Distribuição Normal

Bacharelado em Economia - FEA - Noturno

$1^{\underline{o}}$ Semestre 2017

Profs. Gilberto A. Paula e Vanderlei C. Bueno

Sumário

Distribuição Normal

O objetivo principal desta aula é apresentar a Distribuição Normal (Gauss, 1809), discutir suas principais propriedades e ilustrar com algumas aplicações.

Sumário

Fluência da Fala

Descrição do Projeto

Descrição do Projeto

- Dados do projeto Perfil Evolutivo da Fluência da Fala de Falantes do Português Brasileiro

Descrição do Projeto

- Dados do projeto Perfil Evolutivo da Fluência da Fala de Falantes do Português Brasileiro
- Estudo realizado pela Faculdade de Medicina - USP e pela Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas - USP

Descrição do Projeto

- Dados do projeto Perfil Evolutivo da Fluência da Fala de Falantes do Português Brasileiro
- Estudo realizado pela Faculdade de Medicina - USP e pela Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas - USP
- Projeto desenvolvido em 2006 referente a tese de doutorado

Descrição do Projeto

- Dados do projeto Perfil Evolutivo da Fluência da Fala de Falantes do Português Brasileiro
- Estudo realizado pela Faculdade de Medicina - USP e pela Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas - USP
- Projeto desenvolvido em 2006 referente a tese de doutorado
- Análise Estatística realizada pelo Centro de Estatística Aplicada (CEA) do IME-USP (Dados CEA0P16)

Objetivo do Projeto

Avaliar o perfil da fluência da fala de acordo com a idade, gênero e grau de escolaridade.

Objetivo do Projeto

Avaliar o perfil da fluência da fala de acordo com a idade, gênero e grau de escolaridade.

Amostra

A amostra consistiu de 594 indivíduos residentes na cidade de São Paulo com idade entre 2 e 99 anos.

Descrição do Experimento

Foram obtidas de cada indivíduo amostras de fala auto-expressiva. O indivíduo era apresentado a uma figura e orientado a discorrer sobre a mesma durante um tempo mínimo de 3 minutos e máximo de 6 minutos. Para crianças de 2 e 3 anos, as amostras foram obtidas com a colaboração dos pais.

Algumas Variáveis do Estudo

Algumas Variáveis do Estudo

- Gênero (1:feminino e 2:masculino)

Algumas Variáveis do Estudo

- Gênero (1:feminino e 2:masculino)
- Idade (em anos)

Algumas Variáveis do Estudo

- Gênero (1:feminino e 2:masculino)
- Idade (em anos)
- Grau de escolaridade (pré-escola a superior)

Algumas Variáveis do Estudo

- Gênero (1:feminino e 2:masculino)
- Idade (em anos)
- Grau de escolaridade (pré-escola a superior)
- Fluxo de palavras por minuto (FPM)

Algumas Variáveis do Estudo

- Gênero (1:feminino e 2:masculino)
- Idade (em anos)
- Grau de escolaridade (pré-escola a superior)
- Fluxo de palavras por minuto (FPM)
- Fluxo de sílabas por minuto (FSM)

Algumas Variáveis do Estudo

- Gênero (1:feminino e 2:masculino)
- Idade (em anos)
- Grau de escolaridade (pré-escola a superior)
- Fluxo de palavras por minuto (FPM)
- Fluxo de sílabas por minuto (FSM)
- Número de interjeições durante o discurso (INTERJ)

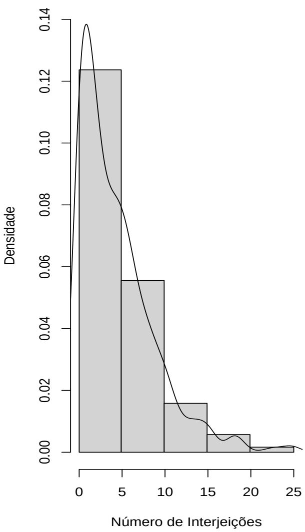
Algumas Variáveis do Estudo

- Gênero (1:feminino e 2:masculino)
- Idade (em anos)
- Grau de escolaridade (pré-escola a superior)
- Fluxo de palavras por minuto (FPM)
- Fluxo de sílabas por minuto (FSM)
- Número de interjeições durante o discurso (INTERJ)
- Número de palavras não terminadas durante o discurso (PNT)

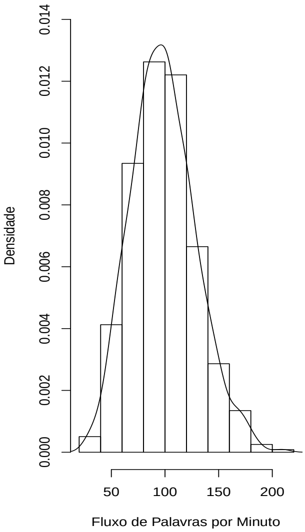
Algumas Variáveis do Estudo

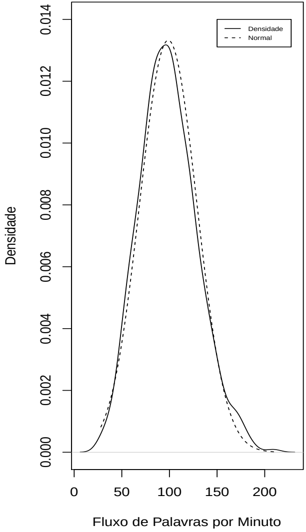
- Gênero (1:feminino e 2:masculino)
- Idade (em anos)
- Grau de escolaridade (pré-escola a superior)
- Fluxo de palavras por minuto (FPM)
- Fluxo de sílabas por minuto (FSM)
- Número de interjeições durante o discurso (INTERJ)
- Número de palavras não terminadas durante o discurso (PNT)
- Número de pausas durante o discurso (PAUSA)

Aproximação por Densidade: INTERJ



Aproximação por Densidade: FPM





Comentários

Comentários

- nota-se que a distribuição do número de interjeições é assimétrica à direita sugerindo alguma distribuição quantitativa assimétrica para estudar essa variável

Comentários

- nota-se que a distribuição do número de interjeições é assimétrica à direita sugerindo alguma distribuição quantitativa assimétrica para estudar essa variável
- já para o fluxo de palavras por minuto nota-se uma distribuição aproximadamente simétrica que é bem aproximada pela distribuição normal

