

Prova Substitutiva - 2012

Observações:

- Esta prova tem duração de 2 horas.
- Deixe sobre a carteira uma identidade com foto.
- Preencha com seu nome, número USP, número da Turma e nome do Professor em todas as folhas de respostas (Turmas: 1- José Roberto (Zero); 2- Lucy; 3- Renato).
- Caso apareça alguma raiz que não seja um quadrado perfeito, deixe indicado.
- Não esqueça das unidades, cálculos intermediários e justificativas sucintas nas respostas.

Formulário:

$$PV = nRT = \frac{1}{3}Nm\langle v^2 \rangle = \frac{2}{3}\langle E_c \rangle, \quad W_{i \rightarrow f} = \int_{V_i}^{V_f} PdV, \quad dU = nC_V(T)dT, \quad dS = \frac{dQ}{T} = \frac{dU}{T} + \frac{PdV}{T},$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}, \quad \text{gás ideal: } C_P = C_V + R = \text{constante}, \quad \text{processo adiabático: } TV^{\gamma-1} = \text{constante},$$

$$\beta = \frac{v}{c}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad x' = \gamma(x - vt), \quad t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right),$$

$$f = f_0 \sqrt{\frac{1 \mp \beta}{1 \pm \beta}}, \quad \vec{p}(\vec{v}) = \gamma(v)m_0\vec{v}, \quad E(v) = \gamma(v)m_0c^2, \quad K(v) = E(v) - m_0c^2.$$

Questão 1

Uma corda de comprimento infinito oscila, em um sistema de coordenadas (x, y) , de acordo com a equação

$$y(x, t) = 10 \operatorname{sen}\left(kx + \frac{\pi}{6}\right) \operatorname{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right),$$

com x dado em metros e t em segundos.

- (a) [1,0] Obtenha a forma das ondas progressiva $y_1(x, t) = A_1 \cos(kx - \omega t + \phi_1)$ e regressiva $y_2(x, t) = A_2 \cos(kx + \omega t + \phi_2)$ que reproduzem $y(x, t)$ dado acima.

Dica: escreva as fases como $\phi_1 = \bar{\phi} - \delta$, $\phi_2 = \bar{\phi} + \delta$, e use a fórmula trigonométrica $\cos(a \pm b) = \cos(a)\cos(b) \mp \operatorname{sen}(a)\operatorname{sen}(b)$. Compare o seu resultado com a expressão de $y(x, t)$ determinando, assim, todos os valores de A_1 , A_2 , ϕ_1 e ϕ_2 .

- (b) [0,7] Partindo da origem e para x positivo, obtenha a expressão que determina a posição dos n primeiros nodos da onda estacionária, em função de k . Se o primeiro nodo situa-se a 5 m da origem e a frequência angular é $\omega = \pi$ rad/s, determine a velocidade de propagação da onda na corda.

- (c) [0,8] Considere $y_3(x, t) = A_2 \cos(kx - \omega t + \phi_2)$ com A_2 e ϕ_2 obtidas no item (a). A soma das duas ondas progressivas $y_1(x, t) + y_3(x, t)$ também é uma onda progressiva, que pode ser escrita na forma $B \operatorname{sen}(kx - \omega t + \sigma)$. Obtenha os valores de B e σ .

Dica: use a fórmula trigonométrica do $\operatorname{sen}(a+b)$. Ou, alternativamente, resolver este item usando números complexos.

Questão 2

Uma máquina térmica opera segundo um ciclo reversível ABCA no diagrama PV , no sentido horário. O processo do ponto A ao ponto B corresponde a uma *expansão* isotérmica, BC é um processo isocórico e CA é adiabático. A máquina faz uso de 1 mol de um *gás ideal diatômico* ($\gamma = 7/5$) como fluido.

- (a) [0,5] Faça um esboço do diagrama PV explicitando os pontos A, B e C.

Dado que $\frac{V_C}{V_A} = r$, determine:

- (b) [0,5] A temperatura nos pontos A e B e o calor trocado $Q_{\alpha\beta}$ pelo fluido em cada uma das 3 etapas ($\alpha\beta = AB, BC, \text{ ou } CA$), em função de T_C , r , e da constante universal dos gases ideais R — explicitar se o calor é recebido ou cedido pelo fluido em cada caso.
- (c) [0,5] O trabalho W realizado pelo fluido por ciclo e o rendimento η em termos dos calores trocados $Q_{\alpha\beta}$ do item (b). Não é necessário explicitar $Q_{\alpha\beta}$.
- (d) [0,5] A variação da entropia *do fluido e do universo* em cada etapa, em função de R e r , somente.
- (e) [0,5] A razão r_q entre as velocidades quadráticas médias das moléculas do gás nos pontos A e C ($r_q = \frac{\langle v_A^2 \rangle}{\langle v_C^2 \rangle}$), em função de r .

Questão 3

Uma nave interestelar foi lançada da Terra (Sistema solar) no ano 2000. Em pouco tempo a nave atingiu a velocidade de cruzeiro de $\frac{5}{13}c$ (considere os efeitos da aceleração desprezíveis no problema). A nave foi programada para emitir um sinal de comunicação de rádio para a Terra após passados 72 anos no relógio de bordo. Pergunta-se:

- (a) [0,6] Que distância percorreu a nave, no referencial da Terra, desde a sua partida até o instante da emissão do sinal? Expresse essa distância em *a.l.* (anos-luz).

Obs: 1 ano-luz é a distância percorrida pela luz no vácuo em 1 ano. Dica: use a unidade de t em anos ($a.$) e $c=1 \text{ a.l./a.}$, de modo que as distâncias saem automaticamente em anos-luz.

- (b) [0,6] Em que ano o sinal de rádio será recebido na Terra?

- (c) [0,6] Se a frequência do emissor do sinal de rádio da nave é de 180 MHz, para que frequência deverão estar sintonizados os receptores na Terra?

- (d) [0,7] Se a potência do sinal emitido pela nave é de 90 GW ($1 \text{ GW} = 10^9 \text{ W}$), e o tempo de duração do sinal é de 30 s, de quanto é reduzida a massa de repouso da nave (em Kg) ao emitir esse sinal? Dado: $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

Obs: $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$; $1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot (\text{m/s})^2$.