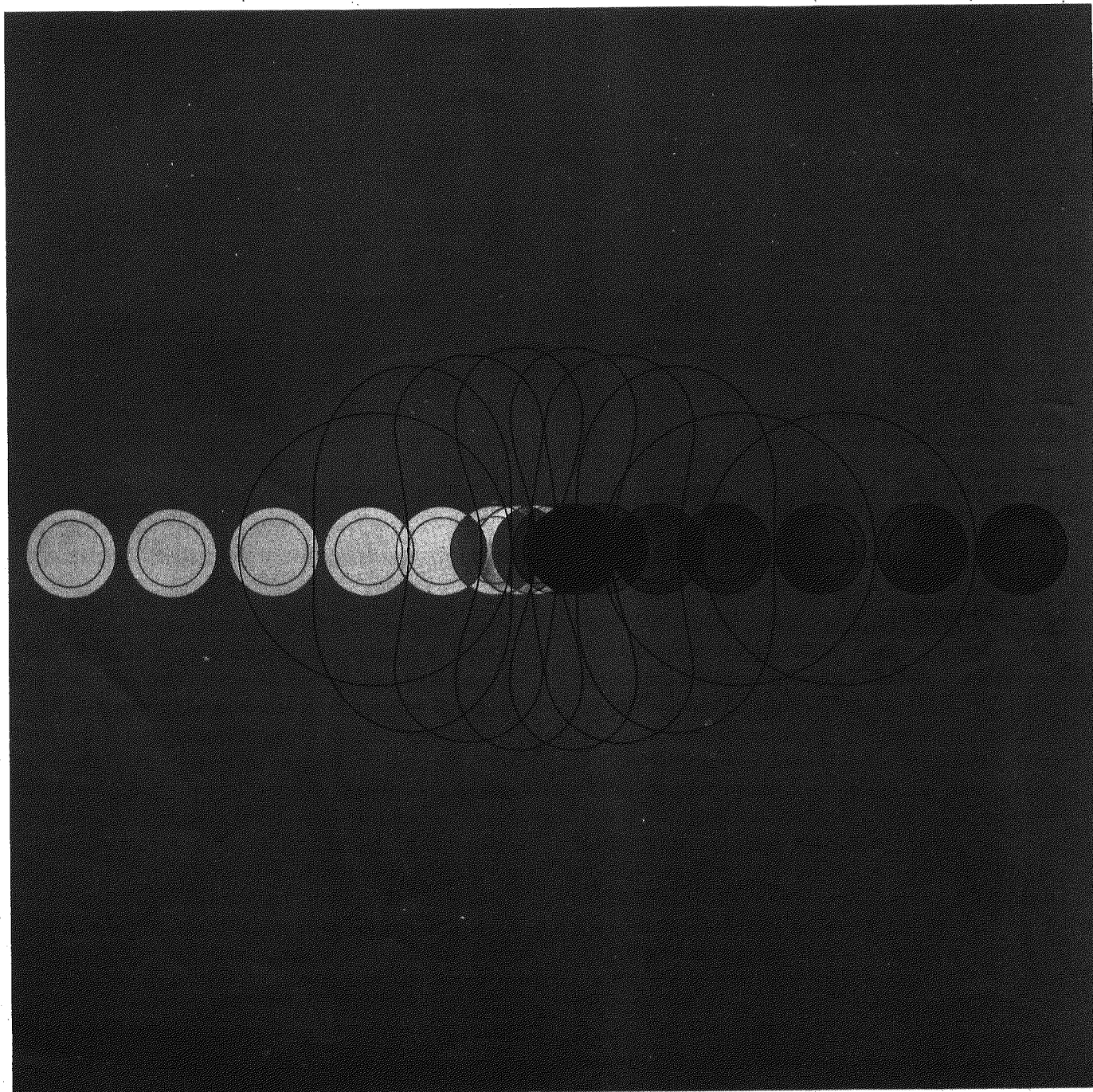


PROJETO
DE ENSINO
DE FÍSICA
IFUSP - Instituto de Física da Universidade de São Paulo
MEC/FAE /PREMEN

9

Quantidade de movimento

Mecânica



MEC/FAE/PREMEN

PEF — PROJETO DE ENSINO DE FÍSICA, constituído de quatro conjuntos destinados ao Ensino de 2.º Grau, foi planejado e elaborado pela equipe técnica do Instituto de Física da Universidade de São Paulo (IFUSP) mediante convênios com a FAE e o PREMEN.

Coordenação

Ernst Wolfgang Hamburger
Giorgio Moscati

Mecânica

Antonia Rodrigues
Antonio Geraldo Violin
Diomar da Rocha Santos Bittencourt
Hideya Nakano
Luiz Muryllo Mantovani
Paulo Alves de Lima
Plínio Ugo Meneghini dos Santos

Elettricidade

Eliseu Gabriel de Pieri
José de Pinto Alves Filho
Judite Fernandes de Almeida

Eletromagnetismo

Jesuina Lopes de Almeida Pacca
João Evangelista Steiner

Programação Visual

Carlos Egídio Alonso
Carlos Roberto Monteiro de Andrade
Ettore Michele di San Fili Bottini
João Baptista Novelli Júnior

Fotografia e Reproduções

José Augusto Machado Calil
Washington Mazzola Racy

Secretaria e Datilografia

Carlos Eduardo Franco de Siqueira
Janete Vieira Garcia Novo

Linguagem

Claudio Renato Weber Abramo
Maria Nair Moreira Rebello

Construção de Protótipos

José Ferreira
Voanerges do Espírito Santo Brites

Desenho Industrial

Alessandro Ventura

Colaboraram o pessoal da Secretaria, Oficina Gráfica, Administração, Oficina Mecânica e Oficina Eletrônica do IFUSP.

IFUSP: Caixa Postal 8 219, São Paulo — SP

CAPA

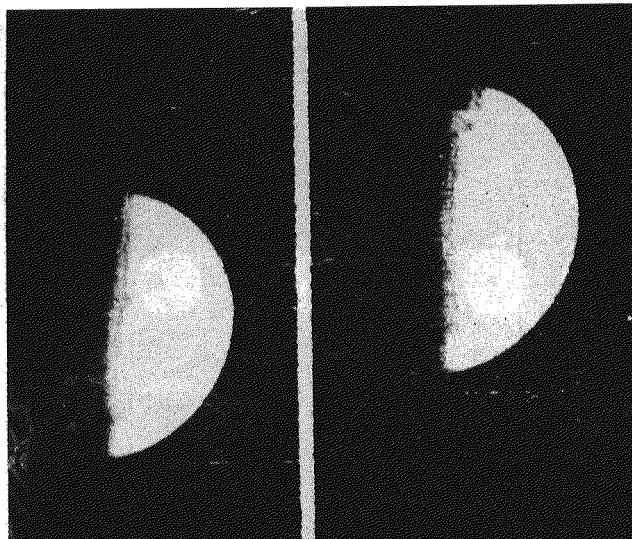
Um dos objetivos do estudo da Física é entender e interpretar o mundo natural baseado em **leis** que, em geral, decorrem da **observação** e **generalização** de que certos acontecimentos ocorrem de maneira semelhante. Para exprimir essas **leis de Física** de forma significativa são necessárias **relações matemáticas** entre as grandezas medidas ou conhecidas, além da simples descrição dos fenômenos.

As leis de Newton, as leis de conservação da quantidade de movimento (assunto deste capítulo) e da energia (capítulos 10 e 11) são algumas dessas leis.

O desenho da capa, baseado em uma experiência mostrada no primeiro filme de série **Colisões** produzida pelo Instituto de Física e a Escola de Comunicações em 1973, representa a colisão de dois discos através de uma mola de forma circular, em que se verifica a lei de conservação da quantidade de movimento.

SUMÁRIO

Quantidade de movimento	
1. A medida da quantidade de movimento	9-2
2. Exercícios de aplicação I	9-9
3. A lei da conservação da quantidade de movimento	9-11
4. Exercícios de aplicação II	9-14
5. Ação e reação	9-17
6. Exercícios de aplicação III	9-19



O Mariner manda as primeiras fotos de Marte, encoberto por uma violenta tempestade de areia.

O satélite Mariner-9 está chegando a Marte e, para testar suas câmaras fotográficas, tirou estas primeiras fotos (acima). Os cientistas de Pasadena, na Califórnia, dizem que o sistema fotográfico está funcionando bem. O único problema é que a área fotografada está sofrendo uma grande tempestade de areia. As fotos não revelam muitos detalhes da superfície marciana. O satélite tirará ainda milhares de fotos, quando entrar na órbita do planeta. Outro teste foi feito quando os cientistas focalizaram uma das calotas polares de Marte (as calotas são a parte mais brilhante da superfície do planeta. Elas são compostas de gelo carbônico e gelo comum.

Há vida em Marte. Agora vamos saber como ela é.

Os cientistas russos e americanos chegaram à conclusão de que há vida em Marte, pela observação cuidadosa do planeta e pela reprodução, em laboratórios, das condições marcianas (temperatura, atmosfera, composição do solo, radiações). A partir de hoje, eles poderão verificar que tipo de vida é essa: é que o Mariner-9, norte-americano, vai entrar em órbita de Marte nas próximas horas e continuará enviando informações e fotografias a curta distância (capazes de mostrar com nitidez objetos de até um metro de diâmetro). As duas sondas russas Marte-2 e Marte-3 completarão essas informações e é possível que uma delas tente realizar um pouso suave na superfície do planeta. As naves soviéticas chegarão a Marte a intervalos de um dia e meio, após o "Mariner", e seus instrumentos funcionam normalmente.

Quantidade de movimento

Em novembro de 1971, a sonda Mariner 9, seis meses depois de deixar a Terra, entrou em órbita em torno de Marte e começou a transmitir as mais detalhadas fotografias da superfície marciana tiradas até então, usando teleobjetivas capazes de detectar objetos de 1 metro. Grande decepção. Marte estava sendo assolado pela maior tempestade de areia dos últimos anos, com ventos superiores a 300km/h, diminuindo muito a nitidez das fotografias. Restava a esperança de que a tempestade amainasse nas semanas seguintes e se conseguissem fotografias mais nítidas, antes que terminassem as baterias do Mariner.

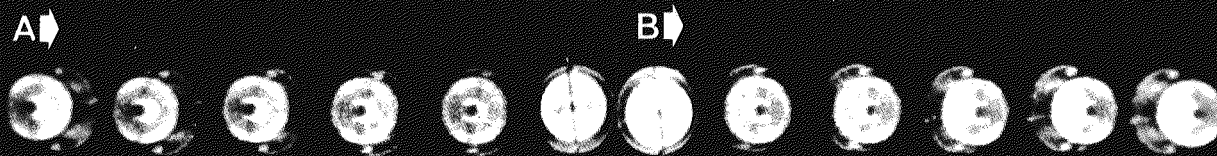
Em 1610, Galileu Galilei usou o recém-inventado telescópio para projetar sobre uma tela a imagem ampliada do Sol — uma obser-

vação direta poderia cegá-lo, devido à fortíssima luminosidade do astro. Ele tornou-se assim o primeiro homem a ver as chamadas "manchas solares", regiões escuras que surgem ocasionalmente na superfície do Sol. Galileu observou que essas manchas se moviam regularmente, concluindo desse fato que o Sol gira em torno de seu eixo, completando uma rotação a cada 27 dias.

