



PEF2603  
Estruturas na Arquitetura III -  
Sistemas Reticulados e Laminares



## Placas/lajes

(08/05/2017)

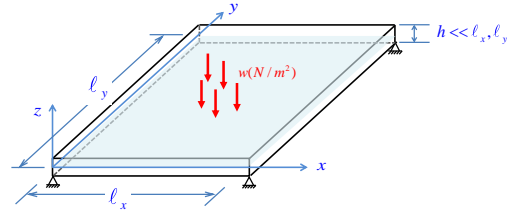
Professores

Ruy Marcelo O. Pauletti, Leila Meneghetti Valverde, Luís Bitencourt

1º Semestre 2017

## Placas/lajes

Elementos estruturais definidos por um plano médio e uma espessura muito menor que as dimensões laterais, carregada transversalmente ao plano médio.



Placa apoiada por colunas.

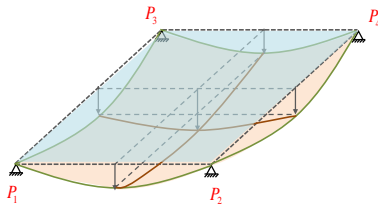


PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



Hipóteses:

$$\begin{cases} u_x = u_y = 0 \\ u_z \ll l_x \cong l_y \end{cases}$$

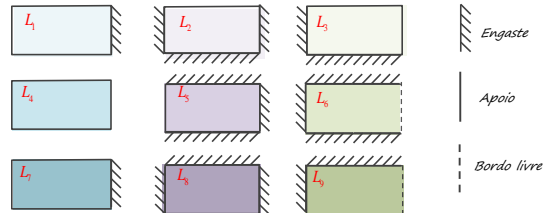
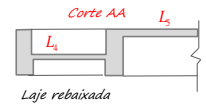
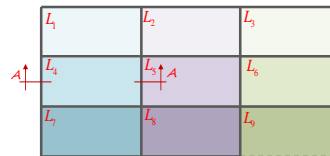


Condições de contorno:

$$u_{z,P_1} = u_{z,P_2} = u_{z,P_3} = u_{z,P_4} = 0$$

∴ Placas são usualmente hiperestáticas!

Condições de vinculação das bordas das lajes:



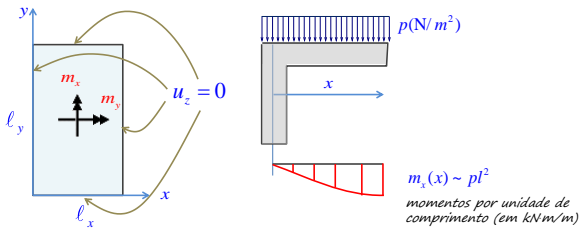
PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



1. Placa simplesmente apoiada nas bordas



Momentos máximos ocorrem no meio do vão:

$$m_x^{\max} = \frac{pl_x^2}{\alpha_x}$$

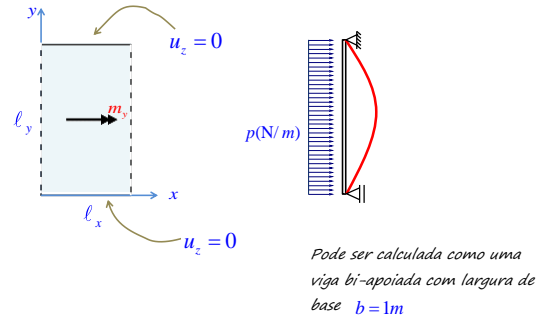
$\alpha_x$  Constante que depende da geometria, mais especificamente da razão  $l_x/l_y$

Na outra direção:

$$m_y^{\max} = \frac{pl_y^2}{\psi_y} = \frac{pl_x^2}{\alpha_y}$$

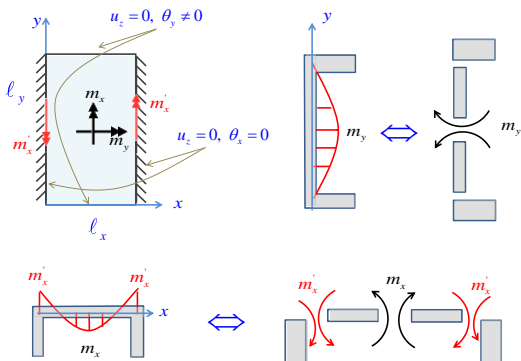
(Note que se a razão entre os lados é definida,  $m_y^{\max}$  também pode ser expresso em função de  $l_x$ )

