



PEF2603
Estruturas na Arquitetura III -
Sistemas Reticulados e Laminares



Placas/lajes

(08/05/2017)

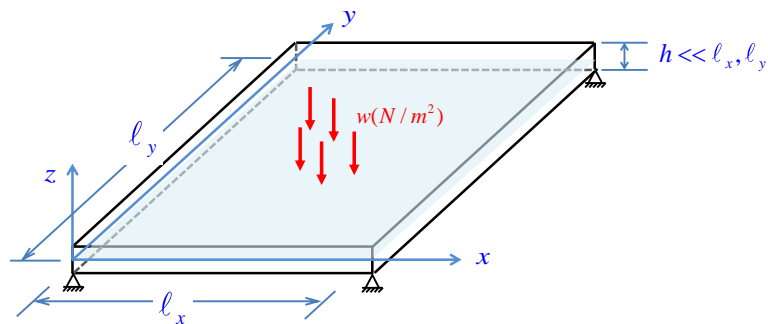
Professores

Ruy Marcelo O. Pauletti, Leila Meneghetti Valverdes, Luís Bitencourt

1º Semestre 2017

Placas/lajes

Elementos estruturais definidos por um plano médio e uma espessura muito menor que as dimensões laterais, carregada transversalmente ao plano médio.



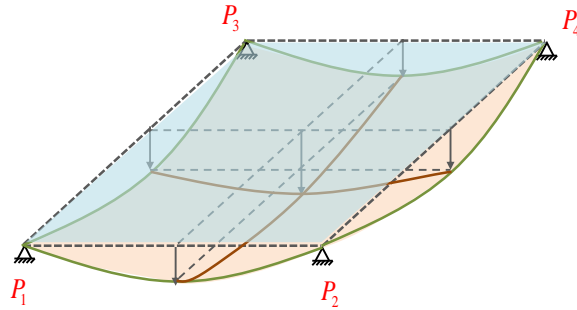
Placa apoiada por colunas.



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



Hipóteses:
$$\begin{cases} u_x = u_y = 0 \\ u_z \ll l_x \cong l_y \end{cases}$$



Condições de contorno:

$$u_{z,P_1} = u_{z,P_2} = u_{z,P_3} = u_{z,P_4} = 0$$

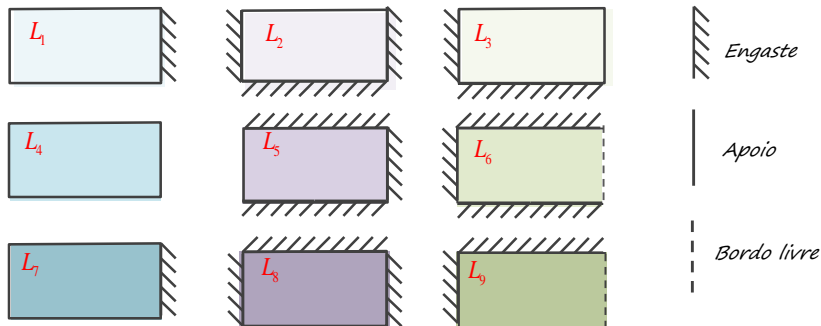
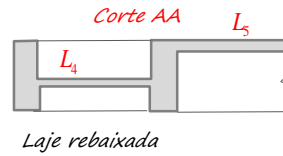
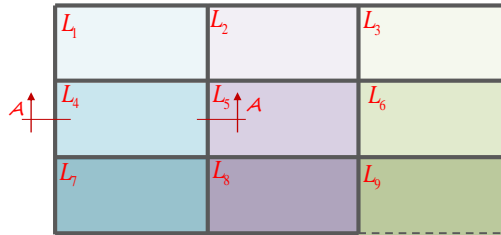
∴ Placas são usualmente hiperestáticas!



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



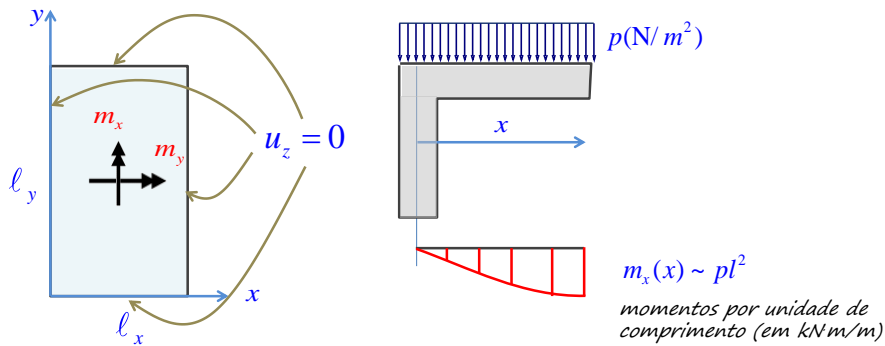
Condições de vinculação das bordas das lajes:



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



1. Placa simplesmente apoiada nas bordas



Momentos máximos ocorrem no meio do vão:

$$m_x^{\max} = \frac{pl_x^2}{\alpha_x}$$

α_x Constante que depende da geometria, mais especificamente da razão l_x/l_y

Na outra direção:

$$m_y^{\max} = \frac{pl_y^2}{\psi_y} = \frac{pl_x^2}{\alpha_y}$$

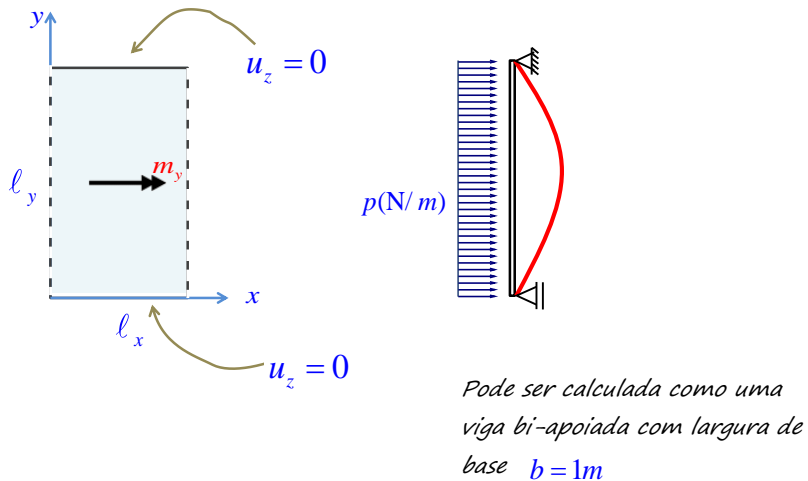
(Note que se a razão entre os lados é definida, m_y^{\max} também pode ser expresso em função de l_x)