A viagem do Mariner, as rajadas de vento em Marte e a rotação do Sol são exemplos de fenômenos de movimento.

Mesmo corpos que à primeira vista parecem parados são animados de alguma espécie de movimento. Assim, o Cristo Redentor, no Rio de Janeiro, poderá parecer imponentemente imóvel, apesar de estar animado de vários tipos de movimentos dife-

escala 1 : 5
 $\Delta t = 0,15s$
massa de A = massa de B = 1,5kg



O disco A movimenta-se da esquerda para a direita e colide com o disco B, inicialmente parado. Depois do choque, o disco B entrou em movimento e o A parou.

figura 1

rentes: a cada 24 horas, o Cristo acompanha a Terra em uma rotação diária; em cada ano, completa uma viagem em torno do Sol; cada vez que a noite cai, a variação de temperatura faz com que suas dimensões se modifiquem; e, por fim, os átomos e moléculas que o constituem estão animados de movimentos permanentes de vibração.

As observações acima levam à conclusão de que qualquer corpo possui algum tipo de movimento — além de que uma das características da matéria é seu movimento incessante. Entretanto, nota-se que alguns movimentos — como, por exemplo, as oscilações de um pêndulo, o funcionamento de uma máquina, a queda de uma folha — acabam cessando. Será esta uma lei geral? Será que um dia todos os movimentos do universo cessarão?

No século XVII, alguns filósofos que estudavam a natureza não acreditavam que o Universo — a máxima criação da perfeição divina — pudesse ser uma máquina imperfeita, cujos movimentos cessariam um dia. Esses filósofos acreditavam que o movimento, ou melhor, que a **quantidade de movimento** do Universo não podia aumentar nem diminuir, mas permanecer constante: ela é uma grandeza que deve se conservar.

Restava então descobrir como medir essa grandeza.

1. A medida da quantidade de movimento

Uma das primeiras hipóteses que se aventou foi considerar a velocidade como medida da quantidade de movimento. De acordo com a necessidade filosófica, a velocidade deveria se conservar. No entanto, essa idéia foi logo rejeitada, pois mesmo experiências muito simples demonstraram que a velocidade não se conserva. Assim é que uma velocidade relativamente alta de uma bola de futebol desaparece quando ela é defendida por um goleiro; além disso, a velocidade que a bola possui não se transfere para o jogador, mesmo que este não esteja com os pés no chão: se ele estiver saltando, seu corpo sofre um pequeno recuo no momento em que defende a bola, mas a velocidade desse recuo é muito pequena.

Por volta de 1630, René Descartes propôs que a **quantidade de movimento de um corpo fosse medida pelo produto massa vezes velocidade ($m \times v$)**. Então, segundo Descartes, a quantidade de movimento não só depende da velocidade, mas também da massa do corpo em questão. Uma abelha e um cavalo, por exemplo, ambos a 10km/h, terão diferentes quantidades de movimento. Se as massas forem de 0,001kg e de 300kg, suas quantidades de movimento serão:

RESPOSTAS

figura 1 — Montagem estroboscópica mostrando a colisão frontal de dois discos que deslizam sem atrito sobre uma mesa horizontal. O disco B estava inicialmente parado, enquanto que o disco A movia-se com velocidade constante. Depois do choque, o disco B entrou em movimento e o disco A parou.

abelha

$$m_a v_a = 0,001\text{kg} \times 10\text{km/h} = 0,01\text{kg} \cdot \text{km/h}.$$

cavalo

$$m_c v_c = 300\text{kg} \times 10\text{km/h} = 3000\text{kg} \cdot \text{km/h}.$$

A hipótese de Descartes é mais razoável: ela explica, por exemplo, o que ocorre no caso da bola e do goleiro. A bola transfere ao goleiro uma velocidade menor porque a massa deste último é muito maior.

Q1 — Se a velocidade da bola fosse de 20m/s e sua massa 0,40kg, qual seria sua quantidade de movimento (mv) antes da defesa?

Q2 — Qual era a quantidade de movimento do goleiro antes da defesa, supondo que ele estivesse parado e que sua massa é 63,6kg?

Como a quantidade de movimento da bola era 8,0kgm/s e a do goleiro 0kgm/s, a quantidade de movimento total dos dois corpos juntos era $m_b v_b + m_g v_g = 8,0\text{kgm/s} + 0\text{kgm/s} = 8,0\text{kgm/s}$.

Depois da defesa os dois corpos (goleiro e bola) formam um corpo cuja massa é $63,6\text{kg} + 0,4\text{kg} = 64,0\text{kg}$. Supondo que a quantidade de movimento, definida segundo Descartes, se conserve, ou seja, que a quantidade de movimento do conjunto antes da defesa é igual à quantidade de movimento final, podemos calcular a velocidade do sis-

R₁ -

R₂ -

R₃ -

R₄ -

R₅ - A: B:

R₆ -

tema goleiro-bola logo após a defesa. Assim: quantidade de movimento inicial = quantidade de movimento final

$$8,0\text{kgm/s} = 64,0v_{(g+b)} \text{kg}.$$

$$v_{(g+b)} = \frac{8,0}{64,0} \text{m/s} = 0,13\text{m/s}.$$

Outra experiência que mostra ser razoável a hipótese de Descartes é a colisão frontal de dois discos, cuja fotografia estroboscópica está na figura 1.

Q3 — Determine, a partir da fotografia, a velocidade do disco A antes do choque.

Q4 — Qual a velocidade do disco B antes do choque?

Q5 — Qual o valor da quantidade de movimento de cada um dos discos antes do choque?

A quantidade de movimento total do sistema constituído pelos dois discos pode ser calculada adicionando as quantidades de movimento do disco A e do disco B.

Q6 — Qual o valor da quantidade de movimento total antes do choque?

NOTA — As respostas corretas deste capítulo foram colocadas nas duas últimas páginas.

ESCALA 1:10

$\Delta t = 0,10s$

$m_A = 2,0 \text{ kg}$  $m_B = 1,7 \text{ kg}$

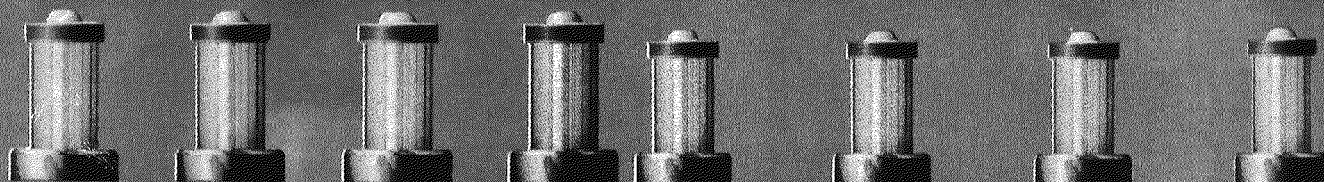


figura 2

- Q7** — Determine, agora, as quantidades de movimento de cada disco **depois** do choque.
- Q8** — Qual é a quantidade de movimento total do sistema depois do choque?
- Q9** — Houve conservação da quantidade de movimento?

Verificamos, então, que a quantidade de movimento do disco **A** foi toda transferida ao disco **B**, de tal forma que houve conservação da quantidade de movimento do sistema.

Façamos agora o mesmo estudo, utilizando a figura 2, que mostra dois discos inicialmente em repouso e entre os quais está comprimida uma mola. Quando a mola é liberada, ela empurra os dois corpos, que então se afastam. Podemos pensar no processo como uma "explosão" do sistema constituído pelos dois discos e a mola.

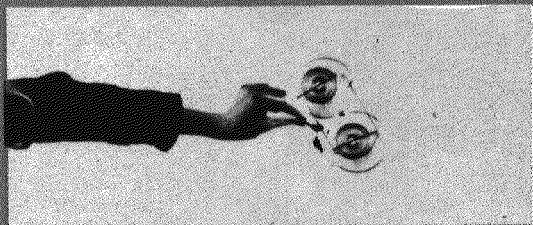
- Q10** — Qual é a quantidade de movimento total antes da explosão?
- Q11** — Qual é a quantidade de movimento do disco **A** depois da explosão?
- Q12** — E a do disco **B**?
- Q13** — Qual é a quantidade de movimento total do sistema, depois da explosão?

Sua resposta a esta última questão deve ter sido $8,8 \text{ kgm/s}$; ou seja, a quantidade de movimento do sistema passou de zero (valor antes da explosão) a $8,8 \text{ kgm/s}$ (valor depois da explosão). Dessa maneira, a quantidade de movimento, tal como foi definida por Descartes, não se conservou nessa experiência, isso indica que alguma coisa falta para se definir corretamente a quantidade de movimento, uma vez que estamos procurando uma grandeza que se conserva. Vejamos como corrigir a situação.

Isaac Newton, em seu livro **Princípios Matemáticos da Filosofia Natural**, publicado em 1687, afirmou que a quantidade de movimento de um corpo é medida pelo produto de sua massa pela sua velocidade, mas considerou esta última como uma grandeza vetorial, isto é, dotada de uma direção e de um sentido. Dessa forma, a quantidade de movimento de um corpo é também uma grandeza vetorial, cuja direção e sentido coincidem com a direção e o sentido da velocidade do corpo; seu módulo é dado pelo produto da massa do corpo pelo módulo da velocidade. Isso pode ser escrito da seguinte forma:

$$\vec{q} = m \cdot \vec{v}.$$

Esta é a definição correta da quantidade de movimento de um corpo. A quantidade de movimento total de um sistema de vários



Um barbante mantinha comprimida uma mola colocada entre dois discos com reservatório de gelo seco. O barbante foi queimado, ocasionando uma "explosão": os discos foram empurrados um para cada lado. O desenho mostrado à esquerda é uma representação da foto estroboscópica tirada durante essa experiência.

corpos é definida como a soma vetorial das quantidades de movimento dos corpos do sistema; por exemplo, se o sistema consiste de dois corpos de massas m_1 e m_2 e velocidades \vec{v}_1 e \vec{v}_2 , a quantidade de movimento total do sistema é $\vec{q}_t = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$.

Voltando à experiência da figura 2, verificamos que as quantidades de movimento, consideradas vetorialmente, dos discos A e B depois da explosão são iguais em módulo, têm a mesma direção mas sentidos opostos. Representando essas grandezas na escala de 1cm para 2kgm/s, temos:



vê-se que a soma vetorial dessas grandezas é zero, de modo que a quantidade de movimento do sistema não é 8,8kgm/s, mas zero. Dessa maneira, a quantidade de movimento se conservou, pois seu valor permaneceu nulo.

É significativo notar a diferença entre quantidade de movimento e movimento; o fato de a quantidade de movimento total de um sistema ser nula não implica que os corpos que o constituem estejam imóveis: na situação mostrada na figura 2, a quantidade de movimento total é zero — mas cada um dos dois corpos que constituem o sistema está se movendo.

