

Oscilação Cinemática em Veículos Ferroviários (*Hunting*)

Debora Naomi Higa, Paulo R. Refachinho de Campos

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – Poli-USP

RESUMO

Aborda-se o tema da dinâmica lateral em veículos ferroviários e o fenômeno de oscilação cinemática, também conhecido como *hunting*. São apresentados dois modelos clássicos empregados no estudo do problema: as equações de Klingel e as equações de Carter. Após a apresentação dos modelos, ambos são aplicados no estudo de um rodeiro típico. A principal contribuição do trabalho é dada na discussão sobre a aplicabilidade de cada um dos modelos apresentados.

PALAVRAS-CHAVE: oscilação cinemática, *hunting*

INTRODUÇÃO

Veículos ferroviários diferem-se de outros meios de transporte pelo fato de operarem sobre trilhos. O mecanismo fundamental para guiar esses veículos é a geometria do rodeiro ferroviário, que conta com rodas cônicas rigidamente conectadas a um eixo (Figura 1).

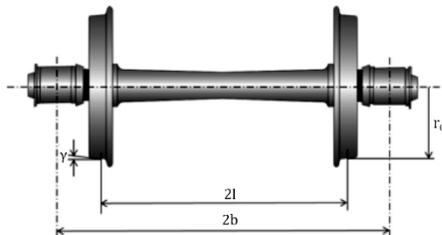


Figura 1- Geometria de um rodeiro ferroviário (TOURNAY, 2015)

Por um lado, a conicidade da roda facilita a orientação do trem em curvas, pois permite que os raios de rolamento sejam ajustados. Por outro lado, a conicidade pode introduzir oscilações laterais no veículo, denominadas “*hunting*”. Essa oscilação introduz forças no sistema, que podem implicar em danos ao veículo e à via, podem causar desconforto para os passageiros e até mesmo aumentar os riscos de descarrilamento. A velocidade a partir da qual o veículo torna-se instável é chamada de velocidade crítica e sua determinação é essencial no projeto de veículos ferroviários. O objetivo deste trabalho é o de estudar o fenômeno de *hunting* através de dois modelos clássicos: as equações de Klingel e as equações de Carter.

OSCILAÇÃO CINEMÁTICA: *HUNTING*

De acordo com Shabana, Zaazza e Sugiyama (2007) a instabilidade causada pelo fenômeno de *hunting* é um resultado do acoplamento entre deslocamentos lateral e angular (*yaw*) e das forças de *creep* (forças resultantes dos deslizamentos relativos entre roda e trilho). A Figura 2 ilustra o movimento.

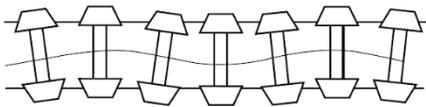


Figura 2- Oscilação cinemática (WICKENS, 2006)

Em resumo, as seguintes situações são previstas para o movimento de *hunting*:

- Abaixo da velocidade crítica, a amplitude diminui.
- Na velocidade crítica, a amplitude permanece constante.
- Acima da velocidade crítica, a amplitude aumenta.

EQUAÇÕES DE KLINGEL

O fenômeno de *hunting* é, em essência, não-linear (devido às características geométricas e ao problema de contato associado). No entanto, Klingel (1883 *apud* Tournay (2015)) desenvolveu a primeira análise matemática para o estudo da oscilação cinemática de um rodeiro ferroviário (isolado) desprezando os efeitos não-lineares do movimento, e derivou equações que relacionam a velocidade do veículo V , a conicidade da roda γ , o raio nominal de rolamento R_0 e a distância lateral entre os pontos de contato roda-trilho G , fornecendo como resposta a frequência natural não amortecida do sistema ω_n e, conseqüentemente, o período de oscilação T e o comprimento de onda associado λ .

