ex 1:

a) $P(S) = \frac{|S|}{|\Omega|} = \frac{420}{1000} = 0{,}42.$

$P((2^o)^c) = \frac{|(2^o)^c|}{|\Omega|} = \frac{750}{1000} = 0{,}75.$

b) $P(N \cap (3^o)) = \frac{|N \cap 3^o|}{|\Omega|} = \frac{50}{1000} = 0{,}05.$

$P(S \cup (3^o)) = \frac{|S \cup (3^o)|}{|\Omega|} = \frac{|S| + |(3^o)| - |S \cap (3^o)|}{|\Omega|} = \frac{560}{1000} = \boxed{0{,}56}.$

c) $P(S|4^o) = \frac{P(S \cap 4^o)}{P(4^o)} = \frac{|S \cap 4^o|}{|4^o|} = \frac{85}{200} = 0{,}425.$

$P(H^c|(1^o)^c) = \frac{P(H^c \cap (1^o)^c)}{P((1^o)^c)} = \frac{P((H \cup (1^o))^c)}{P((1^o)^c)} = \frac{1 - P(H \cup (1^o))}{P((1^o)^c)} =$

$\frac{1000 - (350 + 300 - 100)}{700} \cong 0{,}6428.$

Exercício 02

Para um determinado teste de gravidez, sabe-se que a sensibilidade (probabilidade condicional de o teste dar positivo, dado que a mulher está grávida) é de 98%, e a especificidade (probabilidade condicional de o teste dar negativo, dado que a mulher não está grávida) é de 5%. Antes de fazer o teste, uma determinada mulher estima em 20% a probabilidade de estar grávida. Calcule:

1,5 **(a)** a probabilidade do teste dar negativo.

1,5 **(b)** A probabilidade de que ela de fato esteja grávida dado que o resultado do teste foi positivo.

[valor:3,0]

a) $G = \{$ evento em que a mulher está grávida $\}$.

$T = \{$ evento em que o teste resulta positivo $\}$.

$P(T|G) = 0,98.$ $\quad P(G) = 0,2.$

$P(T^c|G^c) = 0,05.$

a) $P(T^c) = P((T^c \cap G) \cup (T^c \cap G^c)) =$

$P(T^c \cap G) + P(T^c \cap G^c) =$

$P(T^c|G) . P(G) + P(T^c|G^c) . P(G^c) =$

$0,02 . 0,2 + 0,05 . 0,8 = \underline{0,044}.$

b)

$$P(G|T) = \frac{P(T|G).P(G)}{P(T|G).P(G) + P(T|G^c).P(G^c)} =$$

$$\frac{0{,}98 \times 0{,}2}{0{,}98 \times 0{,}2 + 0{,}95 \times 0{,}8} = \frac{0{,}196}{0{,}956} \cong 0{,}205.$$

Exercício 03

No Brasil temos 3 senadores para cada unidade da federação (26 estados + DF). Atualmente as regiões Sul, Sudeste, Centro-Oeste, Nordeste e Norte são compostas, respectivamente, por 3, 4, 3, 9 e 7 estados. Pretende-se formar uma comissão no Senado Federal composta de 6 senadores e a formação será feita de forma aleatória. Responda às seguintes questões:

0,5 **(a)** quantas comissões com 6 senadores podem ser formadas?

1 **(b)** qual a probabilidade da comissão ter exatamente um senador de cada região?

1,5 **(c)** qual a probabilidade das regiões Norte e Nordeste terem juntas 4 ou mais senadores na comissão?

[obs: deixe as probabilidades indicadas]

[valor:3,0]

a) $|\Omega| = 27 \times 3 = 81.$

Podemos formar $\binom{81}{6} = \frac{81!}{6!\,75!} = 324.540.216$ comissões.

b) $|N| = 21$; $|S| = 9$; $|SE| = 12$; $|CO| = 9$; $|NE| = 27$; $|DF| = 3$.

Para a comissão ter um senador de cada região:

$$\frac{\binom{21}{1}\binom{9}{1}\binom{12}{1}\binom{9}{1}\binom{27}{1}\binom{3}{1}}{\binom{81}{6}}$$

Pr2-MAE0219-FEA-NOTURNO

$$\frac{21 \times 9 \times 12 \times 9 \times 27 \times 3}{324.540.216} \cong 0,00509.$$

c) Note que $N \cap NE = \emptyset$,
então,

$(N \cup NE|) = |N| + |NE| = 48.$

$K = \{$Número de senadores do norte ou do nordeste na comissão$\}$.

demais regiões

$$P(K \geq 4) = \sum_{K=4}^{6} \frac{\binom{48}{K}\binom{33}{6-K}}{\binom{81}{6}} =$$

$$\frac{\binom{48}{4}\binom{33}{2} + \binom{48}{5}\binom{33}{1} + \binom{48}{6}\binom{33}{0}}{\binom{81}{6}} =$$

$$\frac{\frac{48!}{4!\,44!} \cdot \frac{33!}{2!\,31!} + \frac{48!}{5!\,43!} \cdot \frac{33!}{1!\,32!} + \frac{48!}{6!\,42!} \cdot 1}{324.540.216} \cong 0,5285.$$