

Observações:

- Esta prova tem duração de 2 horas.
- Deixe sobre a carteira uma identidade com foto.
- Preencha com seu nome, número USP, número da Turma e nome do Professor em todas as folhas de respostas (Turmas: 1- José Roberto (Zero); 2- Lucy; 3- Renato).
- Caso apareça alguma raiz que não seja um quadrado perfeito, deixe indicado.
- Não esqueça das unidades, cálculos intermediários e justificativas sucintas nas respostas.

Formulário:

$$\beta = \frac{v}{c}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad x' = \gamma(x - vt), \quad t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right), \quad \gamma\left(\sqrt{v^2 + \frac{u^2}{\gamma(v)^2}}\right) = \gamma(v)\gamma(u),$$

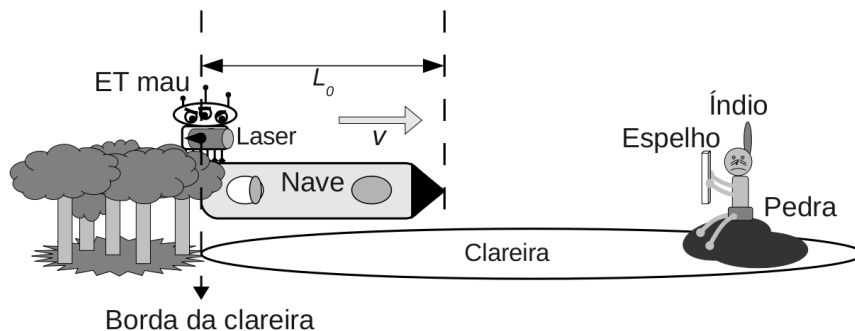
$$u'_x = \frac{u_x - v}{\left(1 - \frac{v u_x}{c^2}\right)}, \quad u'_y = \frac{u_y}{\gamma(v)\left(1 - \frac{v u_x}{c^2}\right)}, \quad u'_z = \frac{u_z}{\gamma(v)\left(1 - \frac{v u_x}{c^2}\right)},$$

$$f = f_0 \sqrt{\frac{1 \mp \beta}{1 \pm \beta}}, \quad \vec{p}(\vec{v}) = \gamma(v)m_0\vec{v}, \quad E(v) = \gamma(v)m_0c^2, \quad K(v) = E(v) - m_0c^2.$$

Questão 1

Um ET mau dispara um raio laser de alta potência da traseira de sua nave alienígena para fulminar um índio Yanomami assim que entra em uma clareira na Amazônia (vide figura). O índio se defende com equipamento de alta tecnologia recebido de um homem branco: um espelho. O raio laser refletido pelo espelho atinge a dianteira da nave alienígena e a destrói. A nave alienígena tem comprimento

próprio L_0 e se desloca com velocidade constante v com relação à Terra, em direção ao índio, que está sentado em uma pedra. O ET mau toma conhecimento do desastre que causou à própria nave no instante T_0 após o disparo da arma laser, medido em seu próprio relógio. Responda os itens abaixo em função de L_0 , T_0 , v , γ e c (sendo c a velocidade da luz). Não é preciso explicitar γ (isto é, a função $\gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$).



- (a) [0,7] Numere e descreva os eventos relevantes no espaço-tempo que se sucedem após o disparo da arma laser

em $t_0 = t'_0 = 0$, $x_0 = x'_0 = 0$.

- (b) [0,7] Quanto tempo antes de T_0 a dianteira da nave é atingida pelo raio laser, no referencial

da nave (S')? A que instante t'_i corresponde este evento? OBS.: identifique i de acordo com a numeração do item (a).

- (c) [0,7] Utilize a transformação de Lorentz inversa para obter a que distância da borda da clareira ($x = 0$) se encontra a dianteira da nave ao ser atingida pelo raio laser, no referencial da Terra.
- (d) [0,7] Determine as coordenadas espaço-temporais em que ocorre a reflexão do raio laser pelo espelho em S' .
- (e) [0,7] Determine a que distância se encontra o índio da borda da clareira, no referencial da Terra.

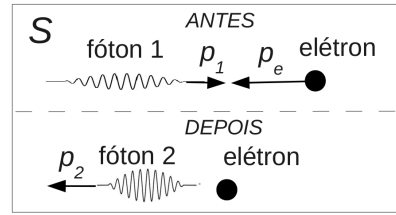
Questão 2

Uma fonte de raios gama emite um fóton de energia E_1 na direção \hat{x} no referencial de laboratório S . Neste referencial, um elétron de massa m_0 tem velocidade $\vec{v} = -v\hat{x}$, onde $v = |\vec{v}|$, e sua trajetória é co-linear com a linha de propagação do fóton. Após a colisão do fóton com o elétron, este permanece em repouso no referencial S , e um único fóton emerge, propagando-se na direção $-\hat{x}$ com energia E_2 . Sendo $R = \frac{E_1}{m_0 c^2}$ a razão entre a energia do fóton e a energia de repouso do elétron:

- (a) [0,7] Determine R como função de $\beta = \frac{v}{c}$ por conservação de momento e energia na colisão (utilize a fórmula $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta)(1+\beta)}}$ para simplificar o resultado).

Considerando que $E_1 = \frac{1}{6}$ MeV (em S) e $m_0 \simeq 0,5$ MeV/ c^2 :

- (b) [0,7] Determine o valor de β .
- (c) [0,7] Determine E_2 em MeV.
- (d) [0,7] Determine, por efeito Doppler, o valor em MeV das energias E'_1 e E'_2 no referencial inercial S' , para qual o elétron encontra-se em repouso *antes* da colisão (afastando-se da origem O' *depois* da colisão). Note que o elétron pode ser considerado a fonte do fóton 2.
- (e) [0,7] Reconsidere a colisão no referencial S' . Como o elétron se move com velocidade v em S' , após a colisão, mostre, calculando explicitamente os valores de energia total e momento linear total iniciais e finais (E'_I , E'_F , P'_I , e P'_F) que há conservação destas quantidades também neste sistema.



Questão 3

Considere duas partículas A e B , com a mesma massa de repouso m_0 , participando de uma colisão elástica conforme a figura abaixo.

- (a) [1,0] Obtenha as componentes das velocidades \vec{u}'_1 , \vec{u}'_2 , \vec{u}'_3 e \vec{u}'_4 no referencial S' em função das variáveis ω , v e α indicadas na figura.

Assuma que, qualquer que seja a definição do momento linear \vec{p} , no sistema S a soma das componentes na direção y antes e depois da colisão é igual a zero.

- (b) [1,0] Com a definição newtoniana do momento linear, $\vec{p}(\vec{v}) = m_0 \vec{v}$, obtenha α em função de ω e v , e verifique se a soma dos momentos lineares na direção y antes e depois da colisão se conserva em S' .
- (c) [1,0] Repita o item anterior com a definição relativística do momento linear. **Sugestão:** escreva $\alpha = \frac{\sigma}{\gamma(v)}$ e use a relação entre γ com diferentes argumentos do formulário.