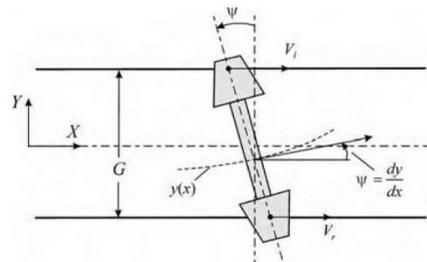


Figura 3- Movimento de *hunting* (SHABANA, ZAAZAA e SUGIYAMA, 2007)

A partir da Figura 3, assumindo velocidade angular ω (comum às duas rodas) constante e linearizando para pequenos ângulos, chega-se à equação que descreve o movimento lateral, y , do rodeiro:

$$\ddot{y} + \left(\frac{2R_0\gamma\omega^2}{G} \right) y = 0 \quad (1)$$

Admitindo $y = A \sin(\omega_n t)$ como solução, conclui-se que:

$$\omega_n = V \sqrt{\frac{2\gamma}{R_0 G}} \quad (2)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2\pi}{V} \sqrt{\frac{R_0 G}{2\gamma}} \quad (3)$$

$$\lambda = VT = 2\pi \sqrt{\frac{R_0 G}{2\gamma}} \quad (4)$$

As equações (2) e (3) são chamadas equações de Klingel, e mostram que a frequência da oscilação cinemática aumenta com o aumento da velocidade.

EQUAÇÕES DE CARTER

O primeiro modelo realista para a dinâmica lateral de veículos ferroviários foi apresentado por Carter (1916, apud Wickens (2006)). Além da conicidade da roda, Carter introduziu o conceito fundamental de *creep* (inicialmente desprezado por Klingel) no contexto da dinâmica lateral de veículos ferroviários.

Wickens (2005) apresenta detalhadamente a derivação das equações de movimento de um rodeiro ferroviário não restrito (com seis graus de liberdade, portanto) levando em conta a geometria dos perfis, os esforços de contato (normal e tangencial), além da força centrífuga, efeito giroscópico e forças gravitacionais. No entanto, na realidade o movimento real de um rodeiro ferroviário é restrito, as rodas devem permanecer em contato com a via. O veículo ferroviário também conta com elementos elásticos que atuam na restrição do movimento lateral e de *yaw* (adicionalmente aos elementos de suspensão verticais). Assumindo, entre outras hipóteses, pequenos deslocamentos (ver (WICKENS, 2005) para maiores detalhes), chega-se às equações do movimento em função de duas coordenadas generalizadas (dois graus de liberdade): y e ψ , conforme proposto por Carter.

$$m\ddot{y} + 2f_{22}\left(\frac{\dot{y}}{V} - \psi\right) + k_y y = 0 \quad (5)$$

$$\frac{2f_{11}\gamma l y}{R_o} + I_z \ddot{\psi} + \frac{2f_{11}l^2 \dot{\psi}}{V} + k_\psi \psi = 0 \quad (6)$$

Dentre as grandezas presentes nas equações de movimento (5) e (6), surgem os coeficientes de *creep* longitudinal e lateral, f_{11} e f_{22} , respectivamente. Observa-se também, que por conveniência, utiliza-se aqui o parâmetro $2l$ (apresentado na Figura 1, e que, obviamente, equivale a G). As grandezas m e I_z representam, respectivamente, a massa e o momento de inércia do rodeiro. Por fim, k_y e k_ψ representam as rigidezes nas direções lateral e de *yaw*.

APLICAÇÃO

Neste trabalho os dois modelos apresentados foram aplicados utilizando como base as características do veículo listadas na Tabela 1:

Tabela 1 – Características de um rodeiro típico (WICKENS, 2005)

$m = 1250 \text{ kg}$	$R_o = 0.45 \text{ m}$	$l = 0.7452 \text{ m}$
$I_z = 700 \text{ kg.m}^2$	$\gamma = 0.1174$	
$f_{11} = 7.44 \text{ MN}$	$k_y = 0.23 \text{ MN/m}$	
$f_{22} = 6.79 \text{ MN}$	$k_\psi = 2.5 \text{ MN.m/rad}$	

Para solução das equações (5) e (6) foi utilizada função NDSolve do programa *Mathematica*®¹.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

As equações de Klingel possuem aplicação direta, uma vez especificada a velocidade V , obtém-se imediatamente ω_n , T e λ .