~~$$q = mv$$~~

$$\vec{q} = m\vec{v}$$

RESPOSTAS

R₇ -

R₈ -

R₉ -

R₁₀ -

R₁₁ -

R₁₂ -

R₁₃ -

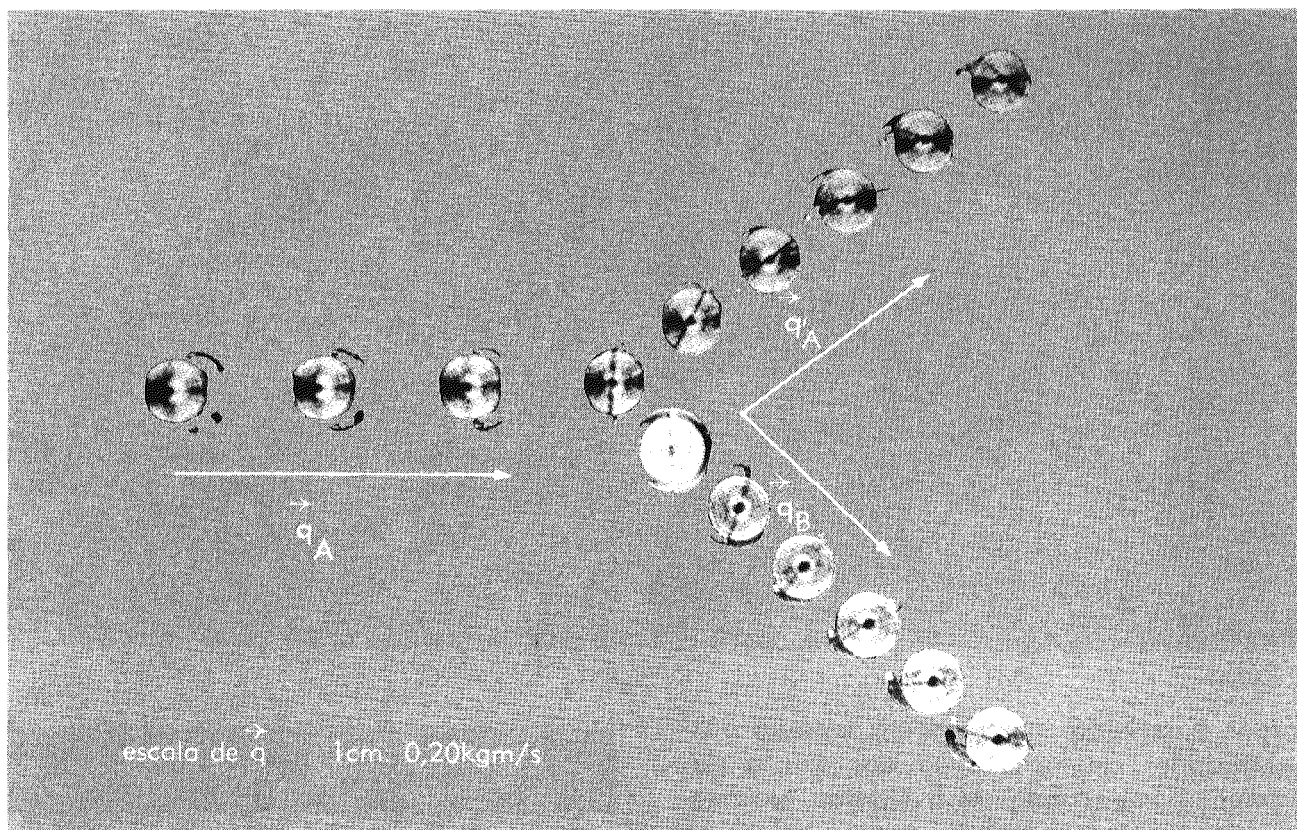


figura 3

Analisemos agora uma situação um pouco mais complicada: a figura 3 mostra a fotografia estroboscópica de um choque entre dois discos, em que houve mudança da direção do disco incidente, pois a colisão não foi exatamente de frente. O outro disco, inicialmente parado, também saiu em uma direção oblíqua ao movimento inicial do primeiro.

Na figura também estão representadas as quantidades de movimento (\vec{q}_A) do corpo A antes do choque e dos corpos A e B depois do choque (\vec{q}'_A e \vec{q}'_B).

Q14 — Determine o módulo da quantidade de movimento do disco A antes do choque; as quantidades de movimento estão representadas na escala 1cm: 0,20kgm/s.

Q15 — Qual o módulo da quantidade de movimento total do sistema antes do choque?

Observe como estão representadas as grandezas \vec{q}'_A e \vec{q}'_B ; o comprimento representa, em escala, o módulo dessas grandezas, enquanto que a direção e o sentido são os

mesmos das velocidades dos corpos depois do choque.

Q16 — Determine, na figura 3, a quantidade de movimento total depois do choque.

Q17 — Qual o valor da quantidade de movimento final do sistema?

Q18 — Houve conservação da quantidade de movimento?

A figura 4 mostra o movimento de dois discos sobre uma mesa lisa; eles se deslocaram da esquerda para a direita e se chocaram no centro da mesa.

Q19 — Calcule as velocidades dos discos A e B, antes do choque, utilizando a escala da figura. Quais os valores encontrados?

Q20 — Qual o valor da quantidade de movimento de cada disco?

Q21 — Represente na figura 4 as quantidades de movimento dos discos A e B.

Q22 — Determine graficamente na figura 4 a quantidade de movimento do sistema antes do choque.

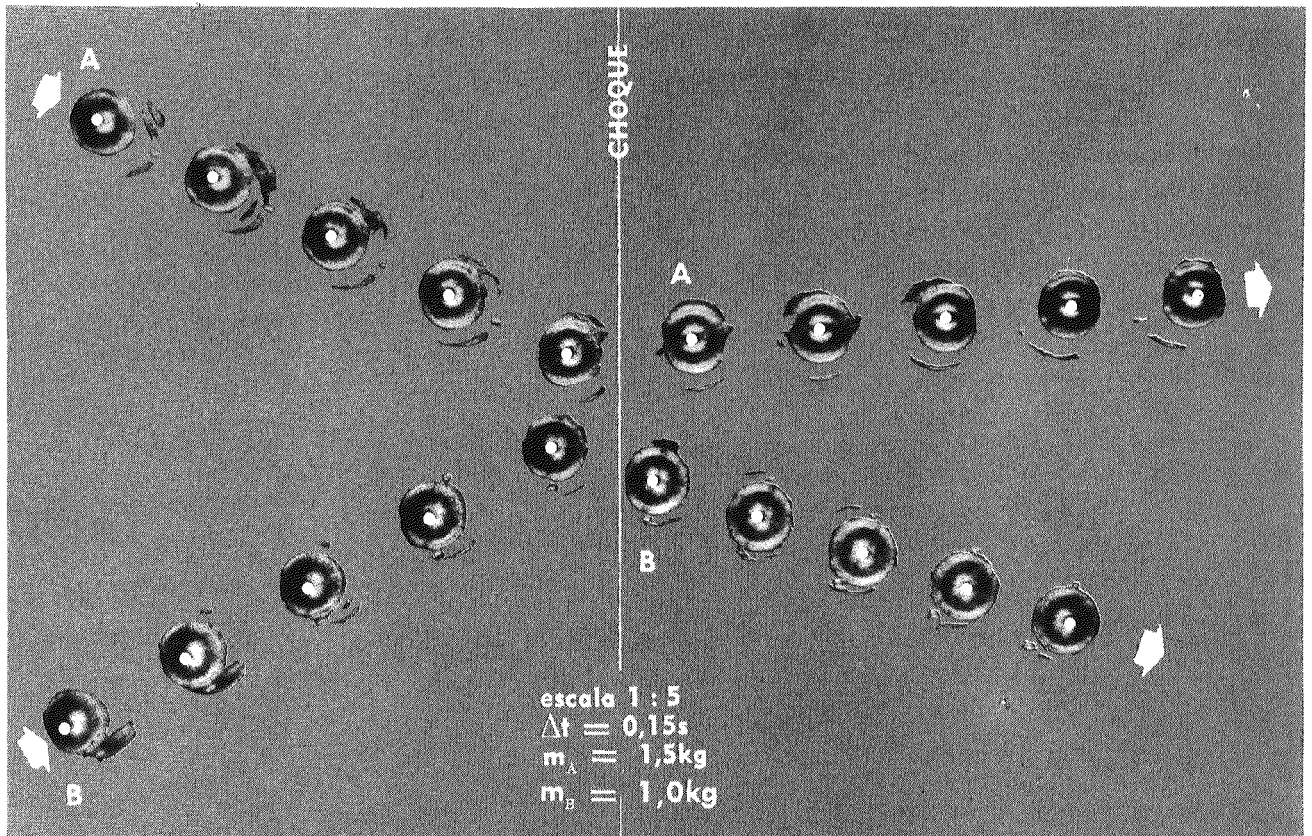


figura 4

figura 5

Na figura 5 estão representados os mesmos discos da figura 4, depois de terem colidido.

- Q23** — Calcule suas velocidades.
- Q24** — Quais os módulos das quantidades de movimento de cada um dos discos depois do choque?
- Q25** — Represente graficamente, na figura 5, a quantidade de movimento de cada disco e a quantidade de movimento total do sistema depois do choque.

Compare a quantidade de movimento total antes do choque com a quantidade de movimento total depois do choque.

- Q26** — Houve conservação da quantidade de movimento? Confira suas respostas.

A quantidade de movimento de um sistema se conserva independentemente do número de corpos que há nesse sistema e da maneira como esses corpos se movem. Vejamos, então, outro exemplo: na figura 6 está representada, sobre uma mesa horizontal, uma bomba inicialmente em repouso,