Comentários

- nota-se que a distribuição do número de interjeições é assimétrica à direita sugerindo alguma distribuição quantitativa assimétrica para estudar essa variável
- já para o fluxo de palavras por minuto nota-se uma distribuição aproximadamente simétrica que é bem aproximada pela distribuição normal
- assim como o fluxo de palavras por minuto há um grande número de variáveis quantitativas que são bem aproximadas pela distribuição normal

Sumário

Distribuição Normal

Se X é uma variável aleatória com distribuição normal de média μ e variância σ^2, a função densidade de probabilidade de X é definida por

Distribuição Normal

Se X é uma variável aleatória com distribuição normal de média μ e variância σ^2, a função densidade de probabilidade de X é definida por

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{\sigma^2}(x-\mu)^2},$$

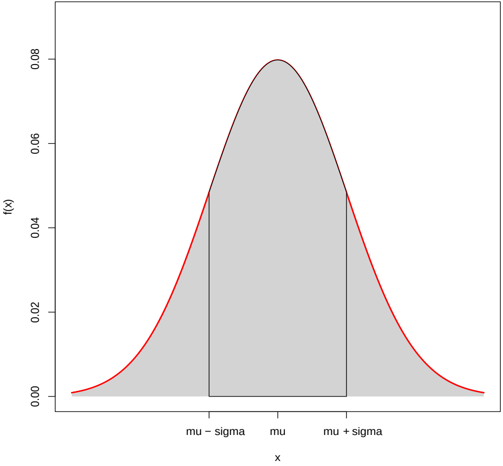
Distribuição Normal

Se X é uma variável aleatória com distribuição normal de média μ e variância σ^2, a função densidade de probabilidade de X é definida por

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{\sigma^2}(x-\mu)^2},$$

para $-\infty < x, \mu < +\infty$ e $\sigma > 0$. Notação: $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$.

Descrição da $f(x)$ de uma N(μ, σ^2)



Propriedades

Propriedades

- $\mathrm{E}(X) = \mu$ (média ou valor esperado de X)

Propriedades

- $\mathrm{E}(X) = \mu$ (média ou valor esperado de X)
- $\mathrm{Var}(X) = \sigma^2$ (e portanto, $\mathrm{DP}(X) = \sigma$)

Propriedades

- $\mathrm{E}(X) = \mu$ (média ou valor esperado de X)
- $\mathrm{Var}(X) = \sigma^2$ (e portanto, $\mathrm{DP}(X) = \sigma$)
- μ também é a mediana e a moda de X

Propriedades

- $\text{E}(X) = \mu$ (média ou valor esperado de X)
- $\text{Var}(X) = \sigma^2$ (e portanto, $\text{DP}(X) = \sigma$)
- μ também é a mediana e a moda de X
- $x = \mu$ é o ponto de máximo de $f(x)$

Propriedades

- $E(X) = \mu$ (média ou valor esperado de X)
- $\text{Var}(X) = \sigma^2$ (e portanto, $\text{DP}(X) = \sigma$)
- μ também é a mediana e a moda de X
- $x = \mu$ é o ponto de máximo de $f(x)$
- $f(x) \to 0$ quando $x \to \pm\infty$

Propriedades

- $\mathrm{E}(X) = \mu$ (média ou valor esperado de X)
- $\mathrm{Var}(X) = \sigma^2$ (e portanto, $\mathrm{DP}(X) = \sigma$)
- μ também é a mediana e a moda de X
- $x = \mu$ é o ponto de máximo de $f(x)$
- $f(x) \to 0$ quando $x \to \pm\infty$
- $\mu - \sigma$ e $\mu + \sigma$ são pontos de inflexão de $f(x)$

Propriedades

- $\mathrm{E}(X) = \mu$ (média ou valor esperado de X)
- $\mathrm{Var}(X) = \sigma^2$ (e portanto, $\mathrm{DP}(X) = \sigma$)
- μ também é a mediana e a moda de X
- $x = \mu$ é o ponto de máximo de $f(x)$
- $f(x) \to 0$ quando $x \to \pm\infty$
- $\mu - \sigma$ e $\mu + \sigma$ são pontos de inflexão de $f(x)$
- a curva Normal é simétrica em torno da média μ

Observação 1

$$P(a \leq X \leq b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X < b).$$

Observação 1

$$P(a \leq X \leq b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X < b).$$

Observação 2

Observação 1

$$P(a \leq X \leq b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X < b).$$

Observação 2

- $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 0,683$

Observação 1

$$P(a \leq X \leq b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X < b).$$

Observação 2

- $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 0,683$
- $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) = 0,955$

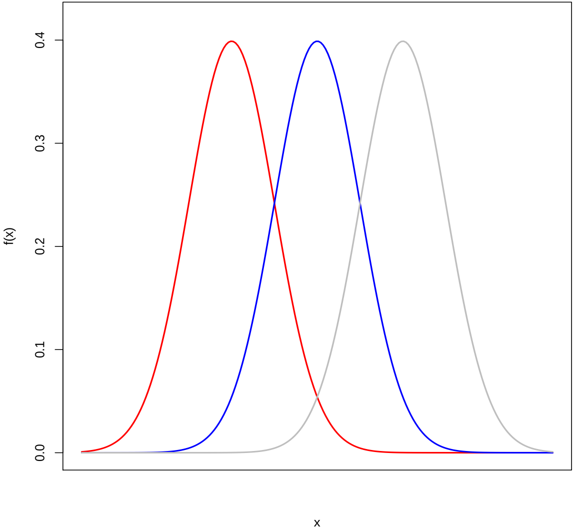
Observação 1

$$P(a \leq X \leq b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X < b).$$

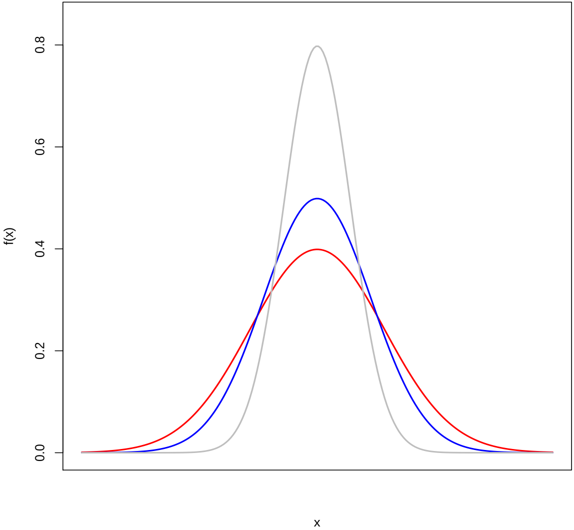
Observação 2

- $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 0,683$
- $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) = 0,955$
- $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) = 0,997$