2. Placa simplesmente apoiada em duas bordas opostas e as outras duas bordas livres

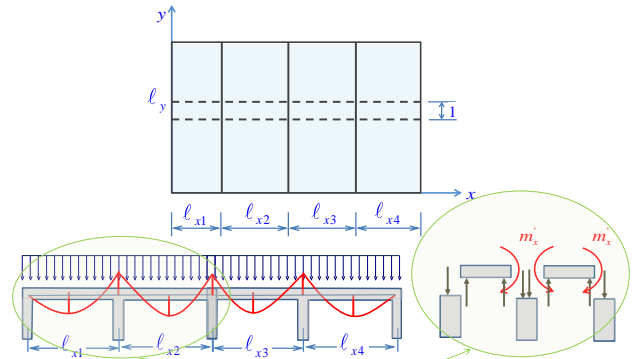


Pode ser calculada como uma viga bi-apoiada com largura de base  $b = 1m$

3. Placa com duas bordas opostas engastadas e duas apoiadas

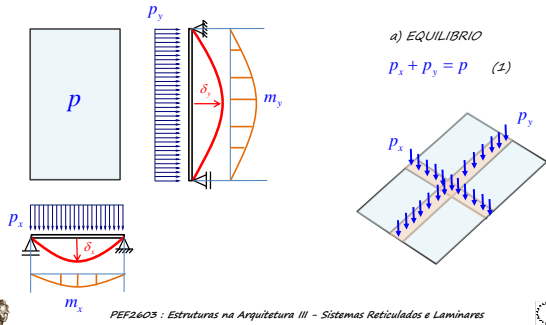


3. Laje contínua: o vão  $l_y$  é superior ao dobro dos demais vãos na direção  $x$ , logo todos os painéis são armados na direção  $x$ . Neste caso, a laje pode ser calculada como uma viga contínua de largura unitária.



**ABORDAGEM SIMPLIFICADA PARA O CÁLCULO DAS LAJES  
- MÉTODO DE MARCUS**

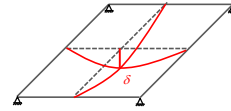
Supõe-se que as lajes trabalham, grosso modo, analogamente às grelhas, dividindo o carregamento nas duas direções e impondo a compatibilidade de deslocamentos. Por exemplo, seja a placa simplesmente apoiada nos quatro lados.



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

b) COMPATIBILIDADE

$$\delta_x = \delta_y = \delta$$



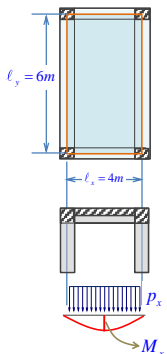
$$\delta = \frac{5p_x l_x^4}{384EI} = \frac{5p_y l_y^4}{384EI} \quad \therefore \frac{p_y}{p_x} = \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^4 \quad (2)$$

AÇÃO BIDIMENSIONAL  $\frac{2}{3} \leq \frac{l_y}{l_x} \leq \frac{3}{2}$

Caso contrário, uma direção é fortemente preponderante, e a ação da laje é unidirecional!

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

Exemplo Numérico:



$h = 10\text{cm}$   
 $p = 30\text{kN} / \text{m}^2$

$$\frac{p_x}{p_y} = \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^4 = \left(\frac{6}{4}\right)^4 = 5,0625 \quad (\pm)$$

$$p_x + p_y = 30 \quad (2)$$

$$(\pm) \rightarrow (2) \quad 5,0625 p_y + p_y = 30$$

$$p_y = \frac{30}{6,0625} = 4,95\text{kN} / \text{m}$$

$$p_x = 30 - 4,95 = 25,05\text{kN} / \text{m}$$

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

Cálculo dos Momentos

$$m_x = \frac{p_x l_x^2}{8} = \frac{25,05 \times 4^2}{8} \quad \therefore \quad m_x = 50,1\text{kN.m} / \text{m}$$