Tabela 2 – Respostas das equações de Klingel

V [km/h]	ω_n [rad/s]	T [s]	λ [m]
144	23.7	0.26	10.6
267.3	43.9	0.14	10.6
270	44.4	0.14	10.6

A aplicação das equações de Carter exige a especificação de condições iniciais. Adotando um *offset* lateral de 10 mm ($y_o = 0.01 \text{ m}$), para as mesmas velocidades apresentadas na Tabela 2, obtém-se:

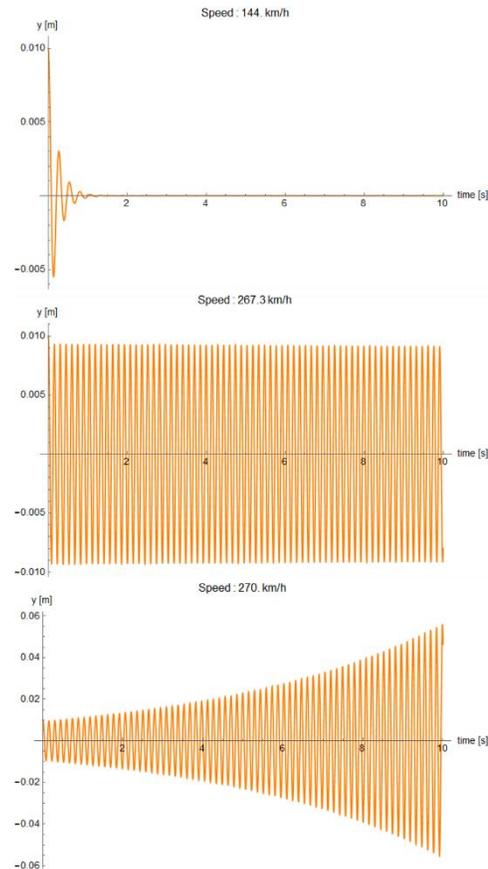


Figura 4- Respostas das equações de Carter

A Figura 4 ilustra os possíveis cenários de *hunting*.

Apesar de as equações de Klingel permitirem a importante conclusão de que a frequência da oscilação cinemática aumenta com o aumento da velocidade, sua aplicação se resume a isso. Por outro lado, as conclusões do trabalho de Carter mostraram que a combinação dos efeitos de *creep* e de conicidade podem resultar na instabilidade dinâmica do veículo e mesmo com suas hipóteses simplificadoras, o modelo de Carter é tido como sendo o primeiro modelo “correto” para o estudo do fenômeno de *hunting* e, por isso, é amplamente utilizado na prática.

Como sugestão de trabalhos futuros, fica o estudo da estabilidade do veículo e a determinação da velocidade crítica, através, por exemplo, do primeiro método de Lyapunov.

REFERÊNCIAS

- SHABANA, A. A.; ZAAZAA, K. E.; SUGIYAMA, H. **Railroad Vehicle Dynamics A Computational Approach**. Boca Raton: CRC Press, 2007.
- TOURNAY, H. The Fundamentals of Vehicle/Track Interaction. In: INTERNATIONAL HEAVY HAUL ASSOCIATION **Guidelines to Best Practices For Heavy Haul Railway Operations**: Management of the Wheel and Rail Interface. Virginia: Simmons-Boardman Books, Inc., 2015. Cap. 1.
- WICKENS, A. H. **Fundamentals of Rail Vehicle Dynamics**: Guidance and Stability. Lisse: Swets & Zeitlinger Publishers, 2005.
- WICKENS, A. H. A History of Railway Vehicle Dynamics. In: IWNICK, S. **Handbook of Railway Vehicle Dynamics**. Boca Raton: CRC Press, 2006. Cap. 2.

¹ Para mais informações sobre o programa *Mathematica*® e os métodos empregados na função NDSolve, consultar: <https://reference.wolfram.com/language/tutorial/NDSolveOverview.html>