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



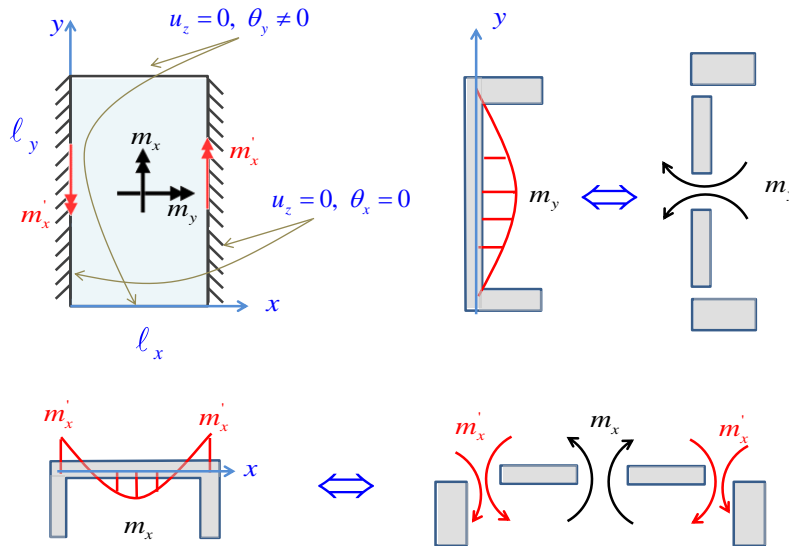
2. Placa simplesmente apoiada em duas bordas opostas e as outras duas bordas livres



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



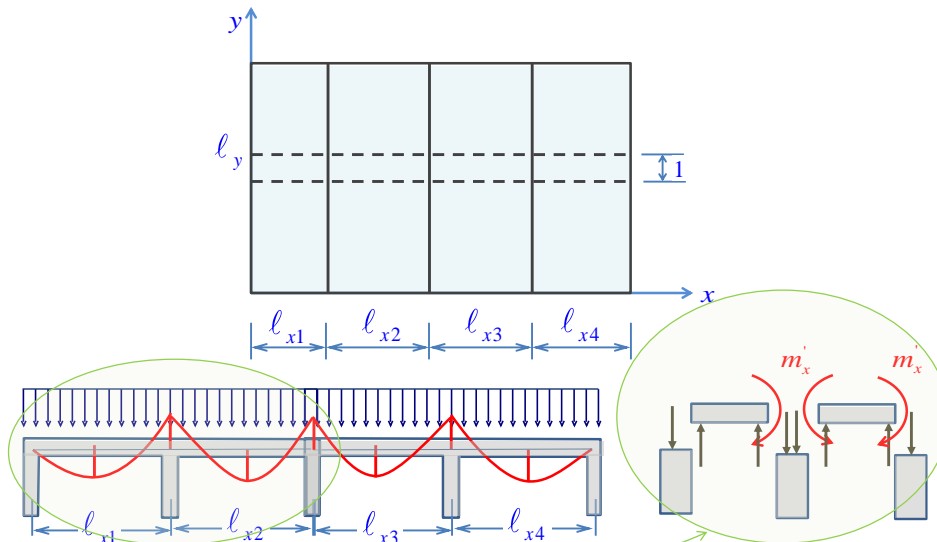
3. Placa com duas bordas opostas engastadas e duas apoiadas



PEF2603: Estruturas na Arquitetura III – Sistemas Reticulados e Laminares



3. Laje contínua: o vão l_y é superior ao dobro dos demais vãos na direção x , logo todos os painéis são armados na direção x . Neste caso, a laje pode ser calculada como uma viga contínua de largura unitária.



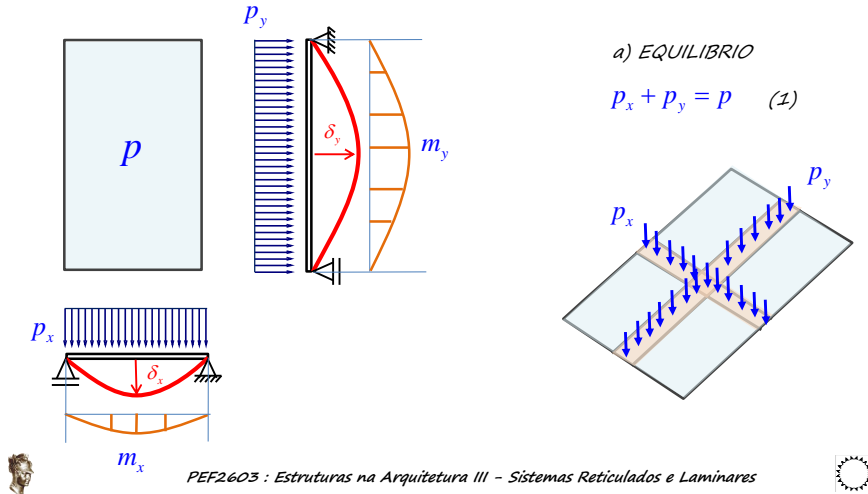
PEF2603: Estruturas na Arquitetura III – Sistemas Reticulados e Laminares



ABORDAGEM SIMPLIFICADA PARA O CÁLCULO DAS LAJES - MÉTODO DE MARCUS

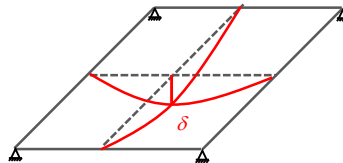
Supõe-se que as lajes trabalham, grosso modo, analogamente às grelhas, dividindo o carregamento nas duas direções e impondo a compatibilidade de deslocamentos.