RESPOSTAS

R₁₄ -

R₁₅ -

R₁₇ -

R₁₈ -

R₁₉ - **A:** **B:**

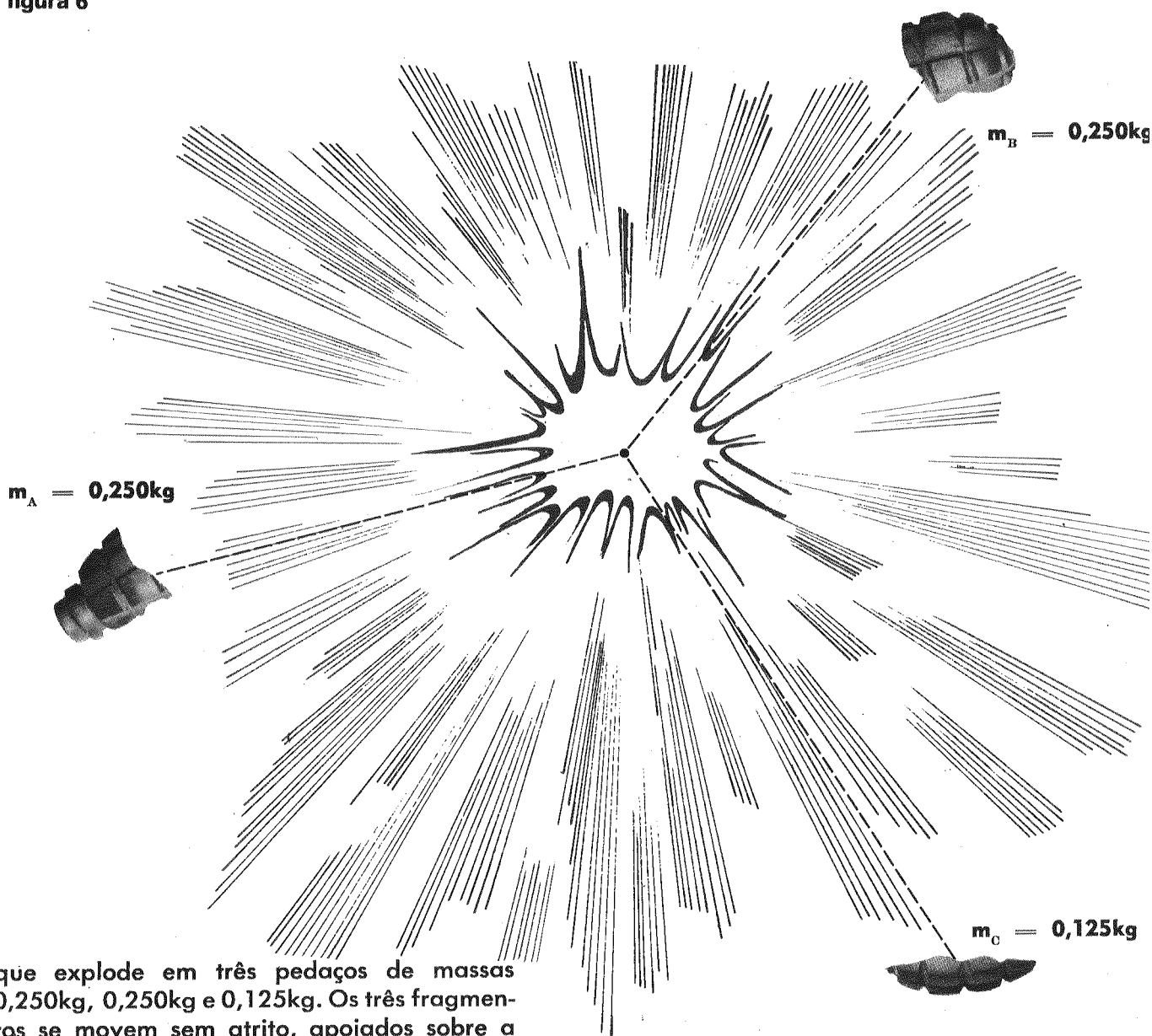
R₂₀ - **A:** **B:**

R₂₃ - **A:** **B:**

R₂₄ - **A:** **B:**

R₂₆ -

figura 6



que explode em três pedaços de massas 0,250kg, 0,250kg e 0,125kg. Os três fragmentos se movem sem atrito, apoiados sobre a mesa, com velocidades 20m/s, 20m/s e 25m/s, respectivamente. Na figura estão indicadas as direções de cada um dos movimentos imediatamente após a explosão.

- Q27** — Represente na figura 6 as quantidades de movimento de cada pedaço após a explosão, utilizando a escala 1cm: 1kgm/s.
- Q28** — Qual a quantidade de movimento da bomba antes da explosão?
- Q29** — Verifique se houve conservação da quantidade de movimento, efetuando a adição vetorial das quantidades de movimento dos três pedaços.


RESPOSTAS

R₂₈ -

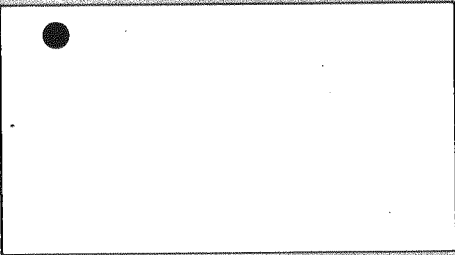
R₂₉ -

2. Exercícios de aplicação I

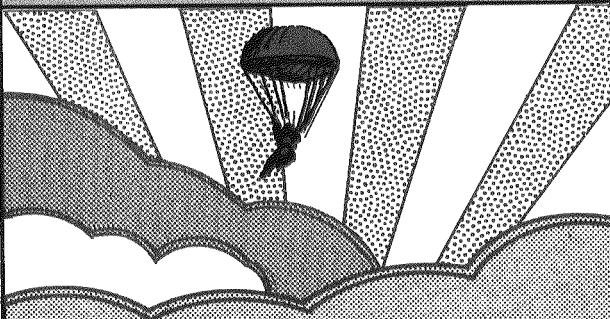
E1 — Calcule e represente, através de um vetor nas figuras abaixo, as quantidades de movimento $m\vec{v}$ de cada corpo nas situações descritas e indique a escala de representação usada em cada caso.



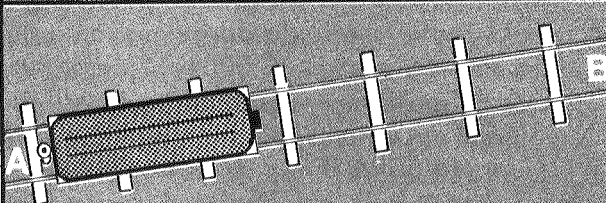
Uma espingarda atira uma bala de 0,001kg a uma velocidade de 600m/s.



Uma bola de bilhar de massa 0,100kg com velocidade de 0,10m/s deslocando-se em linha reta sobre uma mesa, do canto A para o canto B.

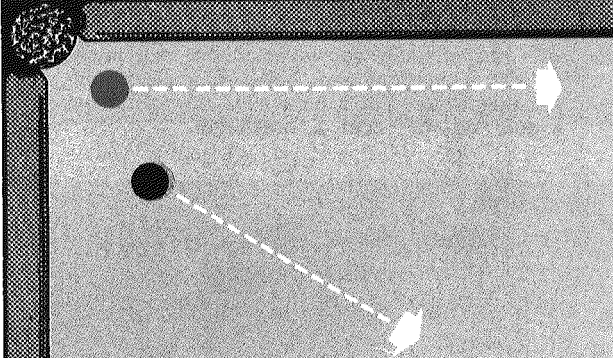


Um para-quedista em queda vertical com velocidade de 10m/s. A soma das massas do para-quedista e do para-quedas é 80kg.




Um vagão de trem, de 2 000 kg de massa, com velocidade de 10 km/h deslocando-se de A para B.

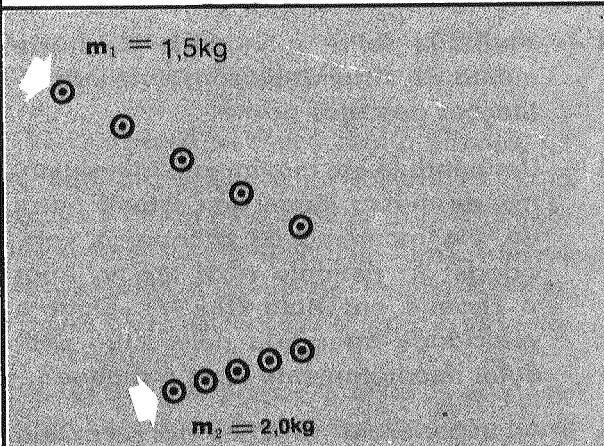
E2 — Represente a quantidade de movimento total dos sistemas de corpos nas situações descritas abaixo e indique a escala de representação usada. Os sentidos dos movimentos estão representados por setas.



As bolas de bilhar têm massa 0,100kg cada uma. A velocidade da bola roxa é 0,20m/s e a da preta 0,30m/s.

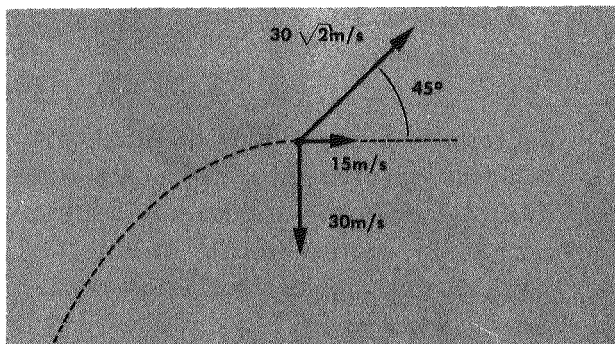


O automóvel A (massa 800kg) está a 20km/h e o B (massa 1 100kg) está a 40km/h.

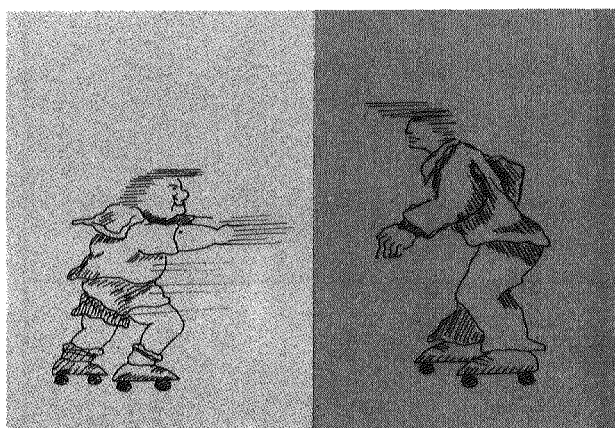


$m_1 = 1,5\text{kg}$
 $m_2 = 2,0\text{kg}$

Dois discos deslizando sobre uma mesa lisa. O intervalo de tempo entre as posições é de 0,10s. Cada 1cm do desenho corresponde a 10cm reais.



Uma granada de 1kg é lançada e explode no ar, dividindo-se em duas partes iguais, no momento que sua velocidade era de 15m/s e horizontal. Imediatamente após a explosão, uma das metades estava com uma velocidade de 30m/s, vertical para baixo, e a outra com velocidade $30\sqrt{2}$ m/s para cima, formando um ângulo de 45° com a horizontal.



Um homem e um menino, ambos usando patins, estão parados, um em frente ao outro. De repente, o menino dá um empurrão no homem e ambos se afastam; o menino (massa 40kg) com velocidade 0,30m/s e o homem (massa 70kg) com velocidade 0,17m/s.

- E3** — Verifique se a quantidade de movimento do sistema se conserva, nas situações descritas acima.
- E4** — Um pêndulo em movimento atingiu outro, de massa igual, que estava parado. No momento do choque, a velocidade do pêndulo roxo era v , após o choque era nula (fig. 7). Qual a velocidade adquirida pelo outro pêndulo, imediatamente após o choque?
- E5** — A experiência anterior foi repetida colocando-se uma substância adesiva no pêndulo preto. Após o choque, os pêndulos grudaram (fig. 8). Qual a velocidade que adquiriram?