Distribuições Normais de médias diferentes



Distribuições Normais de variâncias diferentes



Padronização

Se $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ e $Z \sim \mathrm{N}(0, 1)$ (normal padrão), então

Padronização

Se $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ e $Z \sim \mathrm{N}(0, 1)$ (normal padrão), então

$$P(X \leq x) = P\left(Z \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right),$$

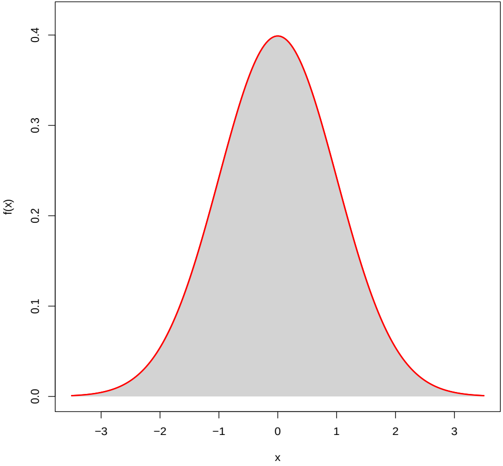
Padronização

Se $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ e $Z \sim \mathrm{N}(0, 1)$ (normal padrão), então

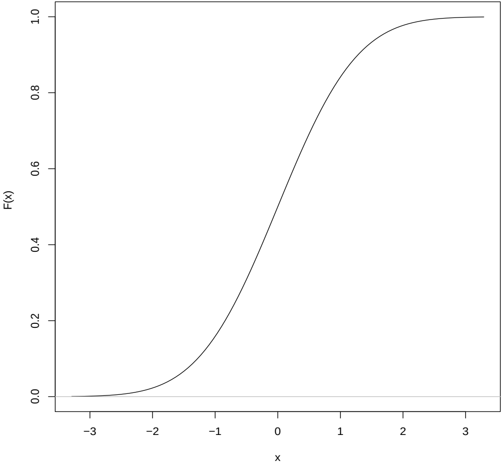
$$P(X \leq x) = P\left(Z \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right),$$

ou seja, todos os cálculos podem ser feitos pela normal padrão.

Descrição da $f(z)$ da N(0,1)

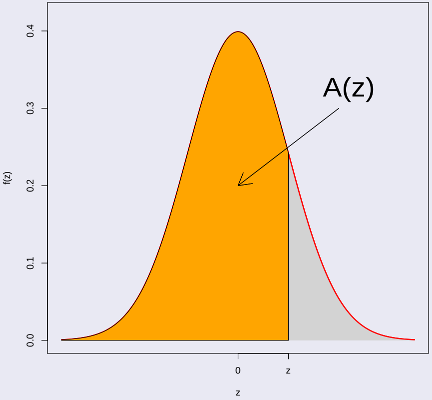


Descrição da $F(z)$ da N(0,1)



Sumário

Descrição de $A(z) = P(Z \leq z)$, $z \geq 0$



Distribuição Normal Padrão: Valores de $A(z) = P(Z \leq z)$

	Segunda Decimal de z									
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817

Distribuição Normal Padrão: Valores de $A(z) = P(Z \leq z)$

	Segunda Decimal de z									
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

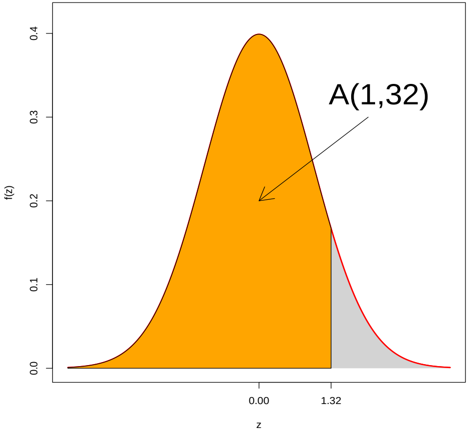
Sumário

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(Z \leq 1,32)$ = A(1,32) = 0,9066.

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(Z \leq 1,32)$ = A(1,32) = 0,9066.



Cálculo de probabilidades

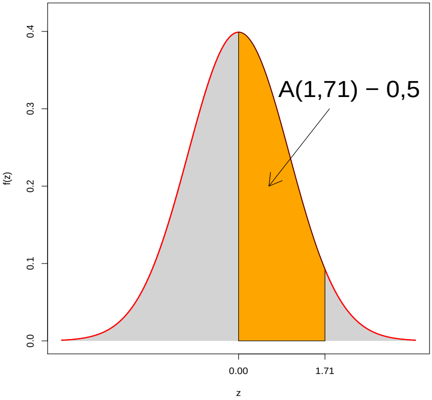
Vamos calcular $P(0 \leq Z \leq 1,71)$ = $P(Z \leq 1,71)$ - $P(Z \leq 0)$ =

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(0 \leq Z \leq 1,71)$ = $P(Z \leq 1,71)$ - $P(Z \leq 0)$ = A(1,71) - 0,5 = 0,9564 - 0,5 = 0,4564.

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(0 \leq Z \leq 1,71)$ = $P(Z \leq 1,71)$ - $P(Z \leq 0)$ =
A(1,71) - 0,5 = 0,9564 - 0,5 = 0,4564.



Cálculo de probabilidades

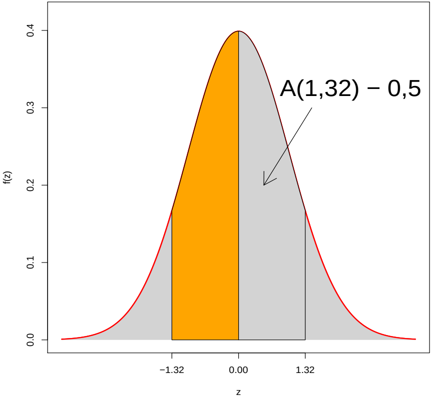
Vamos calcular $P(-1,32 \leq Z \leq 0) = P(0 \leq Z \leq 1,32) =$

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(-1,32 \leq Z \leq 0)$ = $P(0 \leq Z \leq 1,32)$ = A(1,32) - 0,5 = 0,9066 - 0,5 = 0,4066.

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(-1,32 \leq Z \leq 0)$ = $P(0 \leq Z \leq 1,32)$ = A(1,32) - 0,5 = 0,9066 - 0,5 = 0,4066.