Por exemplo, seja a placa simplesmente apoiada nos quatro lados.



b) COMPATIBILIDADE

$$\delta_x = \delta_y = \delta$$



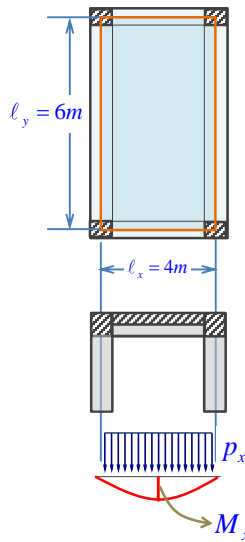
$$\delta = \frac{5p_x \ell_x^4}{384EI} = \frac{5p_y \ell_y^4}{384EI} \quad \therefore \quad \frac{p_y}{p_x} = \left(\frac{\ell_x}{\ell_y} \right)^4 \quad (2)$$

AÇÃO BIDIMENSIONAL $\frac{2}{3} \leq \frac{\ell_y}{\ell_x} \leq \frac{3}{2}$

Caso contrário, uma direção é fortemente preponderante, e a ação da laje é unidirecional!



Exemplo Numérico:



$$h = 10\text{ cm}$$

$$p = 30\text{ kN/m}^2$$

$$\frac{p_x}{p_y} = \left(\frac{\ell_y}{\ell_x}\right)^4 = \left(\frac{6}{4}\right)^4 = 5,0625 \quad (1)$$

$$p_x + p_y = 30 \quad (2)$$

$$(1) \rightarrow (2) \quad 5,0625 p_y + p_y = 30$$

$$p_y = \frac{30}{6,0625} = 4,95\text{ kN/m}$$

$$p_x = 30 - 4,95 = 25,05\text{ kN/m}$$



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



Cálculo dos Momentos

$$m_x = \frac{p_x \ell_x^2}{8} = \frac{25,05 \times 4^2}{8} \quad \therefore \quad m_x = 50,1\text{ kN.m/m}$$

$$m_y = \frac{p_y \ell_y^2}{8} = \frac{4,95 \times 6^2}{8} \quad \therefore \quad m_y = 22,3\text{ kN.m/m}$$

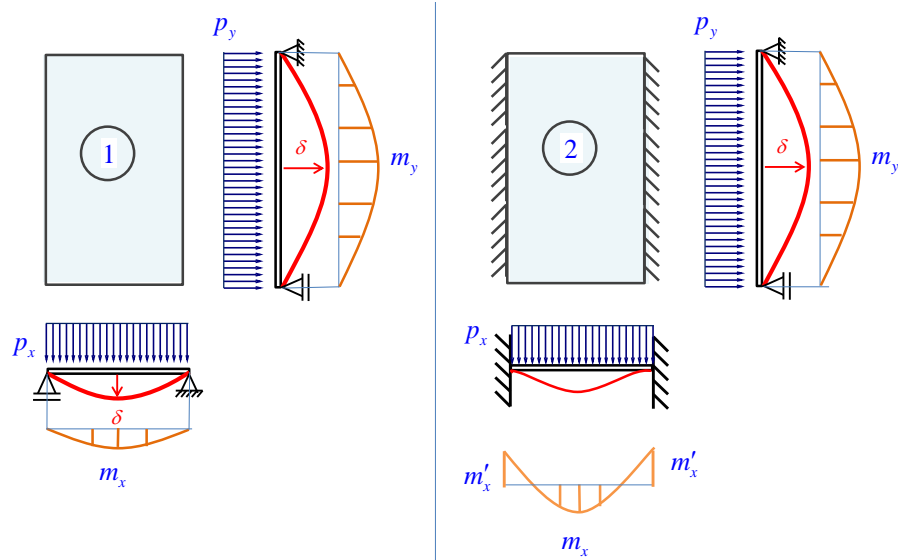
- ∴ Vão menor "puxa" mais carga e, em consequência, é mais solicitado!
- ∴ Este é um cálculo bastante grosseiro, mais adiante veremos um valor mais exato.



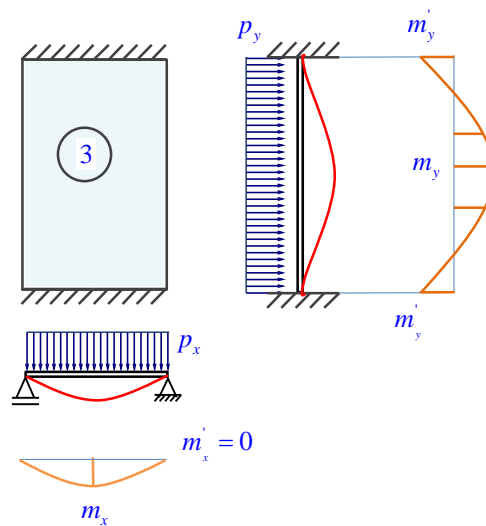
PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



∴ Outros tipos de condições de contorno geram equações de compatibilidade análogas:

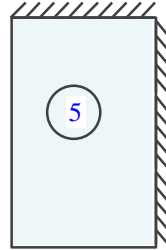
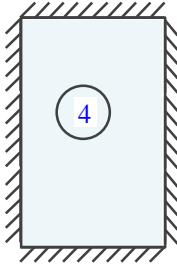


PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

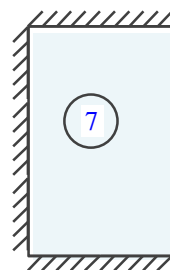
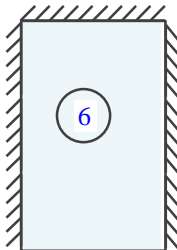


PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares





PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



Na realidade, as deformações nas placas não são tão regulares, e o comportamento muda muito conforme o tipo de vinculação, geometria e carregamento!