RESPOSTAS DE EXERCÍCIOS

R₃ -

R₄ -

R₅ -

R₆ -

R₇ -

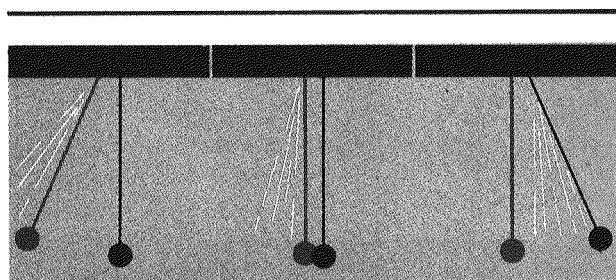


figura 7

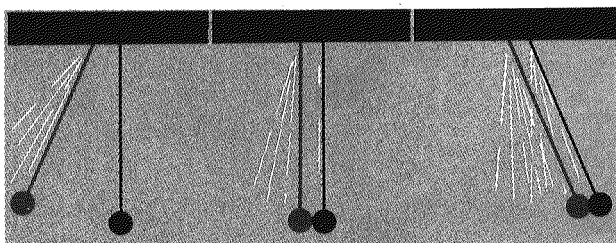
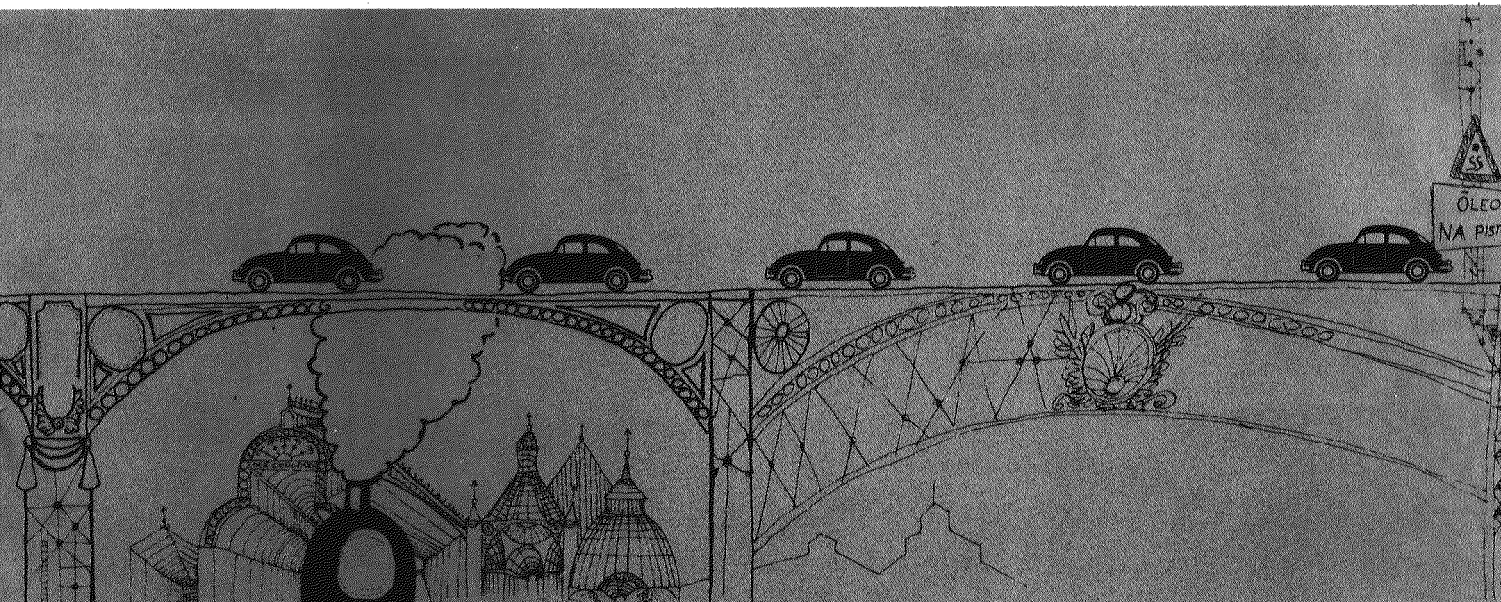


figura 8

- E6** — Num trecho retilíneo de estrada de ferro, uma locomotiva de 20 toneladas, à velocidade de 10km/h, engata em um vagão de carga de 5 toneladas, inicialmente parado. Qual a velocidade do conjunto, depois do engate?
- E7** — Dois automóveis de aproximadamente a mesma massa (1 000kg), deslocando-se em direções perpendiculares, colidem em uma esquina; a velocidade de um era 50km/h e a do outro, 80km/h. Supondo que eles tenham ficado presos um ao outro após a colisão, qual o valor da velocidade que adquiriram imediatamente após o choque?



3. A lei da conservação da quantidade de movimento

Em todos os exemplos que vimos até agora, a quantidade de movimento se conservou. Será que isso ocorre em qualquer situação, ou será que é necessária alguma condição especial que nos passou despercebida nos exemplos estudados?

Pensemos na situação de uma pedra que cai de uma certa altura: enquanto ela cai, sua velocidade aumenta, aumentando também sua quantidade de movimento; parece que neste caso não se verifica a conservação da quantidade de movimento.

Poderíamos pensar que isso se deve ao fato de que no caso da pedra que cai há **um** só corpo se movendo, ao passo que nos exemplos que estudamos havia sempre **dois** ou **mais** corpos.

No entanto, a razão não é essa; a figura 9, por exemplo, mostra em imagens estroboscópicas **um** carro que desliza em movimento uniforme sobre uma ponte horizontal cuja pista está suja de óleo: como sua velocidade é constante e sua massa não muda, a quantidade de movimento é constante, e assim se conserva enquanto dura o movimento. A diferença entre os casos da pedra e do carro está nas forças que agem sobre cada um deles: no caso do carro, a resultante das

figura 9

forças que agem sobre ele é nula, pois o efeito do peso é anulado pela ação da ponte, e o atrito, por causa do óleo, é praticamente desprezível; já no caso da pedra, a resultante das forças não é nula, pois o peso a acelera para baixo, aumentando sua velocidade.

Consideremos agora sistemas de dois corpos, e analisemos as forças que agem sobre eles. Na experiência da figura 1 tínhamos três fases:

1. O disco **A** está em movimento e o disco **B** está parado; há forças agindo sobre os discos, forças que não são provocadas por corpos que pertencem ao sistema. A essas forças chamaremos **forças externas**. Neste caso, as forças externas são o peso e a ação da mesa, que têm resultante nula.

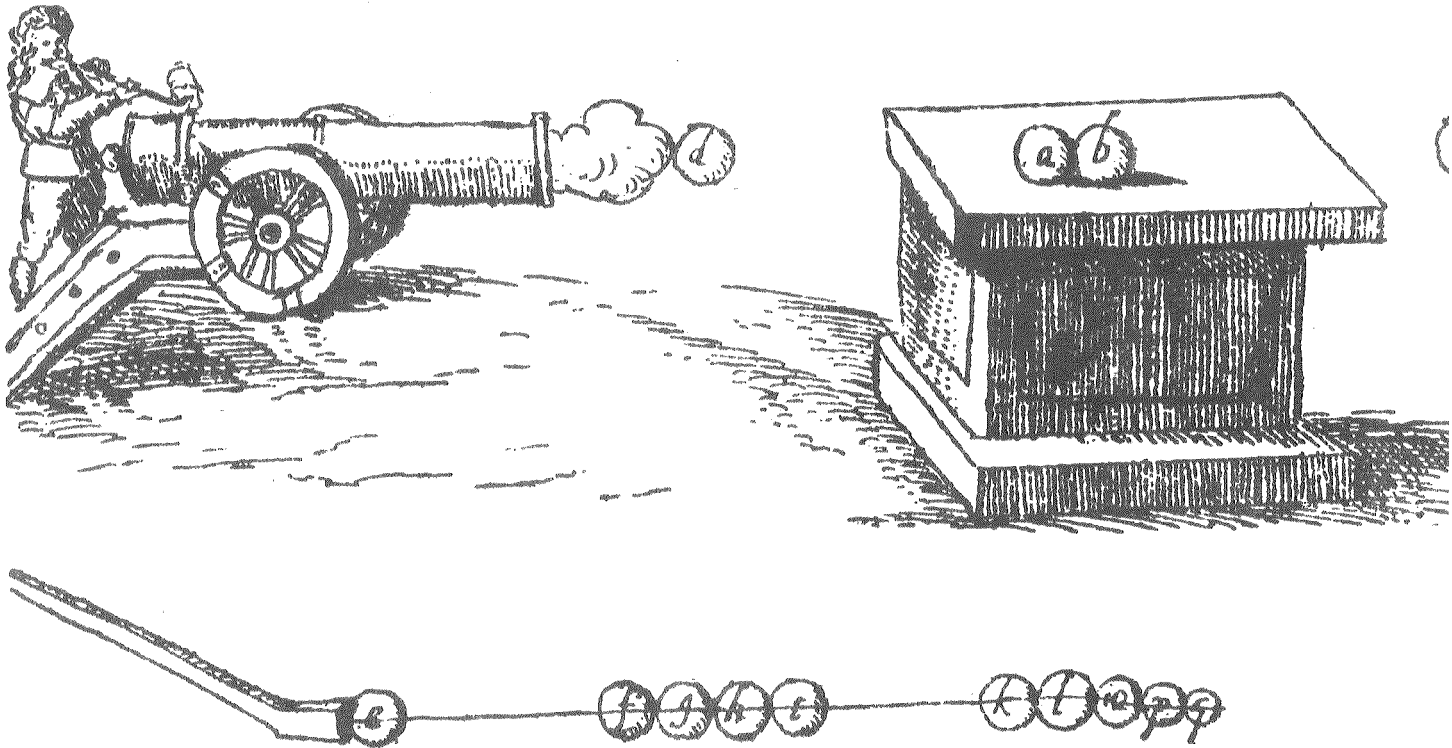
2. O disco **A** se choca com o disco **B**, de modo que, além das forças externas — cuja resultante é ainda nula — cada disco fica submetido a forças exercidas pelo outro. A estas forças daremos o nome de **forças internas**, pois agem entre os corpos do próprio sistema.

3. O disco **A** pára e o disco **B** se move com movimento uniforme; ainda aqui, a resultante das forças externas é nula.

Em conclusão, durante todo o processo, a resultante das forças **externas** ao sistema é nula, havendo conservação da quantidade

Primeiras experiências sobre o choque

(gravura do século XVII)



de movimento apesar de existirem também forças internas no sistema.

Q30 — Nos exemplos das figuras 2, 3, 4, 5 e 6 as resultantes das forças externas aos sistemas são nulas?

Q31 — Houve conservação da quantidade de movimento nesses casos?

Estudemos agora outro exemplo: a bolinha que rola na calha.

Q32 — A resultante das forças externas que agem sobre a bolinha enquanto ela rola na parte inclinada da calha é nula?

Q33 — A quantidade de movimento da bolinha se conserva nesse trecho?

Q34 — Qual é o valor da resultante das forças externas que agem sobre a bolinha enquanto ela rola na parte horizontal da calha?

Q35 — A quantidade de movimento da bolinha se conserva nesse trecho?

Q36 — A quantidade de movimento se conserva no movimento de um satélite? Por quê? Tome como exemplo o Kosmos 159.

Como conclusão geral, podemos então dizer que **a quantidade de movimento total de um sistema é constante quando e somente quando a resultante de todas as forças externas que agem sobre o sistema é nula.**

Essa é a chamada **lei de conservação da quantidade de movimento**, uma das mais importantes da Física. Sua validade nunca foi refutada; pelo contrário, foi comprovada experimentalmente inúmeras vezes.

Q37 — A lei da conservação da quantidade de movimento exige que as forças externas sejam nulas para que haja conservação da quantidade de movimento?