Cálculo de probabilidades

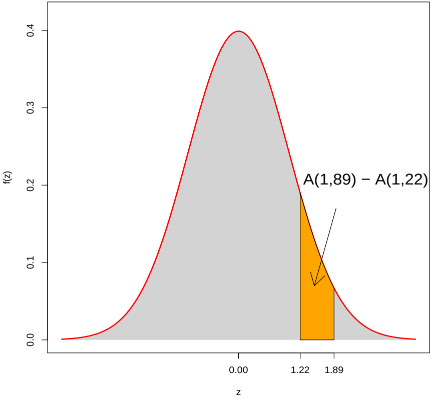
Vamos calcular $P(1,22 \leq Z \leq 1,89)$ = $P(Z \leq 1,89)$ - $P(Z \leq 1,22)$ =

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(1,22 \leq Z \leq 1,89)$ = $P(Z \leq 1,89)$ - $P(Z \leq 1,22)$ = A(1,89) - A(1,22) = 0,9706 - 0,8888 = 0,0818.

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(1,22 \leq Z \leq 1,89)$ = $P(Z \leq 1,89)$ - $P(Z \leq 1,22)$ = A(1,89) - A(1,22) = 0,9706 - 0,8888 = 0,0818.



Cálculo de probabilidades

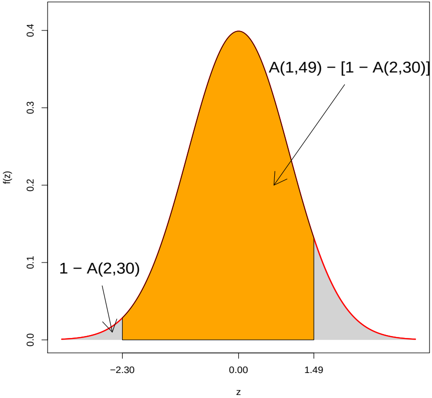
Vamos calcular $P(-2,30 \leq Z \leq 1,49)$ = $P(Z \leq 1,49)$ - $P(Z \leq -2,30)$
=

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(-2,30 \leq Z \leq 1,49)$ = $P(Z \leq 1,49)$ - $P(Z \leq -2,30)$
= A(1,49) - [1 - A(2,30)] = 0,9319 - [1 - 0,9893] =
0,9319 - 1 + 0,9893 = 0,9212.

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(-2,30 \leq Z \leq 1,49)$ = $P(Z \leq 1,49)$ - $P(Z \leq -2,30)$ = A(1,49) - [1 - A(2,30)] = 0,9319 - [1 - 0,9893] = 0,9319 - 1 + 0,9893 = 0,9212.



Cálculo de probabilidades

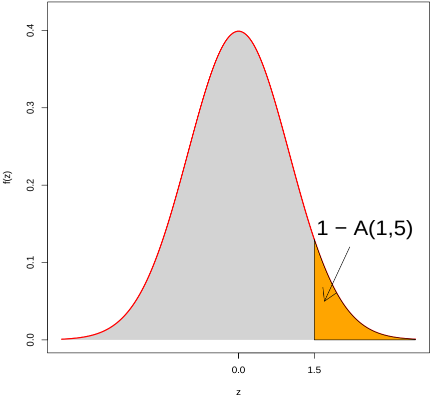
Vamos calcular $P(Z \geq 1,5)$ = 1 - $P(Z \leq 1,5)$ =

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(Z \geq 1,5)$ = 1 - $P(Z \leq 1,5)$ =
1 - A(1,5) = 1 - 0,9332 = 0,0668.

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(Z \geq 1,5)$ = 1 - $P(Z \leq 1,5)$ =
1 - A(1,5) = 1 - 0,9332 = 0,0668.



Cálculo de probabilidades

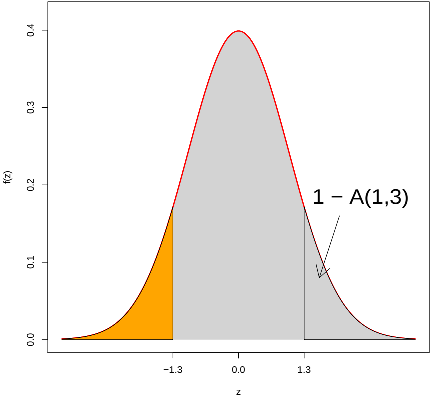
Vamos calcular $P(Z \leq -1,3)$ = $P(Z \geq 1,3)$ = 1 - $P(Z \leq 1,3)$ =

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(Z \leq -1,3)$ = $P(Z \geq 1,3)$ = 1 - $P(Z \leq 1,3)$ = 1 - A(1,3) = 1 - 0,9032 = 0,0968.

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(Z \leq -1,3)$ = $P(Z \geq 1,3)$ = 1 - $P(Z \leq 1,3)$ =
1 - A(1,3) = 1 - 0,9032 = 0,0968.



Cálculo de probabilidades

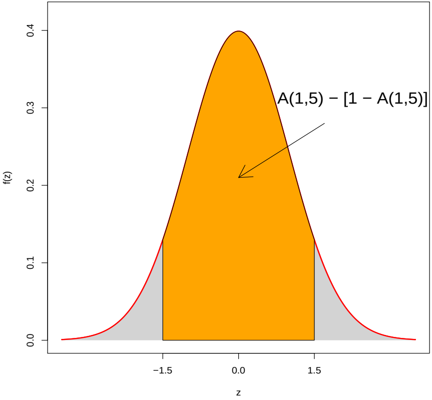
Vamos calcular $P(-1,5 \leq Z \leq 1,5)$ = $P(Z \leq 1,5)$ - $P(Z \leq -1,5)$ =

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(-1,5 \leq Z \leq 1,5)$ = $P(Z \leq 1,5)$ - $P(Z \leq -1,5)$ =
A(1,5) - [1 - A(1,5)] = 0,9332 - [1 - 0,9332] =
0,9332 - 0,0668 = 0,8664.

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(-1,5 \leq Z \leq 1,5)$ = $P(Z \leq 1,5)$ - $P(Z \leq -1,5)$ =
A(1,5) - [1 - A(1,5)] = 0,9332 - [1 - 0,9332] =
0,9332 - 0,0668 = 0,8664.