O cálculo analítico é complicado!!

Para placas planas com deslocamentos exclusivamente transversais:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D}$$

Equação Sophie_Germain-Lagrange (1816)

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

Módulo de rigidez da placa

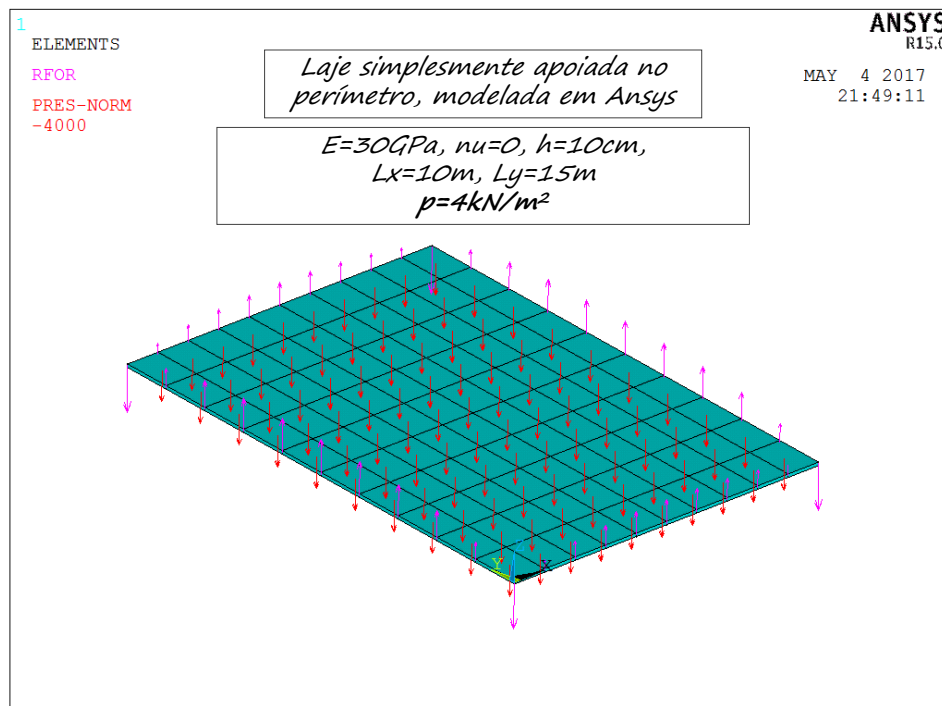
Solução Analítica Complicada

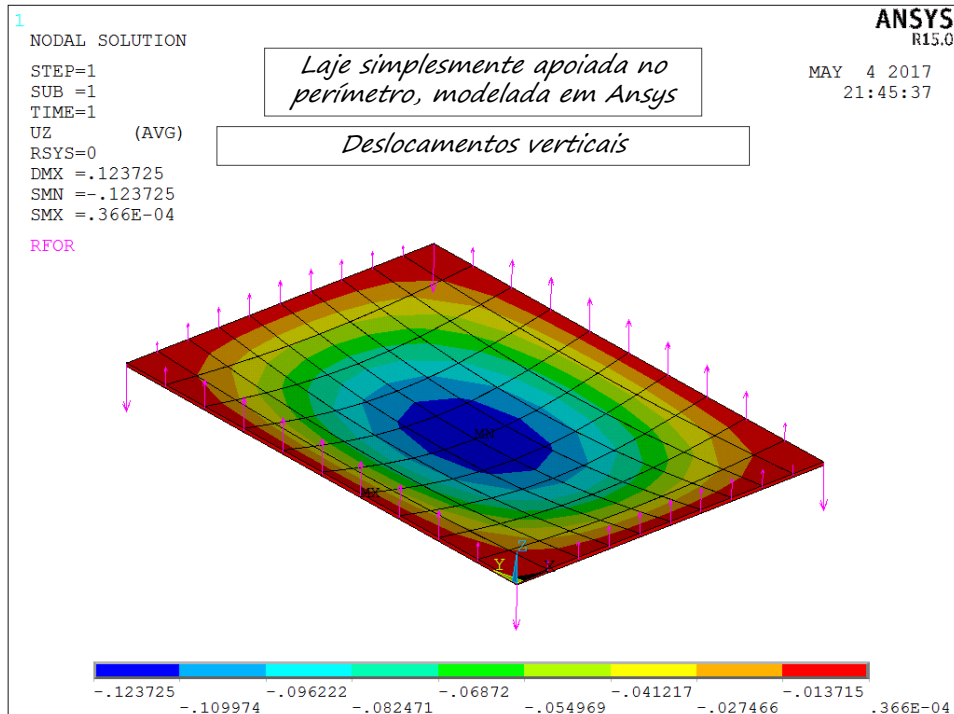


Métodos Numéricos