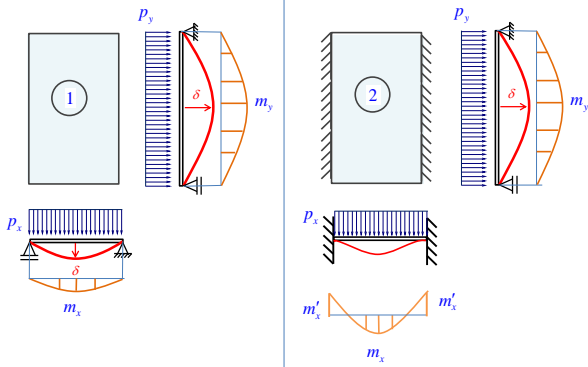
$$m_y = \frac{p_y l_y^2}{8} = \frac{4,95 \times 6^2}{8} \quad \therefore \quad m_y = 22,3\text{kN.m} / \text{m}$$

∴ Vão menor "puxa" mais carga e, em consequência, é mais solicitado!

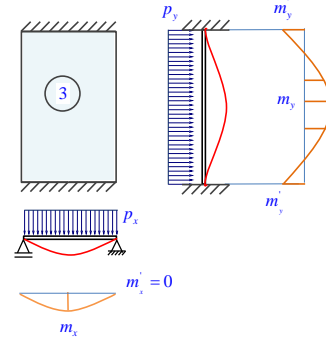
∴ Este é um cálculo bastante grosseiro, mais adiante veremos um valor mais exato.

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

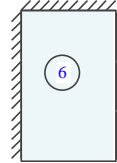
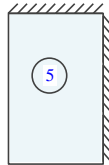
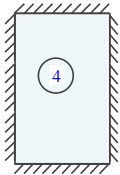
∴ Outros tipos de condições de contorno geram equações de compatibilidade análogas:



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

Na realidade, as deformações nas placas não são tão regulares, e o comportamento muda muito conforme o tipo de vinculação, geometria e carregamento!

O cálculo analítico é complicado!!

Para placas planas com deslocamentos exclusivamente transversais:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D}$$

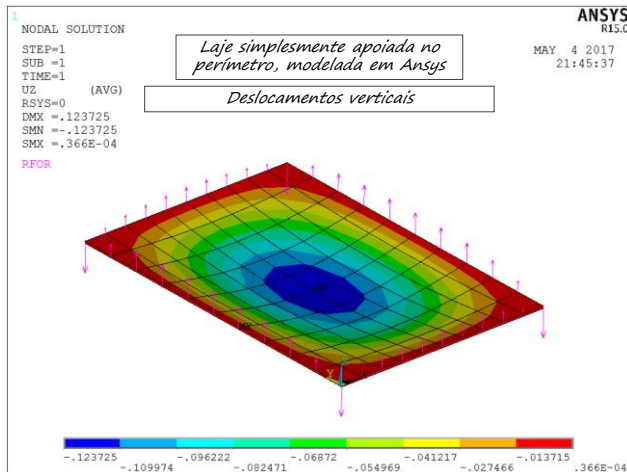
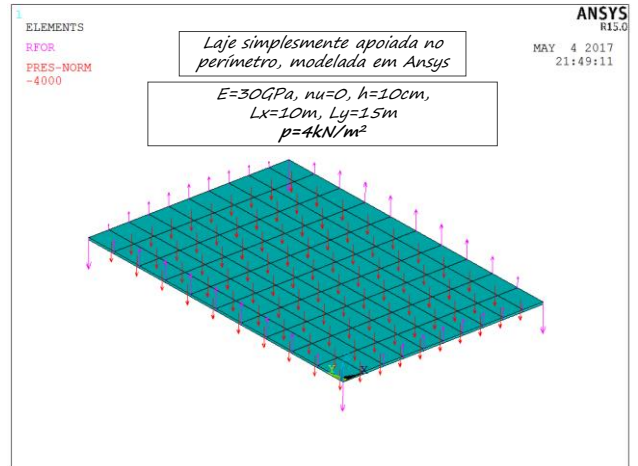
Equação Sophie\_Germain-Lagrange (1816)