Cálculo de probabilidades

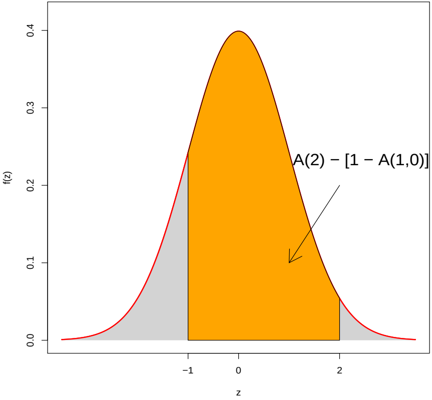
Vamos calcular $P(-1,0 \leq Z \leq 2,0)$ = $P(Z \leq 2,0)$ - $P(Z \leq -1,0)$ =

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(-1,0 \leq Z \leq 2,0)$ = $P(Z \leq 2,0)$ - $P(Z \leq -1,0)$ =
A(2,0) - [1 - A(1,0)] = 0,9772 - [1 - 0,8413] =
0,9772 - 0,1587 = 0,8185.

Cálculo de probabilidades

Vamos calcular $P(-1,0 \leq Z \leq 2,0)$ = $P(Z \leq 2,0)$ - $P(Z \leq -1,0)$ =
A(2,0) - [1 - A(1,0)] = 0,9772 - [1 - 0,8413] =
0,9772 - 0,1587 = 0,8185.



Cálculo de probabilidades

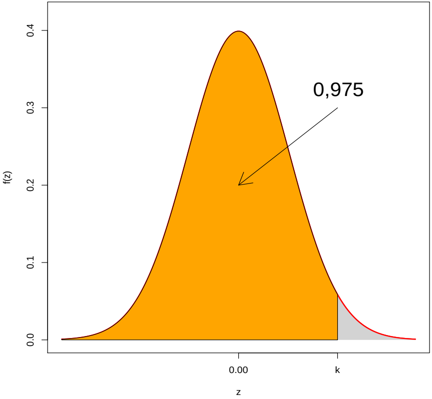
Qual é k tal que $P(Z \leq k) = 0,975$?

Cálculo de probabilidades

Qual é k tal que $P(Z \leq k) = 0,975$?
Devemos resolver A(k)=0,975. Pela tabela obtemos $k = 1,96$.

Cálculo de probabilidades

Qual é k tal que $P(Z \leq k) = 0,975$?
Devemos resolver A(k)=0,975. Pela tabela obtemos $k = 1,96$.



Cálculo de probabilidades

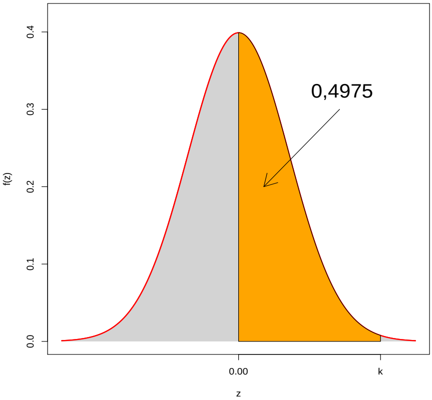
Qual é k tal que $P(0 \leq Z \leq k) = 0,4975$?

Cálculo de probabilidades

Qual é k tal que $P(0 \leq Z \leq k) = 0,4975$?
Assim k é tal que A(k) = 0,5 + 0,4975 = 0,9975. Obtemos $k = 2,81$.

Cálculo de probabilidades

Qual é k tal que $P(0 \leq Z \leq k) = 0,4975$?
Assim k é tal que A(k) = 0,5 + 0,4975 = 0,9975. Obtemos $k = 2,81$.



Cálculo de probabilidades

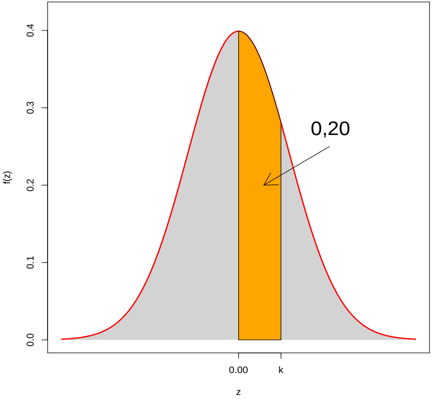
Qual é k tal que $P(0 \leq Z \leq k) = 0,20$.

Cálculo de probabilidades

Qual é k tal que $P(0 \leq Z \leq k) = 0,20$.
Assim k é tal que A(k) = 0,5 + 0,20 = 0,70. Obtemos $k = 0,52$.

Cálculo de probabilidades

Qual é k tal que $P(0 \leq Z \leq k) = 0,20$.
Assim k é tal que A(k) = 0,5 + 0,20 = 0,70. Obtemos $k = 0,52$.



Cálculo de probabilidades

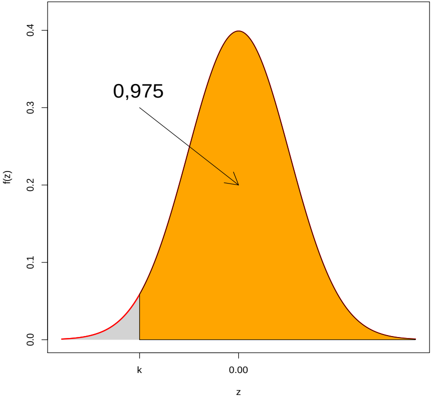
Qual é k tal que $P(Z \geq k) = 0,975$?

Cálculo de probabilidades

Qual é k tal que $P(Z \geq k) = 0,975$? Por simetria k é tal que A(-k) = 0,975. Obtemos $-k = 1,96$ e assim $k = -1,96$.

Cálculo de probabilidades

Qual é k tal que $P(Z \geq k) = 0,975$? Por simetria k é tal que A(-k) = 0,975. Obtemos $-k = 1,96$ e assim $k = -1,96$.



Cálculo de probabilidades

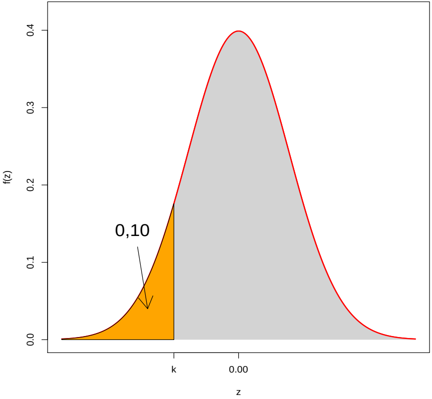
Qual é k tal que $P(Z \leq k) = 0,10$?