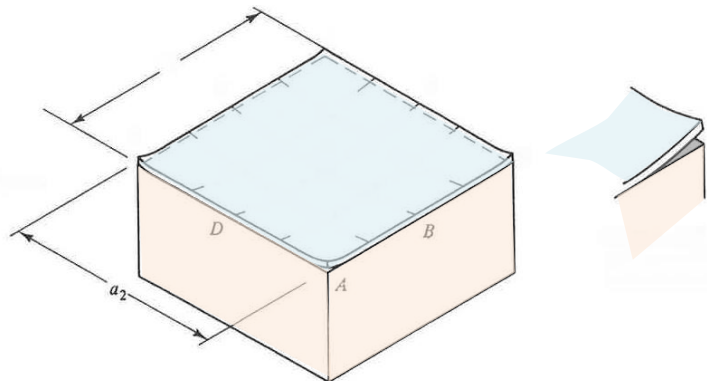


PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares





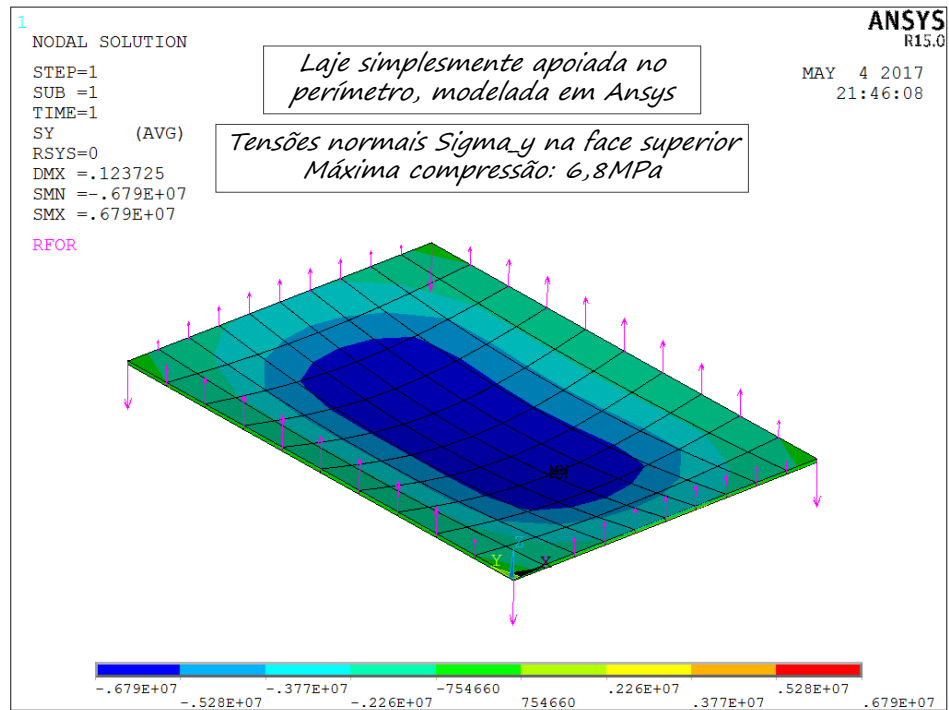
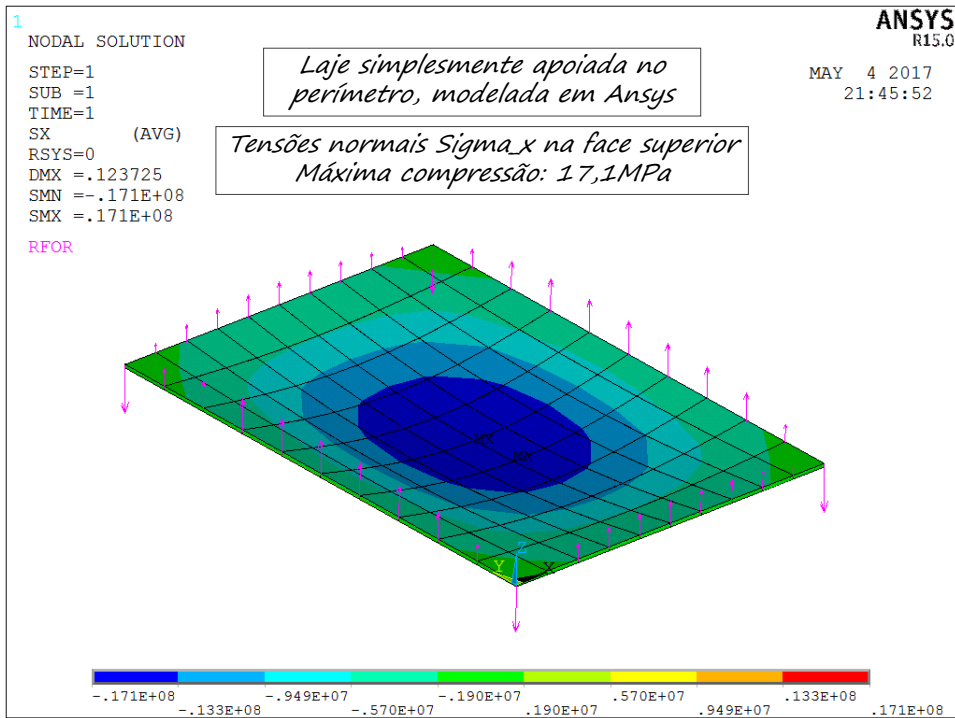
Uma laje simplesmente apoiada com vínculos unilaterais tem deslocamentos para cima nos cantos!

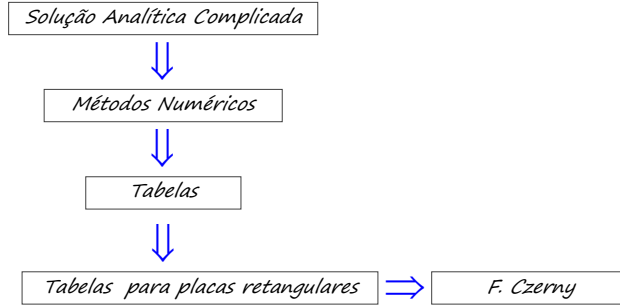


Uma laje retangular com vínculos bidirecional apresenta reações verticais para baixo, em correspondência aos quatro cantos!