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

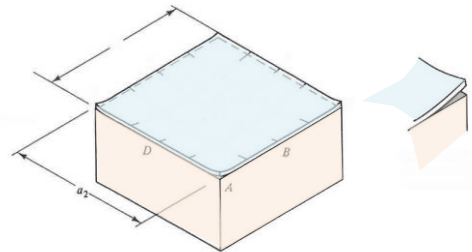
Módulo de rigidez da placa

Solução Analítica Complicada

Métodos Numéricos



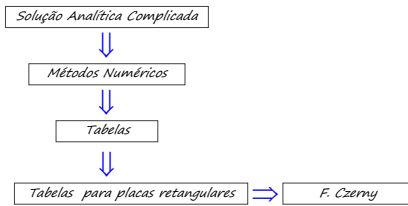
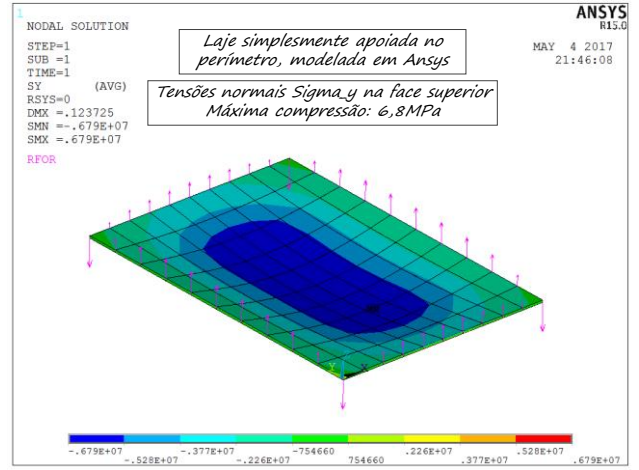
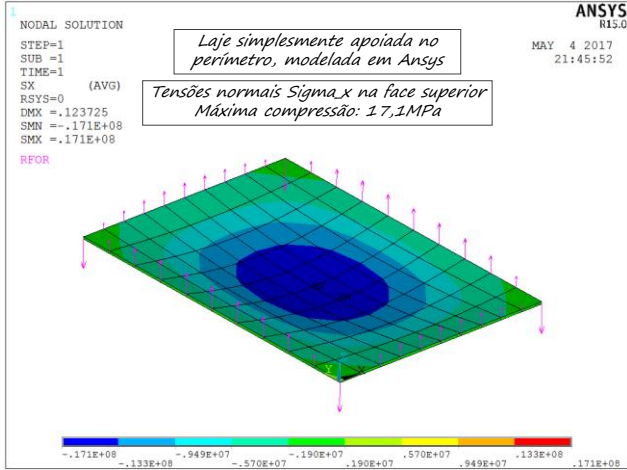
Uma laje simplesmente apoiada com vínculos unilaterais tem deslocamentos para cima nos cantos!



Uma laje retangular com vínculos bidirecional apresenta reações verticais para baixo, em correspondência aos quatro cantos!

Dependendo da intensidade do carregamento, lajes de concreto armado tendem a fissurar nos cantos, se não forem armadas para este esforço!





$$\left. \begin{matrix} \frac{l_y}{l_x} \\ \text{Tipo de apoio} \end{matrix} \right\} \Rightarrow (\alpha_2, \alpha_x, \alpha_y, \beta_x, \beta_y) \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} \delta = \frac{p l_x^4}{\alpha_2 E h^3} \\ m_{(x,y)} = \frac{p l_x^2}{\alpha_{(x,y)}} \\ m'_{(x,y)} = -\frac{p l_x^2}{\beta_{(x,y)}} \end{matrix} \right.$$