RESPOSTAS

R₃₀ -

R₃₁ -

R₃₂ -

R₃₃ -

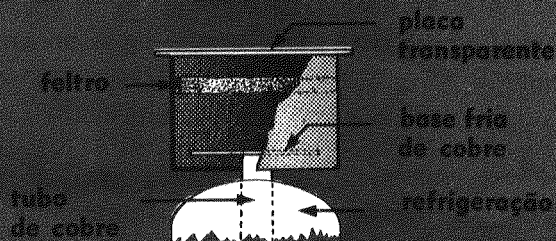
R₃₄ -

R₃₅ -

R₃₆ -

R₃₇ -

A lei de conservação da quantidade de movimento é importante no estudo das chamadas "partículas elementares" — elétrons, prótons, nêutrons, mésons, hiperons etc. Essas partículas, que se acredita serem as constituintes de toda matéria, foram quase todas descobertas, bem como suas propriedades, em experiências de colisão. Um dos dispositivos que permitem observar uma colisão entre algumas dessas partículas é a câmara de neblina de Wilson. Pode-se construir uma dessas câmaras com caixa cilíndrica rasa de tampa transparente, com cerca de 10cm de diâmetro, cujo fundo é mantido mais frio que a parte superior. Na parede lateral é colocada internamente uma tira de feltro enfiado com álcool. O álcool evapora-se continuamente e se condensa no fundo frio da câmara. Um pouco acima do fundo há uma região onde não ocorre condensação espontânea, mas se ali passarem partículas eletricamente carregadas, o álcool se condensará em pequenas gotas ao longo de suas trajetórias. As trajetórias tornam-se então visíveis, podendo ser fotografadas. As trajetórias vistas acima são curvas devido à ação de um campo magnético que desviou as partículas de carga positiva para a direita e as de carga negativa para a esquerda.



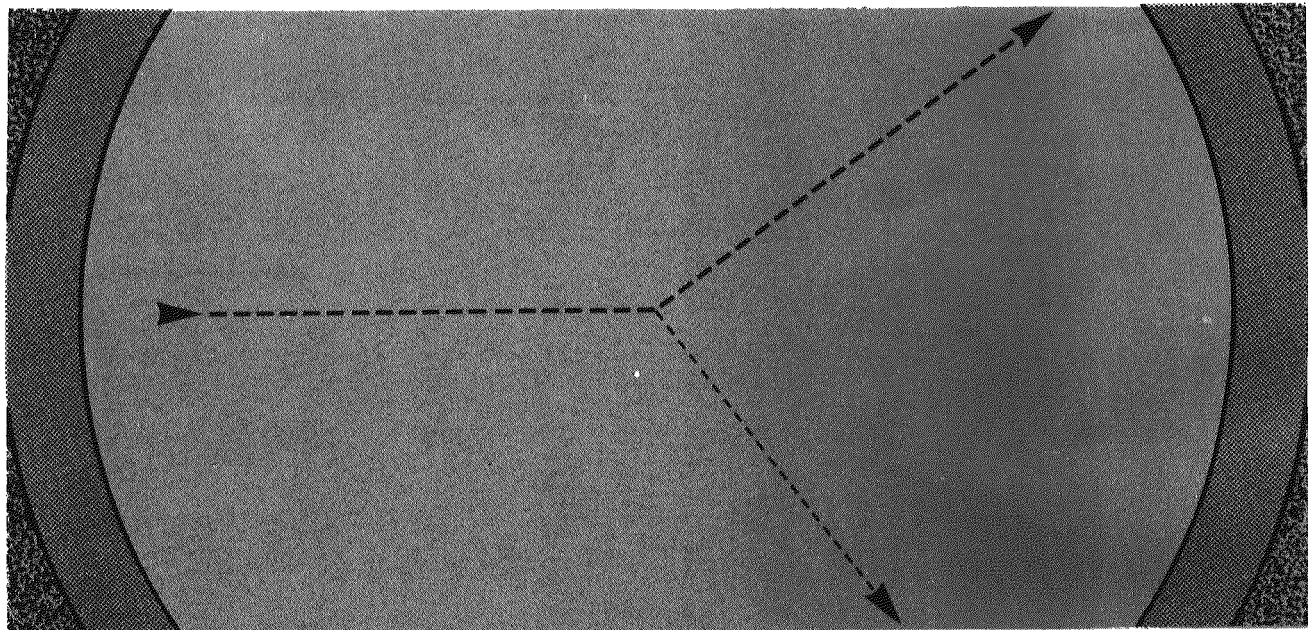


figura 10

4. Exercícios de aplicação II

E8 — Sabe-se que um próton e um nêutron, ao colidirem, podem formar uma outra partícula, o dêuteron.

As massas do próton e do nêutron são iguais, cada uma é $1,67 \times 10^{-27} \text{kg}$. A massa do dêuteron é praticamente igual à soma das massas do próton e do nêutron.

a) Suponha que um próton que se desloca para a direita com velocidade $7,0 \times 10^6 \text{m/s}$ colide frontalmente com um nêutron com velocidade $3,0 \times 10^6 \text{m/s}$ que se desloca para a esquerda.

Qual a velocidade prevista para o dêuteron formado nessa colisão?

b) Entretanto, ao se realizar uma experiência desse tipo verifica-se que a velocidade do dêuteron é diferente da prevista e que há emissão de um **raio gama**, além da formação do dêuteron.

Você diria que o raio gama emitido tem quantidade de movimento?

E9 — Verificou-se que, após a colisão de um próton com velocidade $1,0 \times 10^7 \text{m/s}$ com um núcleo de He, que está em

repouso, o próton recuou com velocidade de $6,0 \times 10^6 \text{m/s}$ e o núcleo de He moveu-se para frente com velocidade de $4,0 \times 10^6 \text{m/s}$. Sendo a massa do próton $1,67 \times 10^{-27} \text{kg}$, calcule a massa do núcleo de hélio.

E10 — Um corpo de massa 10kg, inicialmente em repouso, cai de certa altura.

- Qual a direção e sentido de sua quantidade de movimento?
- Qual o módulo da quantidade de movimento nos instantes 0,0s, 2,0s e 3,0s após o início da queda?

E11 — Um carrinho de massa 0,20kg está em movimento com uma velocidade constante de 10,0m/s. Uma força de intensidade 0,040N, de mesma direção que a velocidade, mas com sentido contrário a ela, age durante 30s sobre o carrinho. Qual a quantidade de movimento desse carrinho quando cessa a ação da força?

E12 — A figura 10 representa as trajetórias de dois prótons que colidem em uma câmara de Wilson. Sabendo que o próton incidente tinha uma velocidade de $5 \times 10^7 \text{m/s}$ antes do choque e que o outro próton estava praticamente em repouso, determinar as velocidades dos prótons após o choque.

RESPOSTAS DE EXERCÍCIOS

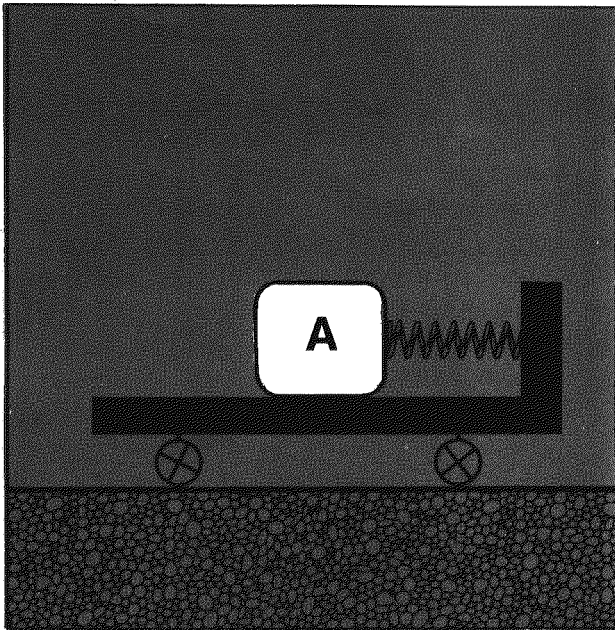


figura 11

- E13** — Dois meninos, que estão patinando, em certo instante encontram-se frente um ao outro e param. Para reiniciar a patinação empurram-se. A massa desses meninos é de 80kg e 40kg, respectivamente. Determine a velocidade com que sai o segundo, sabendo-se que o primeiro sai com uma velocidade de 0,5m/s.
- E14** — Em uma manobra, uma locomotiva empurra um vagão vazio, de massa $2,5 \times 10^4$ kg, e o desengata com uma velocidade de 2m/s. Esse vagão choca-se, em seguida, com um vagão parado de massa $5,0 \times 10^4$ kg. Os freios dos vagões não estão aplicados.
- a) Qual a quantidade de movimento inicial do primeiro vagão?
b) Qual a velocidade dos dois vagões ao se moverem juntos após o choque?
- E15** — O carrinho da figura 11 pode se mover sem atrito sobre a mesa; sua massa é 1,2kg e sobre ele há a caixa A de massa 0,30kg. Inicialmente o carrinho está em repouso. Num certo instante a mola se desprende, empurrando a caixinha A para fora do carrinho com velocidade de 4,0m/s em relação à mesa. Qual a velocidade adquirida pelo carrinho?

R₈ - a)

b)

R₉ -

R₁₀ -

R₁₁ -

R₁₂ -

R₁₃ -

R₁₄ -

R₁₅ -

RESPOSTAS

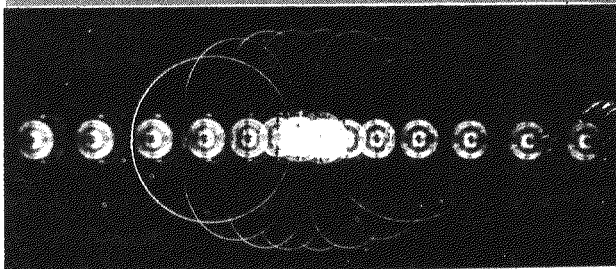
R₃₈ a R₄₁ responda no quadro abaixo

A	t_4	B	t_4
	t_6		t_6
	Δv_A		Δv_B
	a_A		a_B

R₄₂ -

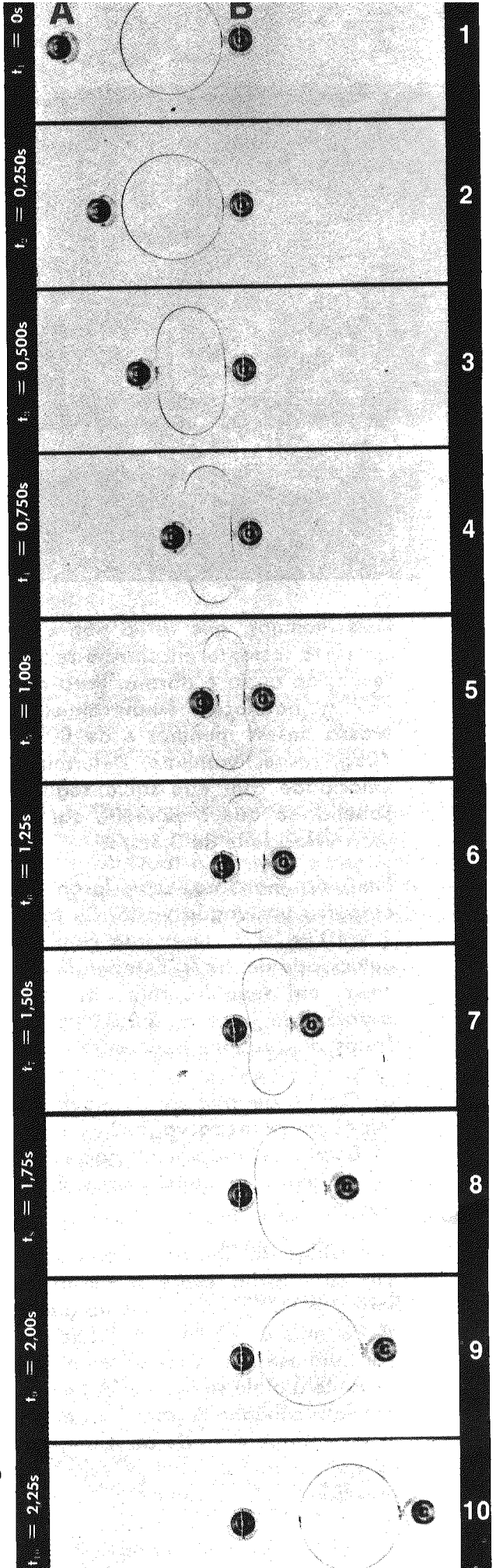
R₄₃ -

A figura 12 é uma seqüência de fotogramas, obtidos durante a filmagem de um choque entre dois discos, que mostra suas posições em intervalos de 0,250s. No disco B foi fixada uma mola para que o choque se desse lentamente. Observe que nas posições 1 a 2 o disco A está em movimento e o disco B está parado. O choque, fenômeno durante o qual atuam as forças de ação e reação, pode ser observado das posições 3 até 8 pela deformação da mola. Nas posições 9 e 10, o disco A está parado e o disco B em movimento. A massa de cada disco é de 1,5kg. Para facilidade de medida escolha como referência uma das bordas da seqüência da figura 12 (escala 1 : 15). A fotografia estroboscópica abaixo foi obtida registrando-se todas essas imagens numa mesma chapa fotográfica.