Cálculo de probabilidades

Qual é k tal que $P(Z \leq k) = 0,10$? Por simetria A(-k) = 0,90.
Obtemos $-k = 1,28$ e assim $k = -1,28$.

Cálculo de probabilidades

Qual é k tal que $P(Z \leq k) = 0,10$? Por simetria A(-k) = 0,90.
Obtemos $-k = 1,28$ e assim $k = -1,28$.



Cálculo de probabilidades

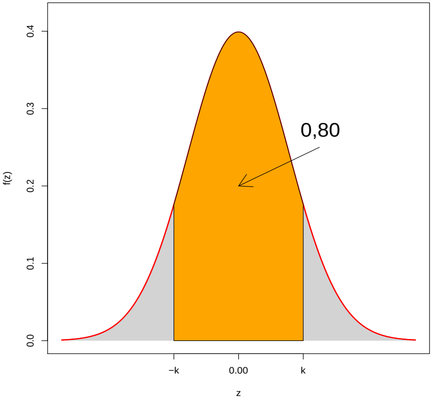
Qual é k tal que $P(-k \leq Z \leq k) = 0,80$?

Cálculo de probabilidades

Qual é k tal que $P(-k \leq Z \leq k) = 0,80$? Temos que A($k$) = 0,80 + 0,10 = 0,90. Pela tabela obtemos $k = 1,28$ e $-k = -1,28$.

Cálculo de probabilidades

Qual é k tal que $P(-k \leq Z \leq k) = 0,80$? Temos que A($k$) = 0,80 + 0,10 = 0,90. Pela tabela obtemos $k = 1,28$ e $-k = -1,28$.



Sumário

Cálculo de probabilidades

Temos que $\mu = 10$, $\sigma^2 = 64$ e $\sigma = 8$. Vamos calcular

Cálculo de probabilidades

Temos que $\mu = 10$, $\sigma^2 = 64$ e $\sigma = 8$. Vamos calcular

$$\begin{aligned} P(6 \leq X \leq 12) &= P\left(\frac{6-10}{8} \leq Z \leq \frac{12-10}{8}\right) \\ &= P(-0,5 \leq Z \leq 0,25). \end{aligned}$$

Cálculo de probabilidades

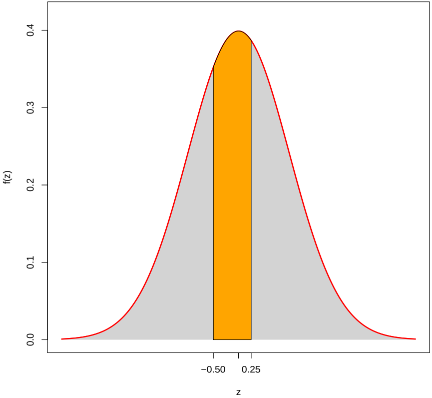
Assim $P(6 \leq X \leq 12) = P(-0,5 \leq Z \leq 0,25)$ = $P(Z \leq 0,25)$ - $P(Z \leq -0,5)$ =

Cálculo de probabilidades

Assim $P(6 \leq X \leq 12) = P(-0,5 \leq Z \leq 0,25)$ = $P(Z \leq 0,25)$ - $P(Z \leq -0,5)$ = A(0,25) - [1 - A(0,5)] =
0,5987 - [1 - 0,6915] = 0,5987 - 0,3085 = 0,2902.

Cálculo de probabilidades

Assim $P(6 \leq X \leq 12) = P(-0,5 \leq Z \leq 0,25)$ = $P(Z \leq 0,25)$ - $P(Z \leq -0,5)$ = A(0,25) - [1 - A(0,5)] = 0,5987 - [1 - 0,6915] = 0,5987 - 0,3085 = 0,2902.



Cálculo de probabilidades

Temos que $\mu = 10$, $\sigma^2 = 64$ e $\sigma = 8$. Vamos calcular
$P(X \leq 8 \text{ ou } X > 14)$

Cálculo de probabilidades

Temos que $\mu = 10$, $\sigma^2 = 64$ e $\sigma = 8$. Vamos calcular $P(X \leq 8 \text{ ou } X > 14)$

$$\begin{aligned} P(X \leq 8) + P(X > 14) &= P\left(Z \leq \frac{8-10}{8}\right) + P\left(Z > \frac{14-10}{8}\right) \\ &= P(Z \leq -0,25) + P(Z > 0,5). \end{aligned}$$

Cálculo de probabilidades

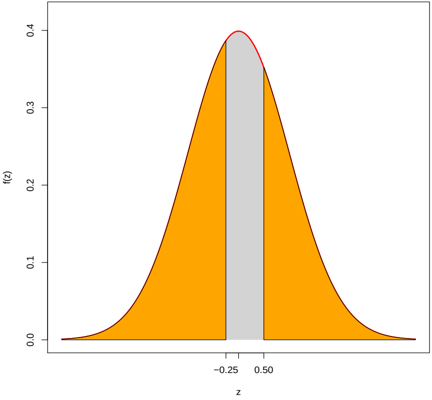
Assim $P(X \leq 8 \text{ ou } X > 14) = P(Z \leq -0,25) + P(Z > 0,5) =$

Cálculo de probabilidades

Assim $P(X \leq 8 \text{ ou } X > 14) = P(Z \leq -0,25)$ + $P(Z > 0,5)$ =
1 - A(0,25) + 1 - A(0,5) = 1 - 0,5987 + 1 - 0,6915 = 0,7098.

Cálculo de probabilidades

Assim $P(X \leq 8 \text{ ou } X > 14) = P(Z \leq -0,25) + P(Z > 0,5) =$
1 - A(0,25) + 1 - A(0,5) = 1 - 0,5987 + 1 - 0,6915 = 0,7098.



Cálculo de probabilidades

Temos que $\mu = 10$, $\sigma^2 = 64$ e $\sigma = 8$. Vamos encontrar x tal que $P(X \geq x) = 0,05$. Obtemos

Distribuição $X \sim \mathbf{N}(10; 64)$

Cálculo de probabilidades

Temos que $\mu = 10$, $\sigma^2 = 64$ e $\sigma = 8$. Vamos encontrar x tal que $P(X \geq x) = 0,05$. Obtemos

$$\begin{aligned} P(X \geq x) &= P\left(Z \geq \frac{x-10}{8}\right) \\ &= P(Z \geq k), \end{aligned}$$

Cálculo de probabilidades

Temos que $\mu = 10$, $\sigma^2 = 64$ e $\sigma = 8$. Vamos encontrar x tal que $P(X \geq x) = 0,05$. Obtemos

$$\begin{aligned} P(X \geq x) &= P\left(Z \geq \frac{x - 10}{8}\right) \\ &= P(Z \geq k), \end{aligned}$$

em que $k = \frac{(x-10)}{8}$ ou seja $x = 10 + 8 \times k$.