$l_x$  Lado menor       $l_y$  Lado maior

TIPO	TABELA DE CÁLCULO DE LAJES (Czerny, com Coeficiente de Poisson nulo)																						
	p = carga uniformemente distribuída																						
x = lado menor y = lado maior	Apoio Simples						Engasto																
	$\alpha_2$	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\beta_x$	$\beta_y$	$\delta$	$\alpha_2$	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\beta_x$	$\beta_y$	$\delta$											
A1	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	20,5	18,7	17,1	15,8	14,7	13,7	13,0	12,4	11,8	11,2	10,8	10,4	10,0	9,7	9,4	9,2	8,9	8,7	8,6	8,4	8,2	8,0
A2	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	27,2	24,5	22,4	20,7	19,1	17,8	16,8	15,8	15,0	14,3	13,7	13,2	12,7	12,3	11,9	11,5	11,3	11,0	10,8	10,6	10,4	10,0
A3	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	29,9	26,5	23,7	21,4	19,5	18,0	16,6	15,5	14,5	13,7	12,9	12,3	11,7	11,2	10,8	10,4	10,1	9,7	9,5	9,2	9,0	8,7
B1	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	41,2	36,5	31,9	28,3	25,9	24,4	21,7	20,1	18,8	17,5	16,6	15,7	15,0	14,3	13,8	13,2	12,8	12,3	12,0	11,6	11,4	11,0
B2	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	29,4	26,0	23,8	21,6	19,9	18,2	16,8	15,6	14,5	13,6	12,8	12,2	11,6	11,1	10,7	10,3	10,0	9,6	9,4	9,1	8,9	8,7
B3	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	11,9	11,3	10,9	10,4	10,1	9,8	9,6	9,3	9,2	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,5	8,4	8,4	8,3	8,3	8,2	8,0
C1	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	45,5	37,6	33,0	29,2	26,1	23,5	21,4	19,6	18,1	16,8	15,6	14,7	13,9	13,1	12,5	11,9	11,4	10,9	10,5	10,2	9,9	9,7
C2	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	63,3	52,2	46,1	39,8	35,5	31,5	28,5	25,8	23,7	22,0	20,4	19,0	17,9	16,9	16,0	15,2	14,8	13,9	13,4	12,9	12,5	12,0
C3	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	35,1	33,7	32,9	32,2	31,7	31,3	31,2	31,2	31,4	31,7	32,1	32,7	33,3	34,0	34,9	35,9	37,1	38,3	39,7	41,1	42,4	43,0
D1	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	14,3	13,4	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,5	9,3	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4	8,3
D2	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	31,4	28,2	27,3	25,8	24,5	23,4	22,4	21,6	21,0	20,3	19,8	19,4	19,0	18,6	18,3	18,0	17,8	17,5	17,4	17,2	17,1	16,9
D3	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	41,2	43,2	45,1	47,1	48,8	50,3	51,8	53,2	54,9	55,0	55,6	56,2	56,8	57,3	57,8	58,2	58,8	58,8	59,0	59,1	59,2	60,0
E1	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	11,9	11,3	10,9	10,5	10,2	9,9	9,7	9,4	9,3	9,1	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,3	8,3	8,3	8,3	8,0
E2	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	39,7	35,6	33,1	30,1	28,7	27,1	25,7	24,5	23,5	22,6	21,8	21,2	20,7	20,2	19,7	19,3	18,9	18,6	18,3	18,1	17,9	18,7
E3	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	42,7	38,0	35,1	32,2	30,0	28,0	26,5	25,2	24,1	23,1	22,2	21,6	21,0	20,4	19,9	19,5	19,1	18,7	18,4	18,1	17,9	14,3
F1	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	40,2	41,0	42,0	42,9	44,1	45,6	47,6	49,0	51,0	52,1	53,0	54,1	54,9	55,6	56,3	57,0	57,7	58,3	59,0	59,6	60,2	60,0
F2	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	14,3	13,3	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,6	9,4	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4	8,0
F3	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,3	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	2	2
	$m_{(x,y)}$	14,3	13,8	13,6	13,5	13,1	12,9	12,8	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,3	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2