9-16

figura 12



5. Ação e reação

Vimos que a quantidade de movimento total de um sistema de corpos se conserva sempre que a resultante das **forças externas** que agem sobre o sistema é nula, mesmo quando existem **forças internas** ao sistema. Essas forças internas podem ser responsáveis pela variação da quantidade de movimento dos corpos do sistema tomados isoladamente; no entanto, elas não causam modificação na quantidade de movimento total. Por exemplo, em um sistema de dois corpos em que a resultante das **forças externas** é nula, a modificação da quantidade de movimento de um dos corpos desse sistema é causada por **forças internas**, e deve ser acompanhada pela modificação da quantidade de movimento do outro corpo — também causada por **forças internas** — de modo que a quantidade de movimento total do sistema se conserve. Assim, no caso da colisão dos dois discos, as forças que cada um exerce sobre o outro causam mudanças na quantidade de movimento de cada disco; entretanto, a quantidade de movimento total do sistema se mantém constante.

Vamos agora estudar mais detidamente as forças internas que agem sobre um sistema. Para isso, analisemos a colisão ilustrada na figura 12. Esse choque é mais lento que os anteriores, porque os discos não se tocam diretamente, mas exercem forças entre si através de uma mola presa ao disco **B**. Por meio desse artifício podemos analisar em detalhe o que acontece durante a colisão.

Durante o choque, cada disco fica sujeito a três forças, duas das quais são externas ao sistema (o peso e a reação de apoio); a terceira força, interna ao sistema, é a que o outro disco exerce através da mola. A força de atrito entre os discos e a mesa é muito pequena, de modo que podemos desprezá-la. Como os pesos dos discos são equilibrados pela ação do apoio, a resultante das forças externas ao sistema é nula e, portanto, há conservação da quantidade de movimento total do sistema. Quanto às forças internas — ou **forças de interação** entre os discos —

podemos calculá-las a partir da aceleração que produziram, por meio da relação $\vec{F} = m\vec{a}$.

- Q38** — Determine a velocidade v_4 do disco **A** no instante t_4 e a velocidade v_6 no instante t_6 . Represente-as no quadro em branco.
- Q39** — Repita o mesmo procedimento para o disco **B**, calculando e representando no quadro suas velocidades no instante t_4 e no instante t_6 .
- Q40** — Determine a aceleração do disco **A** no instante t_5 , utilizando as velocidades nos instantes t_4 e t_6 já representadas no quadro.
- Q41** — Da mesma forma, determine a aceleração do disco **B** na posição 5.
- Q42** — Qual é a relação entre as acelerações dos discos **A** e **B** na posição 5?

Utilizando a relação $\vec{F} = m\vec{a}$, e o valor das massas indicadas na legenda da figura 12, calcule e represente no quadro em branco as forças que agem sobre os discos **A** e **B** no instante t_5 .

- Q43** — As forças são iguais?

Como as forças sobre os dois discos têm sentidos opostos, as variações na quantidade de movimento que elas provocam são iguais em módulo e têm sentidos opostos. Portanto, no cálculo da quantidade de movimento **total** do sistema, essas variações se compensam mutuamente. Esse é o motivo pelo qual as forças internas ao sistema não são levadas em consideração na lei da conservação da quantidade de movimento.

Fazendo o mesmo tipo de análise para qualquer instante durante o choque, verificamos que a força que age sobre o disco **A** tem o mesmo valor e direção da que age sobre o disco **B**, mas tem sentido oposto; essas forças são chamadas **forças de interação** ou de **ação e reação**.

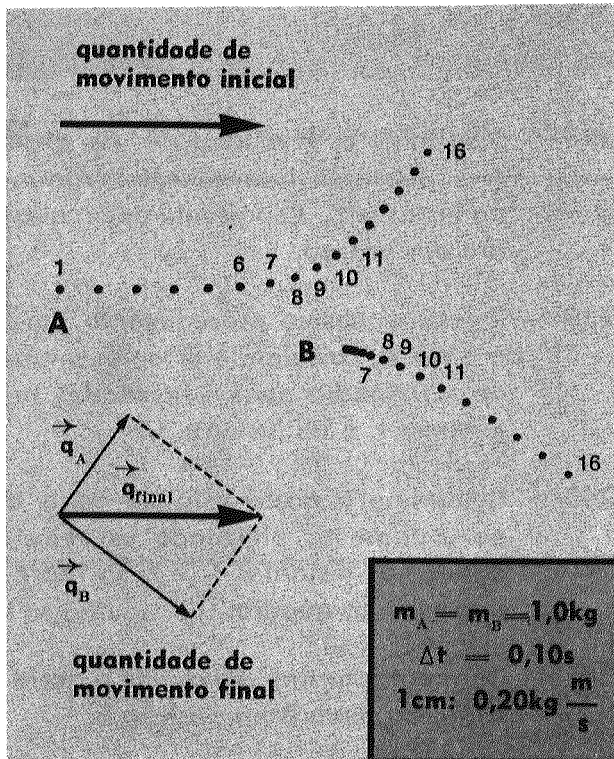


figura 13

Isaac Newton chegou às mesmas conclusões, fazendo experiências com colisões entre pêndulos, e enunciou a partir daí a sua terceira lei do movimento: sempre que um corpo A exerce uma força sobre outro corpo B, o corpo B também exerce sobre A uma força, que tem mesmo módulo, mesma direção e sentido contrário aos da força exercida sobre B.

O enunciado de Newton para essa lei não foi exatamente esse; em sua formulação original, a lei dizia: a cada ação está sempre associada uma reação igual e contrária. Por isso, a terceira lei é também conhecida como lei da ação e reação.

Estudemos agora uma outra colisão, para verificar a validade da lei da ação e reação. A figura 13 mostra os pontos correspondentes às diversas posições assumidas pelos centros de dois discos antes, durante e depois de um choque. O disco A foi lançado da esquerda para a direita e o disco B estava inicialmente parado. Graças a ímãs colocados nos discos, eles se repeliram, ocasionando o que é também conhecido como "colisão" — apesar de os discos não terem encostado um no outro. Na figura estão representadas também as quantidades de movimento inicial e final do sistema.

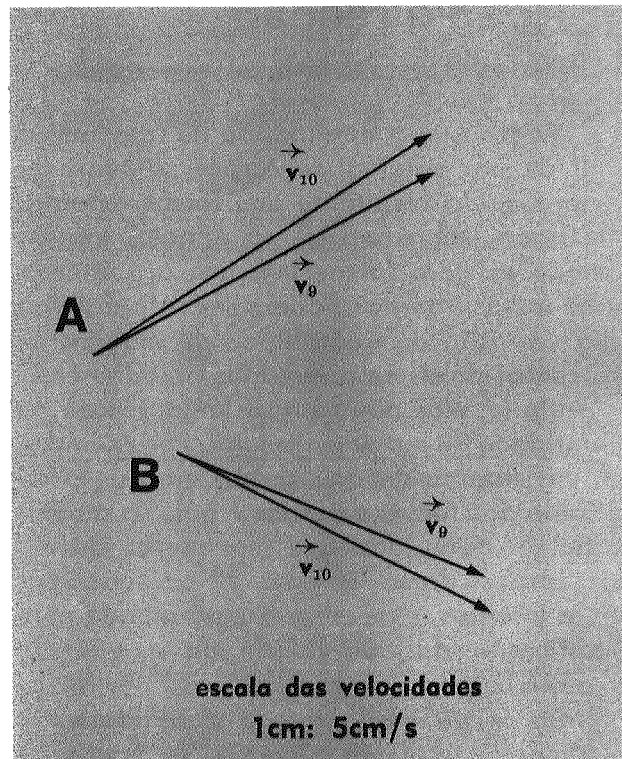


figura 14

Q44 — A quantidade de movimento total se conservou?

Na figura 14 estão representadas as velocidades dos discos em duas posições sucessivas durante o choque. Essas posições são as de números 9 e 10.

Q45 — Utilizando a figura 14, calcule as acelerações de A e B no intervalo entre a 9.ª e a 10.ª posições.

Q46 — Calcule as forças de interação \vec{F}_A e \vec{F}_B e represente-as na figura 14.

Q47 — A que conclusão você pode chegar a respeito de \vec{F}_A e \vec{F}_B ?

A verificação que acabamos de fazer poderia ter sido feita em qualquer outro intervalo de tempo durante a colisão; chegaríamos sempre à mesma conclusão — as forças \vec{F}_A e \vec{F}_B podem ter módulos diferentes de um para outro instante mas, num mesmo instante, têm módulos iguais e sentidos opostos — pois é sempre válida a lei da ação e reação.

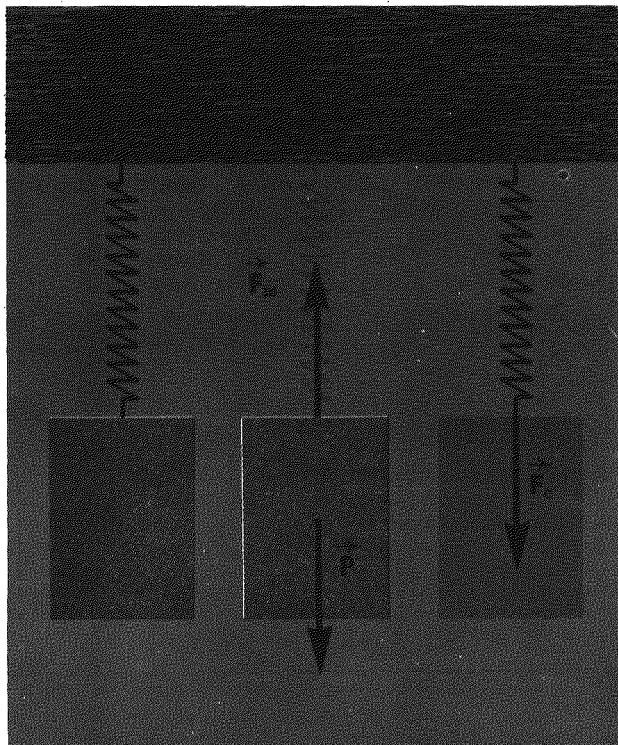


figura 15

6. Exercícios de aplicação III

E16 — Um corpo sujeito apenas à ação de seu peso tende a cair acelerado. Para evitar que caia, podemos pendurá-lo por uma mola; ela exercerá uma força que equilibrará o peso do corpo. Quais são a direção, o sentido e o módulo da força exercida pela mola sobre o corpo?