Cálculo de probabilidades

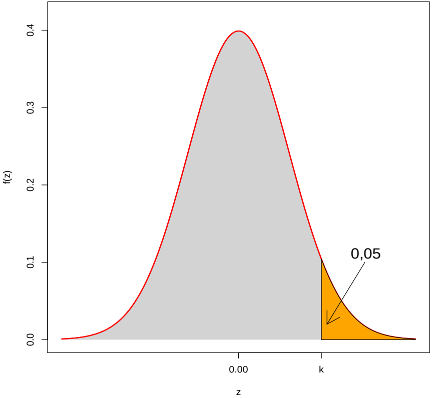
Assim devemos obter k tal que $P(Z \geq k) = 0,05$.

Cálculo de probabilidades

Assim devemos obter k tal que $P(Z \geq k) = 0,05$. Logo A(k) = 1 - 0,05 = 0,95 e pela tabela obtemos $k = 1,64$ e portanto
$x = 10 + 8 \times 1,64 = 23,12$.

Cálculo de probabilidades

Assim devemos obter k tal que $P(Z \geq k) = 0,05$. Logo A(k) = 1 - 0,05 = 0,95 e pela tabela obtemos $k = 1,64$ e portanto $x = 10 + 8 \times 1,64 = 23,12$.



Cálculo de probabilidades

Temos que $\mu = 10$, $\sigma^2 = 64$ e $\sigma = 8$. Vamos encontrar x tal que $P(X \leq x) = 0,025$. Obtemos

Cálculo de probabilidades

Temos que $\mu = 10$, $\sigma^2 = 64$ e $\sigma = 8$. Vamos encontrar x tal que $P(X \leq x) = 0,025$. Obtemos

$$\begin{aligned} P(X \leq x) &= P\left(Z \leq \frac{x-10}{8}\right) \\ &= P(Z \leq k), \end{aligned}$$

Cálculo de probabilidades

Temos que $\mu = 10$, $\sigma^2 = 64$ e $\sigma = 8$. Vamos encontrar x tal que $P(X \leq x) = 0,025$. Obtemos

$$\begin{aligned} P(X \leq x) &= P\left(Z \leq \frac{x-10}{8}\right) \\ &= P(Z \leq k), \end{aligned}$$

em que $k = \frac{(x-10)}{8}$ ou seja $x = 10 + 8 \times k$.

Cálculo de probabilidades

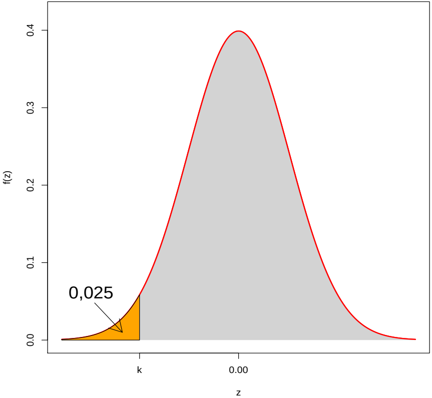
Assim devemos obter k tal que $P(Z \leq k) = 0,025$.

Cálculo de probabilidades

Assim devemos obter k tal que $P(Z \leq k) = 0,025$. Logo A(-k) = 1 - 0,025 = 0,975 e pela tabela obtemos $-k = 1,96$ e $k = -1,96$ e portanto $x = 10 - 8 \times 1,96 = -5,68$.

Cálculo de probabilidades

Assim devemos obter k tal que $P(Z \leq k) = 0,025$. Logo A(-k) = 1 - 0,025 = 0,975 e pela tabela obtemos $-k = 1,96$ e $k = -1,96$ e portanto $x = 10 - 8 \times 1,96 = -5,68$.



Sumário

Descrição

Sabe-se que o tempo gasto no exame vestibular de uma universidade tem distribuição aproximadamente Normal, com média 120 min e desvio padrão de 15 min.

Descrição

Sabe-se que o tempo gasto no exame vestibular de uma universidade tem distribuição aproximadamente Normal, com média 120 min e desvio padrão de 15 min.

Sorteando-se um aluno ao acaso, qual é a probabilidade dele terminar o exame antes de 100 minutos?

Exemplo

Descrição

Sabe-se que o tempo gasto no exame vestibular de uma universidade tem distribuição aproximadamente Normal, com média 120 min e desvio padrão de 15 min.

Sorteando-se um aluno ao acaso, qual é a probabilidade dele terminar o exame antes de 100 minutos? Seja X: tempo gasto no exame vestibular. Suposição: $X \sim \mathrm{N}(120, 15^2)$.

Exemplo

Descrição

Sabe-se que o tempo gasto no exame vestibular de uma universidade tem distribuição aproximadamente Normal, com média 120 min e desvio padrão de 15 min.

Sorteando-se um aluno ao acaso, qual é a probabilidade dele terminar o exame antes de 100 minutos? Seja X: tempo gasto no exame vestibular. Suposição: $X \sim \mathrm{N}(120, 15^2)$. Queremos calcular:

$$
\begin{aligned}
P(X < 100) &\cong P\left(Z < \frac{100 - 120}{15}\right) \\
&= P(Z < -1,33).
\end{aligned}
$$

Cálculo de probabilidades

Portanto $P(Z < -1,33) = P(Z > 1,33) = 1 - P(Z \leq 1,33) =$

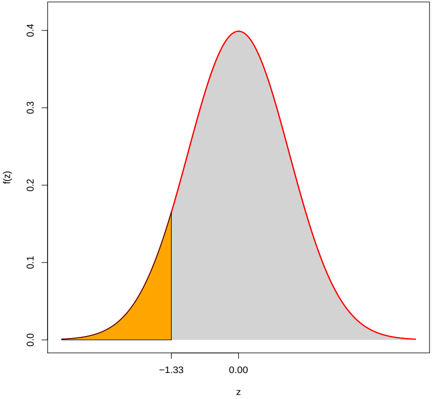
Exemplo

Cálculo de probabilidades

Portanto $P(Z < -1,33)$ = $P(Z > 1,33)$ = $1 - P(Z \leq 1,33)$ = 1 - A(1,33) = 1 - 0,9082 = 0,0918.