B1	x	$l_x$	29,7	35,6	35,1	30,4	25,1	27,1	25,7	24,5	23,5	22,6	21,8	21,2	20,7	20,2	19,7	19,3	18,9	18,6	18,3	18,1	17,9	16,7
		$l_y$	42,7	36,0	35,1	32,2	29,0	28,0	26,5	25,2	24,1	23,1	22,2	21,6	20,9	20,4	19,9	19,5	19,1	18,7	18,4	18,1	17,9	14,3
		$h_x$	40,2	41,0	42,0	42,9	44,0	45,6	47,6	49,6	51,0	52,1	53,0	54,1	54,9	55,6	56,3	57,0	57,7	58,3	59,0	59,6	60,2	62,0
B1	y	$l_x$	14,3	13,3	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,6	9,4	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,3	8,0
		$l_y$	13,8	13,6	13,3	13,1	12,9	12,8	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,3	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2
		$h_x$	53,2	47,2	42,4	38,5	35,2	32,5	30,4	28,5	27,0	25,8	24,4	23,5	22,6	21,9	21,2	20,7	20,2	19,7	19,3	18,9	18,6	16,7
B3	x	$l_x$	59,5	51,6	46,1	41,4	37,5	34,2	31,8	29,6	29,0	26,4	25,2	24,2	23,9	22,5	21,7	21,1	20,5	20,0	19,5	19,1	18,7	14,3
		$l_y$	44,1	43,6	43,7	44,2	44,8	45,8	46,9	48,6	50,3	52,3	55,0	58,2	61,8	65,6	70,4	75,0	79,9	84,7	89,8	95,4	101,0	101,0
		$h_x$	18,3	16,6	15,4	14,4	13,5	12,7	12,2	11,8	11,2	10,9	10,6	10,3	10,1	9,9	9,7	9,5	9,4	9,2	9,0	8,9	8,8	8,0
B3	y	$l_x$	19,2	15,4	14,8	14,2	13,9	13,5	13,3	13,1	13,0	12,8	12,7	12,6	12,6	12,5	12,5	12,4	12,4	12,3	12,3	12,3	12,2	12,2
		$l_y$	43,3	41,9	39,8	38,5	37,5	36,4	35,7	35,1	34,8	34,1	33,7	33,5	33,1	32,8	32,6	32,5	32,4	32,3	32,2	32,1	31,9	31,5
		$h_x$	25,1	33,0	31,7	30,4	29,4	28,5	27,8	27,1	26,6	26,1	25,8	25,4	25,2	24,9	24,7	24,5	24,4	24,3	24,3	24,2	24,1	23,8
C1	x	$l_x$	81,7	64,5	67,2	69,6	71,5	72,8	73,5	74,1	74,8	75,3	75,8	76,5	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0
		$l_y$	14,5	13,8	13,5	13,3	13,0	12,7	12,6	12,4	12,3	12,2	12,2	12,1	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0
		$h_x$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C2	x	$l_x$	53,2	49,5	46,7	44,2	42,4	40,8	39,5	38,3	37,3	36,5	35,7	35,1	34,6	34,0	33,6	33,2	33,0	32,8	32,6	32,5	32,4	31,3
		$l_y$	44,1	40,5	37,9	35,5	33,8	32,3	31,0	29,9	29,0	28,2	27,6	27,0	26,5	26,1	25,7	25,3	25,1	24,9	24,7	24,6	24,5	23,8
		$h_x$	55,9	57,5	60,3	64,2	68,2	67,3	69,0	70,5	72,0	73,4	75,2	76,9	78,7	80,5	82,5	84,6	86,8	89,2	91,7	94,3	97,0	100,0
C2	y	$l_x$	16,2	15,3	14,8	14,2	13,9	13,5	13,2	12,9	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,2	12,2	12,1	12,1	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0
		$l_y$	33,3	17,9	17,7	17,6	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5
		$h_x$	25,0	29,9	32,2	31,3	30,3	29,7	29,5	29,3	29,1	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9	28,9
C3	x	$l_x$	56,6	50,6	46,1	42,4	39,4	37,0	34,8	33,3	31,9	30,6	29,6	28,8	28,1	27,5	26,9	26,4	26,0	25,7	25,4	25,2	25,0	23,8
		$l_y$	56,6	58,2	60,3	62,6	65,8	69,4	73,6	78,4	83,4	89,4	93,5	96,1	99,1	99,9	101,3	102,4	103,3	104,0	104,6	104,9	105,0	105,0
		$h_x$	19,4	18,2	17,1	16,3	15,5	14,9	14,5	14,0	13,7	13,4	13,2	13,0	12,8	12,7	12,5	12,4	12,3	12,2	12,1	12,0	12,0	12,0
C3	y	$l_x$	18,4	18,8	18,4	18,1	17,9	17,7	17,6	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5
		$l_y$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		$h_x$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