Dependendo da intensidade do carregamento, lajes de concreto armado tendem a fissurar nos cantos, se não forem armadas para este esforço!







$$\left. \begin{matrix} l_y \\ l_x \end{matrix} \right\} \Rightarrow (\alpha_2, \alpha_x, \alpha_y, \beta_x, \beta_y) \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} \delta = \frac{p l_x^4}{\alpha_2 E h^3} \\ m_{(x,y)} = \frac{p l_x^2}{\alpha_{(x,y)}} \\ m'_{(x,y)} = -\frac{p l_x^2}{\beta_{(x,y)}} \end{matrix} \right.$$

Tipo de apoio

l_x Lado menor l_y Lado maior



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



TIPO	TABELA DE CÁLCULO DE LAJES (Czerny, com Coeficiente de Poisson nulo)																						
	p = carga uniformemente distribuída																						
	Apóio Simples								Engaste				Flecha $a = p \cdot l_x^4 / (\alpha_2 \cdot E \cdot h^3)$										
l_x / l_y = lado menor / lado maior	Revisão R0																						
	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	3	
A1	α_2	20,5	18,7	17,1	15,8	14,7	13,7	13,0	12,4	11,8	11,2	10,8	10,4	10,0	9,7	9,4	9,2	8,9	8,7	8,6	8,4	8,2	6,7
	α_x	27,2	24,5	22,4	20,7	19,1	17,8	16,8	15,8	15,0	14,3	13,7	13,2	12,7	12,3	11,9	11,5	11,3	11,0	10,8	10,6	10,4	8,0
	α_y	27,2	27,5	27,9	28,4	29,1	29,9	30,9	31,8	32,8	33,8	34,7	35,4	36,1	36,7	37,3	37,9	38,5	38,9	39,4	39,8	40,3	40,5
A2	α_2	29,9	26,5	23,7	21,4	19,5	18,0	16,6	15,5	14,5	13,7	12,9	12,3	11,7	11,2	10,8	10,4	10,1	9,7	9,5	9,2	9,0	6,7
	α_x	41,2	36,5	31,9	28,3	25,9	23,4	21,7	20,1	18,8	17,5	16,6	15,7	15,0	14,3	13,8	13,2	12,8	12,3	12,0	11,6	11,4	8,0
	α_y	29,4	29,0	28,8	28,8	28,9	29,2	29,7	30,2	30,8	31,6	32,3	33,0	33,6	34,3	34,9	35,6	36,2	36,9	37,5	38,2	38,8	38,8
A3	β_x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	β_y	11,9	11,3	10,9	10,4	10,1	9,8	9,6	9,3	9,2	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,5	8,4	8,4	8,3	8,3	8,2	8,0
	α_2	43,5	37,6	33,0	29,2	26,1	23,5	21,4	19,6	18,1	16,8	15,6	14,7	13,9	13,1	12,5	11,9	11,4	10,9	10,5	10,2	9,9	6,7
B1	α_x	63,3	52,2	46,1	39,8	35,5	31,5	28,5	25,8	23,7	22,0	20,4	19,0	17,9	16,9	16,0	15,2	14,6	13,9	13,4	12,9	12,5	8,0
	α_y	35,1	33,7	32,9	32,2	31,7	31,3	31,2	31,2	31,4	31,7	32,1	32,7	33,3	34,0	34,9	35,9	37,1	38,3	39,7	41,1	42,4	43,0
	β_x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
B2	β_y	14,3	13,4	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,5	9,3	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4	8,0
	α_2	29,9	28,0	26,3	24,9	23,8	22,8	22,0	21,2	20,6	20,1	19,6	19,2	18,8	18,5	18,2	18,0	17,8	17,6	17,4	17,2	17,1	16,7
	α_x	31,4	29,2	27,3	25,8	24,5	23,4	22,4	21,6	21,0	20,3	19,8	19,4	19,0	18,6	18,3	18,0	17,8	17,5	17,4	17,2	17,1	14,3
B2	α_y	41,2	43,2	45,1	47,1	48,8	50,3	51,8	53,2	54,3	55,0	55,6	56,2	56,8	57,3	57,8	58,2	58,6	58,8	59,0	59,1	59,2	60,0
	β_x	11,9	11,3	10,9	10,5	10,2	9,9	9,7	9,4	9,3	9,1	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,3	8,3	8,3	8,3	8,0
	β_y	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
B2	α_2	39,7	35,6	33,1	30,4	28,7	27,1	25,7	24,5	23,5	22,6	21,8	21,2	20,7	20,2	19,7	19,3	18,9	18,6	18,3	18,1	17,8	16,7
	α_x	42,7	38,0	35,1	32,2	30,0	28,0	26,5	25,2	24,1	23,1	22,2	21,6	21,0	20,4	19,9	19,5	19,1	18,7	18,4	18,1	17,9	14,3
	α_y	40,2	41,0	42,0	42,9	44,0	45,6	47,6	49,6	51,0	52,1	53,0	54,1	54,8	55,6	56,3	57,0	57,7	58,3	59,0	59,6	60,2	62,0
B2	β_x	14,3	13,3	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,6	9,4	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4	8,0
	β_y	14,3	13,8	13,6	13,3	13,1	12,9	12,8	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,3	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