Cálculo de probabilidades

Portanto $P(Z < -1,33)$ = $P(Z > 1,33)$ = 1 $- P(Z \leq 1,33)$ = 1 - A(1,33) = 1 - 0,9082 = 0,0918.



Exemplo

Cálculo de probabilidades

Qual deve ser o tempo de prova, de modo a permitir que 95% dos vestibulandos terminem no prazo estipulado?

Cálculo de probabilidades

Qual deve ser o tempo de prova, de modo a permitir que 95% dos vestibulandos terminem no prazo estipulado? Seja X: tempo gasto no exame vestibular. Suposição: $X \sim \mathrm{N}(120, 15^2)$.

Exemplo

Cálculo de probabilidades

Qual deve ser o tempo de prova, de modo a permitir que 95% dos vestibulandos terminem no prazo estipulado? Seja X: tempo gasto no exame vestibular. Suposição: $X \sim \mathrm{N}(120, 15^2)$. Queremos encontrar x tal que $P(X \leq x) = 0,95$. Obtemos

Exemplo

Cálculo de probabilidades

Qual deve ser o tempo de prova, de modo a permitir que 95% dos vestibulandos terminem no prazo estipulado? Seja X: tempo gasto no exame vestibular. Suposição: $X \sim \mathrm{N}(120, 15^2)$. Queremos encontrar x tal que $P(X \leq x) = 0,95$. Obtemos

$$\begin{aligned} P(X \leq x) &\cong P\left(Z \leq \frac{x - 120}{15}\right) \\ &= P(Z \leq k), \end{aligned}$$

Exemplo

Cálculo de probabilidades

Qual deve ser o tempo de prova, de modo a permitir que 95% dos vestibulandos terminem no prazo estipulado? Seja X: tempo gasto no exame vestibular. Suposição: $X \sim \mathrm{N}(120, 15^2)$. Queremos encontrar x tal que $P(X \leq x) = 0,95$. Obtemos

$$\begin{aligned} P(X \leq x) &\cong P\left(Z \leq \frac{x-120}{15}\right) \\ &= P(Z \leq k), \end{aligned}$$

em que $k = \frac{(x-120)}{15}$ ou seja $x = 120 + 15 \times k$.

Exemplo

Cálculo de probabilidades

Devemos obter k tal que $P(Z \leq k) = 0,95$.

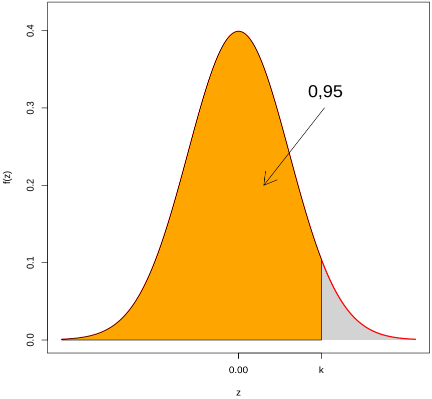
Exemplo

Cálculo de probabilidades

Devemos obter k tal que $P(Z \leq k) = 0,95$. Logo A(k) = 0,95 e daí segue que $k = 1,64$ e portanto $x = 120 + 15 \times 1,64$ = $144,6$ min.

Cálculo de probabilidades

Devemos obter k tal que $P(Z \leq k) = 0,95$. Logo A(k) = 0,95 e daí segue que $k = 1,64$ e portanto $x = 120 + 15 \times 1,64$ = $144,6$ min.



Cálculo de probabilidades

Qual é o intervalo de tempo, simétrico em torno da média tal que 80% dos estudantes gastam para completar o exame?

Cálculo de probabilidades

Qual é o intervalo de tempo, simétrico em torno da média tal que 80% dos estudantes gastam para completar o exame? Seja X: tempo gasto no exame vestibular. Suposição: $X \sim N(120, 15^2)$.

Exemplo

Cálculo de probabilidades

Qual é o intervalo de tempo, simétrico em torno da média tal que 80% dos estudantes gastam para completar o exame? Seja X: tempo gasto no exame vestibular. Suposição: $X \sim \mathrm{N}(120, 15^2)$. Queremos encontrar x_1 e x_2 tal que $P(x_1 \leq X \leq x_2) = 0,80$. Obtemos

Cálculo de probabilidades

Qual é o intervalo de tempo, simétrico em torno da média tal que 80% dos estudantes gastam para completar o exame? Seja X: tempo gasto no exame vestibular. Suposição: $X \sim \text{N}(120, 15^2)$. Queremos encontrar x_1 e x_2 tal que $P(x_1 \leq X \leq x_2) = 0,80$. Obtemos

$$\begin{aligned} P(x_1 \leq X \leq x_2) &\cong P\left(\frac{x_1 - 120}{15} \leq Z \leq \frac{x_2 - 120}{15}\right) \\ &= P(-k \leq Z \leq k), \end{aligned}$$

Exemplo

Cálculo de probabilidades

Qual é o intervalo de tempo, simétrico em torno da média tal que 80% dos estudantes gastam para completar o exame? Seja X: tempo gasto no exame vestibular. Suposição: $X \sim \mathrm{N}(120, 15^2)$. Queremos encontrar x_1 e x_2 tal que $P(x_1 \leq X \leq x_2) = 0,80$. Obtemos

$$
\begin{aligned}
P(x_1 \leq X \leq x_2) &\cong P\left(\frac{x_1 - 120}{15} \leq Z \leq \frac{x_2 - 120}{15}\right) \\
&= P(-k \leq Z \leq k),
\end{aligned}
$$

em que $x_1 = 120 - 15 \times k$ e $x_2 = 120 + 15 \times k$.

Exemplo

Cálculo de probabilidades

Devemos obter k tal que $P(-k \leq Z \leq k) = 0,80$.

Cálculo de probabilidades

Devemos obter k tal que $P(-k \leq Z \leq k) = 0,80$. Logo A($k$) = 0,90 e daí segue que $k = 1,28$ e portanto $x_1 = 120 - 15 \times 1,28$ = $100,8$ min e $x_2 = 120 + 15 \times 1,28$ = $139,2$ min.

Cálculo de probabilidades

Devemos obter k tal que $P(-k \leq Z \leq k) = 0,80$. Logo A($k$) = 0,90 e daí segue que $k = 1,28$ e portanto $x_1 = 120 - 15 \times 1,28$ = $100,8$ min e $x_2 = 120 + 15 \times 1,28$ = $139,2$ min.