

Cálculo Numérico

P1

A pontuação total é 11, sem normalização da nota.

Estimativa: (Q1) 10 min; (Q2) 15 min; (Q3) 20 min; (Q4) o resto.

(Q1) Dada a tabela

x	-1	0	1	2
$f(x)$	0	a	-2	0

- (1.5)** encontre o polinômio interpolador $p_a = p_f[-1,0,1,2]$;
- (0.5)** faça a prova real, isto é, verifique se o polinômio que você encontrou realmente interpola os pontos da tabela;
- (0.5)** para qual valor de a o polinômio é quadrático?

(Q2) Dada a tabela

x	-1	1	2
$f(x)$	0	-2	0

- (1.5)** encontre o polinômio q_d de grau até 3 que interpola os dados da tabela e que tem derivada d em $x = -1$;
- (0.5)** faça a prova real, isto é, verifique se foi obtido o que foi pedido no item (a);
- (0.5)** para qual valor de d se tem $q_d(0) = a$?
- (0.5)** se d tem o valor obtido no item anterior, é possível concluir que $q_d = p_a$, onde p_a é o polinômio da Q1? (É para responder sem fazer contas)

(Q3)

- (0.5)** Sabendo que a primitiva de \sqrt{x} é $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$, obtenha o valor exato da integral $\int_1^2 \sqrt{x} dx$;
- (2.0)** compare com a aproximação que se obtém pelo Método de Simpson com 3 células e 8 casas decimais depois da vírgula para os valores do integrando.

(Q4) **(3.0)** Dada a tabela

x	-1	0	1
$f(x)$	0	1	0

obtenha o spline cúbico $S(x)$ correspondente, com as seguintes condições de contorno (mistas): $S'(-1) = 0$ (grampeado à esquerda) & $S''(1) = 0$ (condição natural à direita).

Dica: A primeira condição de contorno já pode ser imposta desde o início no polinômio cúbico da esquerda, dispensando, assim, uma incógnita do problema.