B2	/x	α_2	39,7	35,6	33,1	30,4	28,7	27,1	25,7	24,5	23,5	22,6	21,8	21,2	20,7	20,2	19,7	19,3	18,9	18,6	18,3	18,1	17,8	16,7	
		α_x	42,7	38,0	35,1	32,2	30,0	28,0	26,5	25,2	24,1	23,1	22,2	21,6	21,0	20,4	19,9	19,5	19,1	18,7	18,4	18,1	17,9	14,3	
		α_y	40,2	41,0	42,0	42,9	44,0	45,6	47,6	49,6	51,0	52,1	53,0	54,1	54,8	55,6	56,3	57,0	57,7	58,3	59,0	59,6	60,2	62,0	
		β_x	14,3	13,3	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,6	9,4	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4	8,0	8,0
		β_y	14,3	13,8	13,6	13,3	13,1	12,9	12,8	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,3	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2
B3	/x	α_2	53,2	47,2	42,4	38,5	35,2	32,5	30,4	28,5	27,0	25,6	24,4	23,5	22,6	21,9	21,2	20,7	20,2	19,7	19,3	18,9	18,6	16,7	
		α_x	59,5	51,6	46,1	41,4	37,5	34,2	31,8	29,6	28,0	26,4	25,2	24,2	23,3	22,5	21,7	21,1	20,5	20,0	19,5	19,1	18,7	14,3	
		α_y	44,1	43,6	43,7	44,2	44,8	45,8	46,9	48,6	50,3	52,3	55,0	58,2	61,6	65,6	70,4	75,0	79,6	84,7	89,8	95,4	101,0	101,0	
		β_x	18,3	16,6	15,4	14,4	13,5	12,7	12,2	11,6	11,2	10,9	10,6	10,3	10,1	9,9	9,7	9,5	9,4	9,2	9,0	8,9	8,8	8,0	8,0
		β_y	16,2	15,4	14,8	14,3	13,9	13,5	13,3	13,1	13,0	12,8	12,7	12,6	12,6	12,5	12,5	12,4	12,4	12,3	12,3	12,3	12,3	12,3	12,3
C1	/x	α_2	43,5	41,5	39,8	38,5	37,5	36,4	35,7	35,1	34,6	34,1	33,7	33,3	33,1	32,8	32,6	32,5	32,4	32,3	32,2	32,1	31,9	31,3	
		α_x	35,1	33,0	31,7	30,4	29,4	28,5	27,8	27,1	26,6	26,1	25,8	25,4	25,2	24,9	24,7	24,5	24,4	24,3	24,3	24,2	24,1	23,8	
		α_y	61,7	64,5	67,2	69,6	71,5	72,8	73,5	74,1	74,6	75,3	75,8	76,5	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0
		β_x	14,3	13,8	13,5	13,2	13,0	12,7	12,6	12,4	12,3	12,2	12,2	12,1	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0
		β_y	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C2	/x	α_2	53,2	49,5	46,7	44,2	42,4	40,8	39,5	38,3	37,3	36,5	35,7	35,1	34,6	34,0	33,6	33,2	33,0	32,8	32,6	32,5	32,4	31,3	
		α_x	44,1	40,5	37,9	35,5	33,8	32,3	31,0	29,9	29,0	28,2	27,6	27,0	26,5	26,1	25,7	25,3	25,1	24,9	24,7	24,6	24,5	23,8	
		α_y	55,9	57,5	60,3	64,2	66,2	67,7	69,0	70,5	72,0	73,4	75,2	76,9	78,7	80,5	82,5	84,6	86,8	89,2	91,7	94,3	97,0	100,0	
		β_x	16,2	15,3	14,8	14,2	13,9	13,5	13,2	12,9	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,2	12,2	12,1	12,1	12,1	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0
		β_y	18,3	17,9	17,7	17,6	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5
C3	/x	α_2	65,8	59,9	55,2	51,3	48,3	45,7	43,5	41,7	40,3	38,9	37,9	36,9	36,1	35,5	34,8	34,4	34,0	33,7	33,3	33,1	32,9	31,3	
		α_x	56,8	50,6	46,1	42,4	39,4	37,0	34,8	33,3	31,9	30,6	29,6	28,8	28,1	27,5	26,9	26,4	26,0	25,7	25,4	25,2	25,0	23,8	
		α_y	56,8	58,2	60,3	62,6	65,8	69,4	73,6	78,4	83,4	89,4	93,5	96,1	98,1	99,9	101,3	102,4	103,3	104,0	104,6	104,9	105,0	105,0	
		β_x	19,4	18,2	17,1	16,3	15,5	14,9	14,5	14,0	13,7	13,4	13,2	13,0	12,8	12,7	12,5	12,4	12,3	12,2	12,1	12,0	12,0	12,0	12,0
		β_y	19,4	18,8	18,4	18,1	17,9	17,7	17,6	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



Crêterios para pré-dimensionamento de lajes maciças retangulares

• Espessuras t picas: $h = \frac{l_x}{40}$ onde $l_x < l_y$

• Espessuras mínimas de norma:

$h \geq 5\text{cm}$ Para lajes de forros

$h \geq 7\text{cm}$ Para lajes de pisos

$h \geq 12\text{cm}$ Para lajes de garagens



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



CARGAS ATUANTES: Permanentes e Variáveis

- Cargas permanentes: peso próprio do elemento estrutural e peso de todos os elementos construtivos fixos e instalações permanentes

a) Cargas fornecidas por peso específico:

- Concreto simples - $24kN / m^3$
- Concreto armado - $25kN / m^3$
 - Argamassa - $19kN / m^3$
- Alvenaria (tijolo maciço) - $18kN / m^3$
- Alvenaria (tijolo furado-cerâmico) - $13kN / m^3$
 - Terra - $18kN / m^3$

b) Cargas fornecidas por unidade de área:

- Revestimento de pisos - $1kN / m^2$
- Telhado com telhas de barro - $0,7kN / m^2$
- Telhado com telhas de alumínio - $0,3kN / m^2$
 - Divisória de madeira - $0,2kN / m^2$



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

CARGAS ATUANTES: Permanentes e Variáveis

- Cargas variáveis: podem atuar sobre as estruturas de edificações em função de seu uso (pessoas, móveis, veículos, etc). Estas cargas são fixadas pela norma NBR 6120 - Cargas para cálculo de estruturas em edificações

a) Edifícios residenciais

- Dormitórios, salas, cozinhas, banheiros - $1,5kN / m^2$
- Despensas, áreas de serviço e lavanderias - $2,0kN / m^2$
 - Forros sem acesso de pessoas - $0,5kN / m^2$

b) Edifícios de escritórios

- Salas de uso geral - $2,0kN / m^2$
- Corredores com acesso ao público - $3,0kN / m^2$
 - Restaurantes - $3,0kN / m^2$

c) Escolas

- Salas de aula - $3,0kN / m^2$
 - Auditórios - $5,0kN / m^2$
- Escadas e corredores - $4,0kN / m^2$