Crêterios PARA pré-dimensionamento de lajes maciças retangulares

• Espessuras t picas:  $h = \frac{l_x}{40}$  onde  $l_x < l_y$

• Espessuras mínimas de norma:

$h \geq 5\text{cm}$  Para lajes de forros

$h \geq 7\text{cm}$  Para lajes de pisos

$h \geq 12\text{cm}$  Para lajes de garagens

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

CARGAS ATUANTES: Permanentes e Variáveis

- **Cargas permanentes:** peso próprio do elemento estrutural e peso de todos os elementos construtivos fixos e instala es permanentes

a) Cargas fornecidas por peso específico:

- Concreto simples -  $24\text{kN} / \text{m}^3$
- Concreto armado -  $25\text{kN} / \text{m}^3$
- Argamassa -  $19\text{kN} / \text{m}^3$
- Alvenaria (tijolo maciço) -  $18\text{kN} / \text{m}^3$
- Alvenaria (tijolo furado-cerâmico) -  $13\text{kN} / \text{m}^3$
- Terra -  $18\text{kN} / \text{m}^3$

b) Cargas fornecidas por unidade de  rea:

- Revestimento de pisos -  $1\text{kN} / \text{m}^2$
- Telhado com telhas de barro -  $0,7\text{kN} / \text{m}^2$
- Telhado com telhas de alumínio -  $0,3\text{kN} / \text{m}^2$
- Divisória de madeira -  $0,2\text{kN} / \text{m}^2$

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

CARGAS ATUANTES: Permanentes e Variáveis

- **Cargas variáveis:** podem atuar sobre as estruturas de edifica es em fun o de seu uso (pessoas, móveis, veículos, etc). Estas cargas são fixadas pela norma NBR 6120 - Cargas para cálculo de estruturas em edifica es

a) Edifícios residenciais

- Dormitórios, salas, cozinhas, banheiros -  $1,5\text{kN} / \text{m}^2$
- Despensas, áreas de serviço e lavanderias -  $2,0\text{kN} / \text{m}^2$
- Forros sem acesso de pessoas -  $0,5\text{kN} / \text{m}^2$

b) Edifícios de escritórios

- Salas de uso geral -  $2,0\text{kN} / \text{m}^2$
- Corredores com acesso ao público -  $3,0\text{kN} / \text{m}^2$
- Restaurantes -  $3,0\text{kN} / \text{m}^2$

c) Escolas

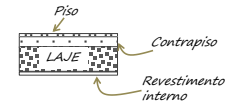
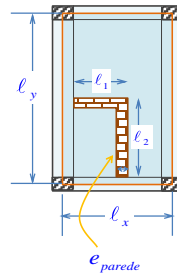
- Salas de aula -  $3,0\text{kN} / \text{m}^2$
- Auditórios -  $5,0\text{kN} / \text{m}^2$
- Escadas e corredores -  $4,0\text{kN} / \text{m}^2$

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

- d) Bibliotecas
  - Salas de leitura –  $2,5\text{kN} / \text{m}^2$
  - Salas com estantes de livros –  $6,0\text{kN} / \text{m}^2$
- e) Bancos
  - Escritórios e banheiros –  $2,0\text{kN} / \text{m}^2$
  - Salas de diretoria –  $1,5\text{kN} / \text{m}^2$
- f) Cinemas e teatros
  - Palco –  $5,0\text{kN} / \text{m}^2$
  - Plateia com assentos fixos –  $3,0\text{kN} / \text{m}^2$
  - Plateia com assentos móveis –  $4,0\text{kN} / \text{m}^2$
- g) Clubes
  - Salas de assembleias com assentos fixos –  $3\text{kN} / \text{m}^2$
  - Salas de assembleias com assentos móveis –  $4,0\text{kN} / \text{m}^2$
  - Salão de danças ou esportes –  $5,0\text{kN} / \text{m}^2$
- h) Hospitais
  - Dormitórios, enfermarias, salas de cirurgia e banheiros –  $2,0\text{kN} / \text{m}^2$
  - Corredores –  $3,0\text{kN} / \text{m}^2$

