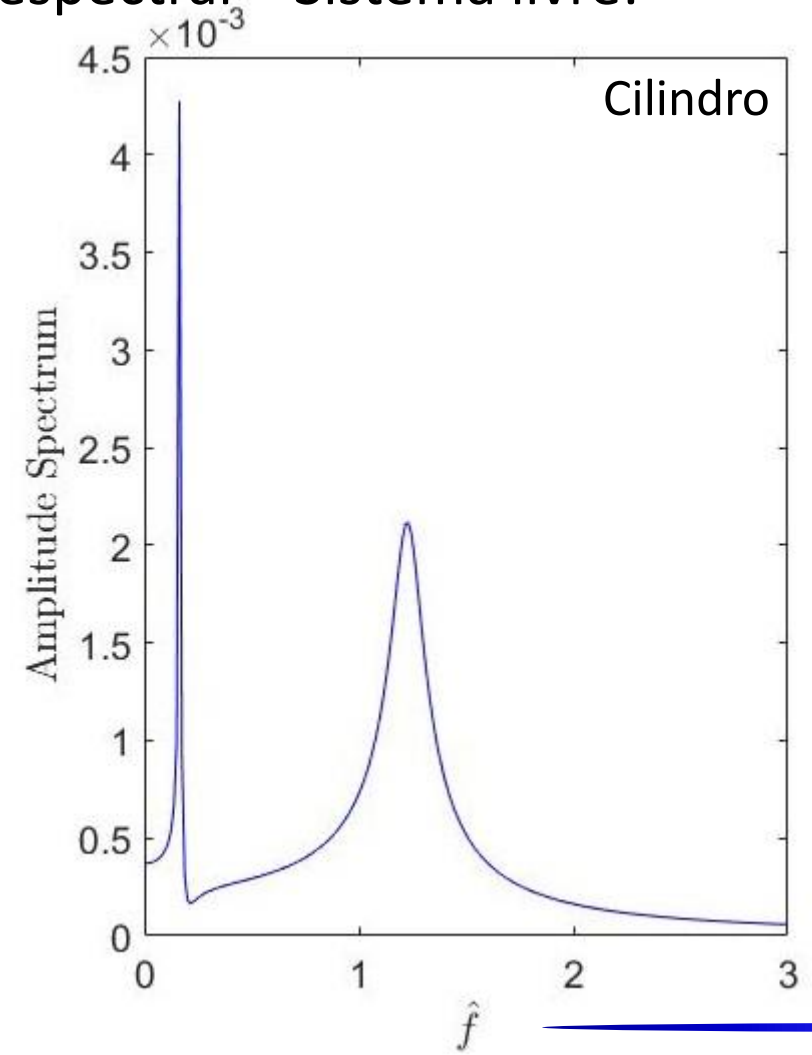
Sistema livre

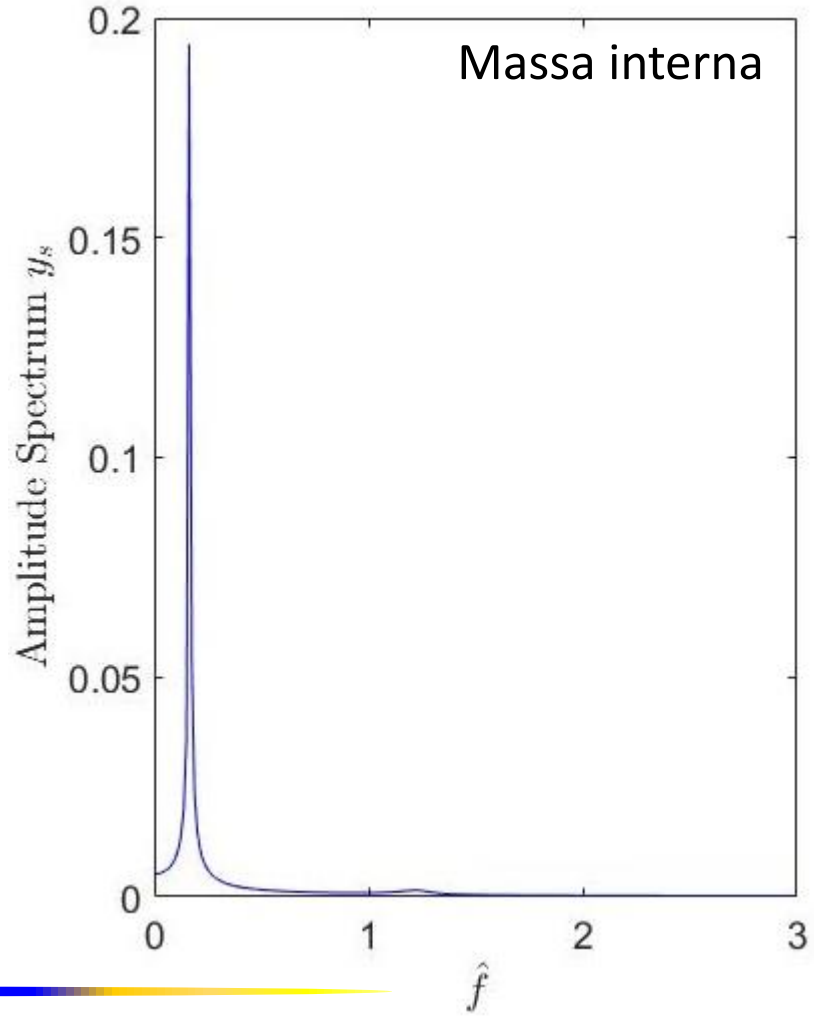


Sistema forçado

RESULTADOS E DISCUSSÕES

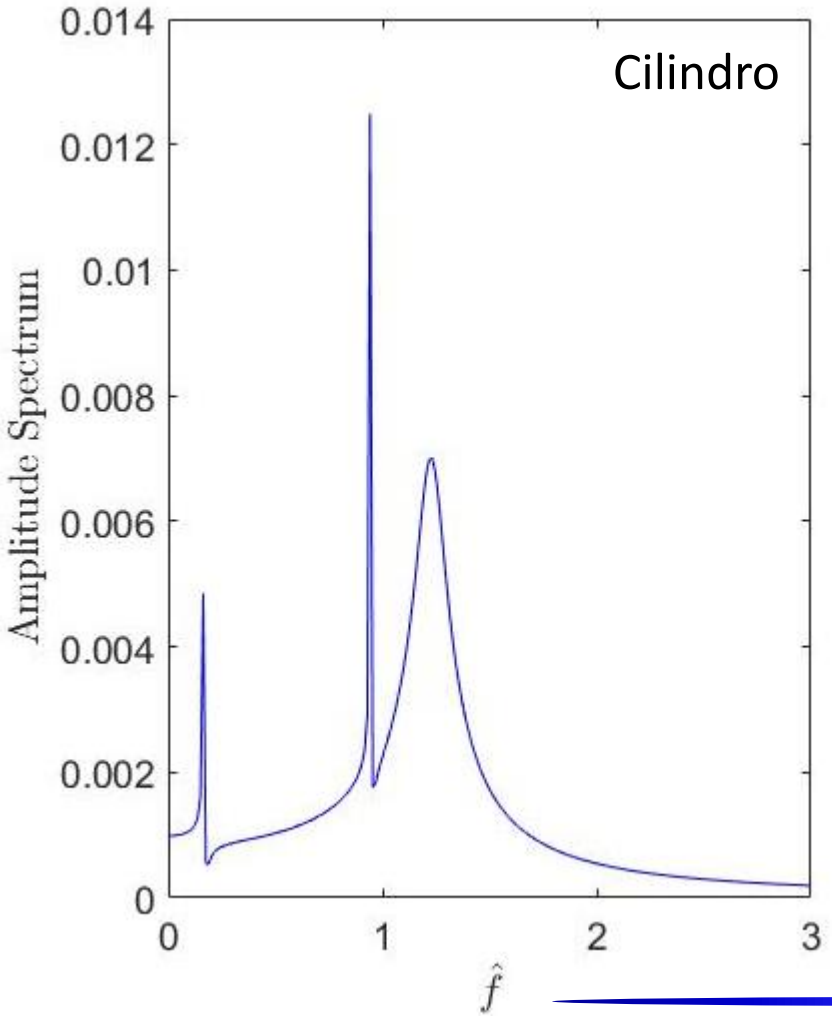
Análise espectral – Sistema livre:

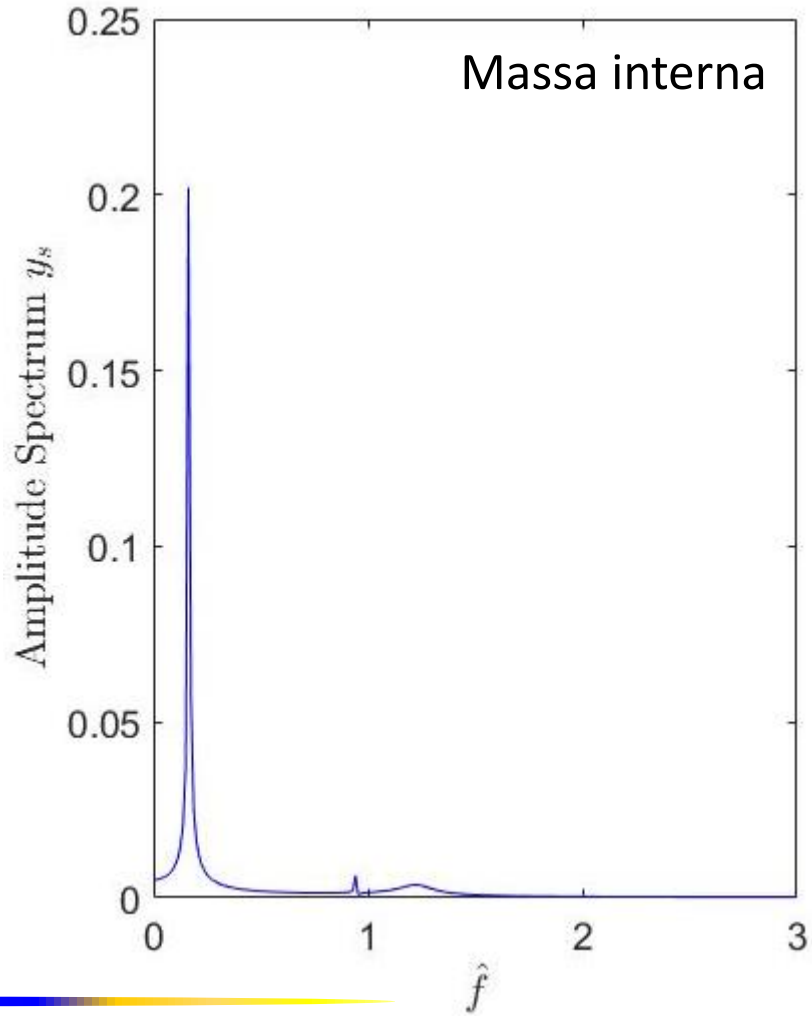




RESULTADOS E DISCUSSÕES

Análise espectral – Sistema forçado:





CONCLUSÕES

- Presença do amortecimento, reduzindo a amplitude de oscilação;
- Frequências naturais do cilindro e da massa interna;
- Frequência forçante;
- Ampliação das respostas com a presença da força externa.