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



d) Bibliotecas

- Salas de leitura - $2,5\text{kN/m}^2$

- Salas com estantes de livros - $6,0\text{kN/m}^2$

e) Bancos

- Escritórios e banheiros - $2,0\text{kN/m}^2$

- Salas de diretoria - $1,5\text{kN/m}^2$

f) Cinemas e teatros

- Palco - $5,0\text{kN/m}^2$

- Plateia com assentos fixos - $3,0\text{kN/m}^2$

- Plateia com assentos móveis - $4,0\text{kN/m}^2$

g) Clubes

- Salas de assembleias com assentos fixos - 3kN/m^2

- Salas de assembleias com assentos moveis - $4,0\text{kN/m}^2$

- Salão de danças ou esportes - $5,0\text{kN/m}^2$

h) Hospitais

- Dormitórios, enfermarias, salas de cirurgia e banheiros - $2,0\text{kN/m}^2$

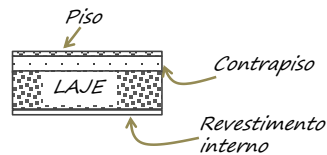
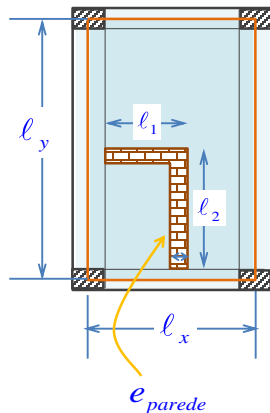
- Corredores - $3,0\text{kN/m}^2$



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



Determinação das cargas atuantes nas lajes, em kN/m^2 :



Peso próprio: $g_1 = \gamma_c \times h$

Revestimento $g_2 = \gamma_r \times h_r$

Enchimento $g_3 = \gamma_{ench} \times h_{ench}$

Alvenaria sobre a laje

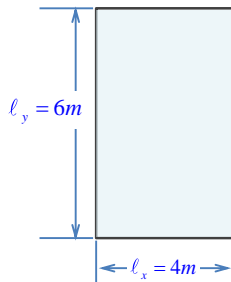
$$g_4 = \frac{(l_1 + l_2) \times e_{parede} \times h_{pav} \times \gamma_{alv}}{l_x \times l_y}$$

Carga acidental q



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



Exemplo: Laje simplesmente apoiada nas bordas

Laje maciça em concreto armado

$$h = 10\text{ cm} \quad E_c = 25\text{ GPa} = 25 \times 10^6 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\gamma_c = 25\text{ kN} / \text{m}^3$$

Revestimento em mármore

$$e_{rev} = 7\text{ cm}$$

$$\gamma_r = 28\text{ kN} / \text{m}^3$$

$$\text{Carga útil} \quad q = 1,5\text{ kN} / \text{m}^2$$

Carga total aplicada à laje:

$$\text{Peso próprio:} \quad g_1 = \gamma_c \times h = 25 \times 0,1\text{ m} = 2,5 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\text{Revestimento} \quad g_2 = \gamma_r \times e_r = 28 \times 0,07\text{ m} = 2,0 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\text{Carga acidental} \quad q = 1,5\text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\text{Carga total:} \quad p = 6\text{ kN} / \text{m}^2$$



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

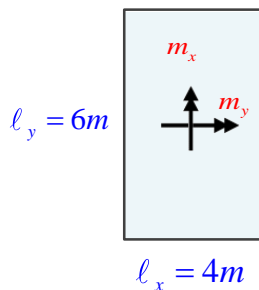
**Determinação dos esforços máximos (momentos fletores)**

Tabela Czerny

$$\left. \begin{array}{l} \frac{l_y}{l_x} = 1,5 \\ \text{Laje A1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \alpha_2 = 10,8 \\ \alpha_x = 13,7 \\ \alpha_y = 34,7 \end{array}$$

Momentos

$$m_x = \frac{p l_x^2}{\alpha_x} = \frac{6 \times 4^2}{13,7} \quad \therefore m_x = 7\text{ kN.m} / \text{m}$$

$$m_y = \frac{p l_x^2}{\alpha_y} = \frac{6 \times 4^2}{34,7} \quad \therefore m_y = 2,8\text{ kN.m} / \text{m}$$

Flecha

$$\delta = \frac{p l_x^4}{\alpha_2 E h^3} = \frac{6 \times 4^4}{10,8 \times 25 \times 10^6 \times 0,1^3}$$

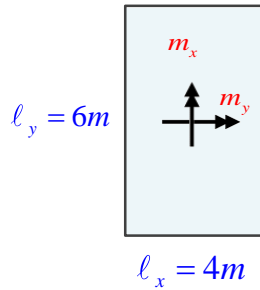
$$\delta = 0,006\text{ cm} = 0,6\text{ mm}$$



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



Para o exemplo anterior resolvido pelo método de Marcus com $p = 30 \text{ kN} / \text{m}^2$



$$m_x = 50,1 \text{ kN.m} / \text{m}$$

$$m_y = 22,3 \text{ kN.m} / \text{m}$$

Tabela Czerny

$$\left. \begin{array}{l} \frac{l_y}{l_x} = 1,5 \\ \text{Laje A1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \alpha_x = 10,8 \\ \alpha_y = 13,7 \\ \alpha_z = 34,7 \end{array}$$

Momentos

$$m_x = \frac{p l_x^2}{\alpha_x} = \frac{30 \times 4^2}{13,7} \therefore m_x = 35,04 \text{ kN.m} / \text{m}$$

$$m_y = \frac{p l_y^2}{\alpha_y} = \frac{30 \times 6^2}{34,7} \therefore m_y = 14,09 \text{ kN.m} / \text{m}$$

Diferença entre os métodos

$$m_x = \frac{m_{x,\text{Marcus}}}{m_{x,\text{Czerny}}} = \frac{50,1}{35,04} = 1,43$$

$$m_y = \frac{m_{y,\text{Marcus}}}{m_{y,\text{Czerny}}} = \frac{22,3}{14,09} = 1,58$$