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III – Sistemas Reticulados e Laminares

**Determinação das cargas atuantes nas lajes, em  $\text{kN}/\text{m}^2$ :**



Peso próprio:  $g_1 = \gamma_c \times h$   
 Revestimento:  $g_2 = \gamma_r \times h_r$   
 Enchimento:  $g_3 = \gamma_{ench} \times h_{ench}$

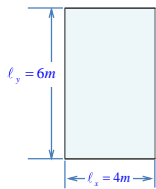
Alvenaria sobre a laje

$$g_4 = \frac{(\ell_1 + \ell_2) \times e_{parede} \times h_{pav} \times \gamma_{alb}}{\ell_x \times \ell_y}$$

Carga acidental  $q$

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III – Sistemas Reticulados e Laminares

**Exemplo: Laje simplesmente apoiada nas bordas**



Laje maciça em concreto armado  
 $h = 10\text{cm}$   
 $\gamma_c = 25\text{kN} / \text{m}^3$   $E_c = 25\text{GPa} = 25 \times 10^6 \text{kN} / \text{m}^2$   
 Revestimento em mármore  
 $e_{rev} = 7\text{cm}$   
 $\gamma_r = 28\text{kN} / \text{m}^3$   
 Carga útil  $q = 1,5\text{kN} / \text{m}^2$

**Carga total aplicada à laje:**

Peso próprio:  $g_1 = \gamma_c \times h = 25 \times 0,1\text{m} = 2,5 \text{kN} / \text{m}^2$   
 Revestimento:  $g_2 = \gamma_r \times e_r = 28 \times 0,07\text{m} = 2,0 \text{kN} / \text{m}^2$   
 Carga acidental  $q = 1,5\text{kN} / \text{m}^2$

**Carga total:  $p = 6\text{kN} / \text{m}^2$**

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III – Sistemas Reticulados e Laminares

**Determinação dos esforços máximos (momentos fletores)**

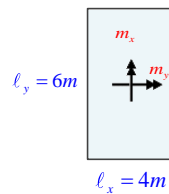


Tabela Czerny  $\left. \begin{array}{l} \frac{\ell_y}{\ell_x} = 1,5 \\ \text{Laje A1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \alpha_2 = 10,8 \\ \alpha_x = 13,7 \\ \alpha_y = 34,7 \end{array}$

**Momentos**

$m_x = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_x} = \frac{6 \times 4^2}{13,7} \therefore m_x = 7\text{kN.m} / \text{m}$

$m_y = \frac{p\ell_x^2}{\alpha_y} = \frac{6 \times 4^2}{34,7} \therefore m_y = 2,8\text{kN.m} / \text{m}$

**Flecha**


$\delta = \frac{p\ell_x^4}{\alpha_x E h^3} = \frac{6 \times 4^4}{10,8 \times 25 \times 10^6 \times 0,1^3}$

**$\delta = 0,006\text{cm} = 0,6\text{mm}$**

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III – Sistemas Reticulados e Laminares



Para o exemplo anterior resolvido pelo método de Marcus com  $p = 30 \text{ kN} / \text{m}^2$



$l_y = 6\text{m}$

$l_x = 4\text{m}$

$m_x = 50,1 \text{ kN.m} / \text{m}$      $m_y = 22,3 \text{ kN.m} / \text{m}$

Tabela Czerny

Laje A1

}

$\alpha_x = 10,8$

$\alpha_x = 13,7$

$\alpha_y = 34,7$

*Momentos*

$$m_x = \frac{p l_x^2}{\alpha_x} = \frac{30 \times 4^2}{13,7} \therefore m_x = 35,04 \text{ kN.m} / \text{m}$$

$$m_y = \frac{p l_x^2}{\alpha_y} = \frac{30 \times 4^2}{34,7} \therefore m_y = 14,09 \text{ kN.m} / \text{m}$$

*Diferença entre os métodos*

$$m_x = \frac{m_{x,\text{Marcus}}}{m_{x,\text{Czerny}}} = \frac{50,1}{35,04} = 1,43$$

$$m_y = \frac{m_{y,\text{Marcus}}}{m_{y,\text{Czerny}}} = \frac{22,3}{14,09} = 1,58$$