E17 — Em um corpo pendurado por uma mola atuam duas forças: seu peso, que é devido à atração terrestre, e uma força devida à mola, vertical, dirigida para cima, de módulo igual ao seu peso (figura 15). Sobre a mola passa a ser exercida uma força vertical, dirigida para baixo, igual ao peso do corpo, que pode ser medida pela deformação produzida. A força aplicado ao corpo pela mola (\vec{F}_m) e a força aplicada à mola pelo corpo (\vec{F}_c) são forças de interação (ação e reação).

Qual é a relação entre \vec{F}_m e \vec{F}_c ?

RESPOSTAS

R₄₄ -

R₄₅ -

R₄₇ -

RESPOSTAS DE EXERCÍCIOS

R₁₆ -

R₁₇ -

E18 — Para que uma carroça se movimente é necessária a aplicação de uma força sobre ela. O cavalo, ao puxar a carroça, sente que uma força contrária ao movimento, aplicada pela carroça, lhe retarda.

Um cavalo, no tempo em que os animais falavam, ao ter notícia da lei da ação e reação, se recusou a puxar uma carroça, argumentando:

— Se a força que exerço sobre a carroça é exatamente igual e oposta à força exercida pela carroça sobre mim, como posso mover a carroça?

Utilizando corretamente a lei da ação e reação, como você explicaria ao cavalo?!

E19 — Um bloco de madeira foi puxado horizontalmente sobre uma mesa lisa (sem atrito) por meio de uma corda. Qual foi o valor da força exercida pelo bloco sobre a corda? A aceleração adquirida pelo bloco foi de $2,0\text{m/s}^2$ e sua massa $1,0\text{kg}$.

E20 — A força exercida pela Terra sobre uma laranja em queda foi de $0,10\text{N}$. Qual o valor da força exercida pela laranja sobre a Terra, durante a queda? Qual o valor da aceleração adquirida pela Terra, devida a esta força? A massa da Terra é de $6 \times 10^{24}\text{kg}$.

RESPOSTAS DE EXERCÍCIOS

R18 -

R19 -

R20 -

As respostas numéricas que dependem de medidas feitas por você podem diferir, das apresentadas no texto, em algumas unidades da última casa representada, mas a quantidade de algarismos significativos deve ser a mesma das respostas do texto.

R1 — $8,0\text{kgm/s}$.

R2 — 0kgm/s .

R3 — $0,49\text{m/s}$.

R4 — 0m/s .

R5 — **A:** $0,74\text{kgm/s}$. **B:** 0kgm/s .

R6 — $0,74\text{kgm/s}$.

R7 — **A:** 0kgm/s . **B:** $0,74\text{kgm/s}$.

R8 — $(0 + 0,74)\text{kgm/s} = 0,74\text{kgm/s}$.

R9 — Sim.

R10 — Zero; pois as velocidades dos dois discos são nulas.

R11 — $Q_A = 4,4\text{kgm/s}$.

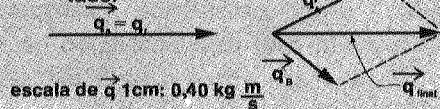
R12 — $Q_B = 4,4\text{kgm/s}$.

R13 — $8,8\text{kgm/s}$.

R14 — $0,89\text{kgm/s}$.

R15 — $0,89\text{kgm/s}$.

R16 — Obs.: Escala da figura reduzida à metade.

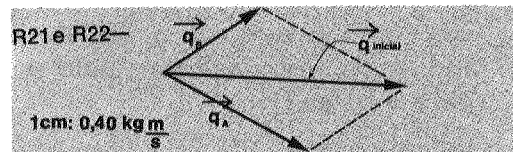


R17 — $0,89\text{kgm/s}$.

R18 — Sim.

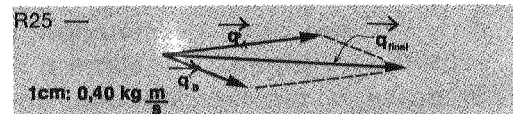
R19 — Disco **A** — $0,58\text{m/s}$. Disco **B** — $0,62\text{m/s}$.

R20 — Disco **A** — $0,87\text{kgm/s}$. — Disco **B** — $0,62\text{kgm/s}$.

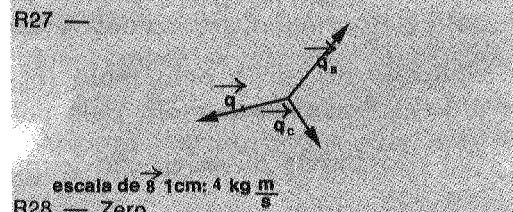


R23 — Disco **A** — $0,56\text{m/s}$. Disco **B** — $0,48\text{m/s}$.

R24 — Disco **A** — $0,84\text{kgm/s}$. Disco **B** — $0,48\text{kgm/s}$.



R26 — Sim.



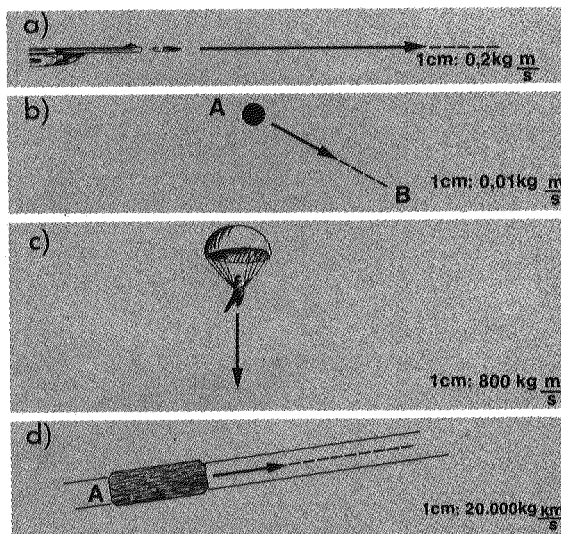
R28 — Zero.

- R29 — Sim, houve conservação: a soma vetorial das três quantidades de movimento depois da explosão é zero.
- R30 — Sim, pois em todos os casos o atrito é desprezível e as forças-peso são equilibradas pela ação da mesa.
- R31 — Sim.
- R32 — Não, pois o peso da bolinha não é equilibrado totalmente pela reação de apoio.
- R33 — Não, pois ela está sendo acelerada, de modo que sua velocidade — portanto, sua quantidade de movimento — aumenta.
- R34 — A resultante é nula.
- R35 — Sim.
- R36 — A quantidade de movimento não se conserva, pois a resultante das forças externas que agem sobre ele (a atração gravitacional da Terra) não é nula.
- R37 — Não; ela exige que a resultante de todas as forças externas seja nula.
- R38 — Disco A: $v_4 = 31\text{cm/s}$ e $v_6 = 15\text{cm/s}$.

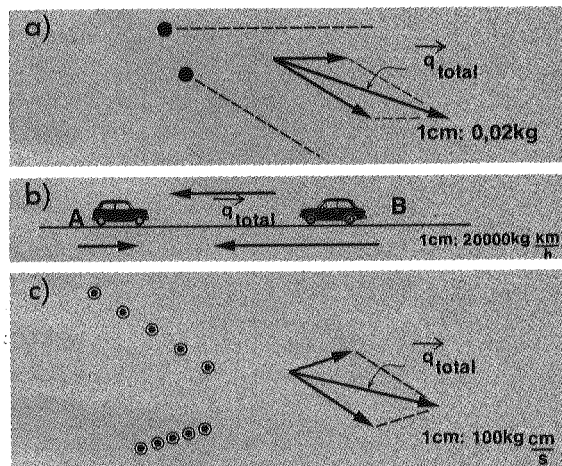
- Obs.: v_4 e v_6 podem ser consideradas iguais às velocidades médias do disco A entre os instantes t_3 e t_5 e os instantes t_5 e t_7 , respectivamente. Nesse caso, v_4 , por exemplo, é igual à distância percorrida entre os instantes t_3 e t_5 , dividida por $\Delta t = 0,500\text{s}$.
- R39 — Disco B: $v_4 = 8,4\text{cm/s}$ e $v_6 = 23\text{cm/s}$. (Releia a observação de R38.)
- R40 — $a_A = -32\text{cm/s}^2$.
- R41 — $a_B = 30\text{cm/s}^2$.
- R42 — As acelerações têm aproximadamente o mesmo módulo e direção mas sentidos opostos.
- R43 — Têm mesmo módulo e direção mas sentidos opostos.
- R44 — Sim.
- R45 — Disco A: 25cm/s . Disco B: 25cm/s .
- R46 — $F_A = 0,25\text{N}$; $F_B = 0,25\text{N}$.
- R47 — Essas forças têm o mesmo módulo, a mesma direção mas sentidos opostos.

Respostas dos Exercícios de aplicação

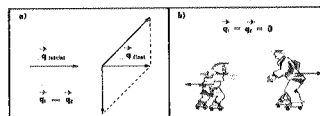
R1 —



R2 —



R3 —



- R4 — Adquiriu a velocidade v .
- R5 — Adquiriram uma velocidade $V = \frac{v}{2}$.
- R6 — $8,0\text{km/h}$.
- R7 — 48km/h .
- R8 — a) $|v_d| = 2,0 \times 10^6\text{m/s}$; na direção e sentido em que se movia o próton antes da colisão.
b) Sim. É justamente devido a isso que a velocidade do dêuteron é diferente da prevista quando se considera que ocorreu apenas sua formação.
- R9 — $6,7 \times 10^{-27}\text{kg}$.
- R10 — Inicialmente era nula. Quando em queda a quantidade de movimento teria:
a) Direção vertical; sentido para baixo.
b) $0,0\text{kgm/s}$; $2,0 \times 10^2\text{kgm/s}$; $3,0 \times 10^2\text{kgm/s}$, respectivamente.
- R11 — Inicialmente $0,80\text{kgm/s}$, na mesma direção e sentido da velocidade.
- R12 — As velocidades são $4 \times 10^7\text{m/s}$ e $3 \times 10^7\text{m/s}$.
- R13 — 1m/s .
- R14 — a) $5 \times 10^4\text{kgm/s}$; b) $0,7\text{m/s}$.
- R15 — De $1,0\text{m/s}$ para a direita.
- R16 — Direção vertical, sentido de baixo para cima, módulo, igual ao do peso do corpo.
- R17 — $F_c = -F_m$.
- R18 — "É verdade que as forças são exatamente iguais, mas elas não se cancelam, pois estão sendo exercidas em corpos diferentes..."
- R19 — $F = 2,0\text{N}$.
- R20 — a) $0,10\text{N}$.
b) $\frac{0,10}{6 \times 10^{24}} = 1,7 \times 10^{-26}\text{m/s}^2$.

ISBN 85-222-0161-7

Esta obra foi impressa pela
EDITORA DO BRASIL S/A.
Av. Mal. Humberto de Alencar Castelo Branco, 368
Fone: 913-4141 — Guarulhos — SP
para a
FAE — Fundação de Assistência ao Estudante
Rua Miguel Ângelo, 96 — Maria da Graça
Rio de Janeiro — RJ — República Federativa do Brasil
em 1984.