Medição Estatística

Table 4.1 Sample of Random Variable x

i	x_i	i	x_i
1	0.98	11	1.02
2	1.07	12	1.26
3	0.86	13	1.08
4	1.16	14	1.02
5	0.96	15	0.94
6	0.68	16	1.11
7	1.34	17	0.99
8	1.04	18	0.78
9	1.21	19	1.06
10	0.86	20	0.96

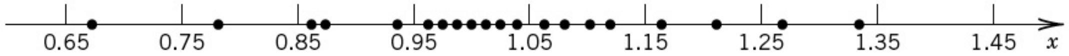


Figure 4.1 Concept of density in reference to a measured variable (from Example 4.1).

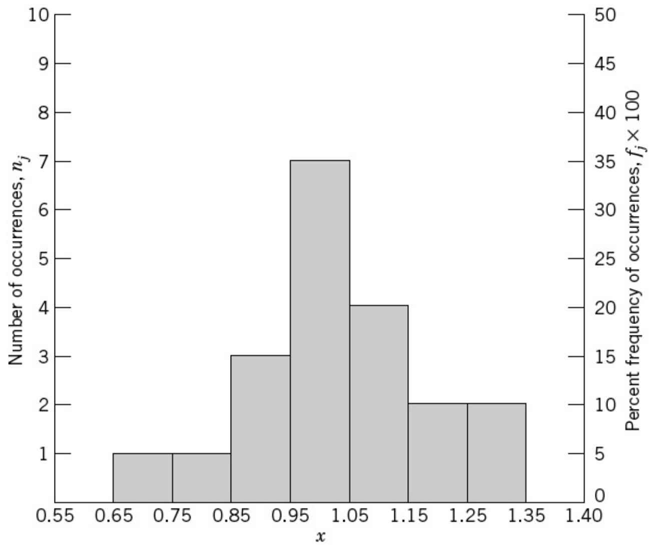
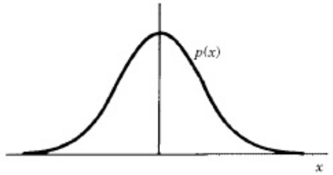
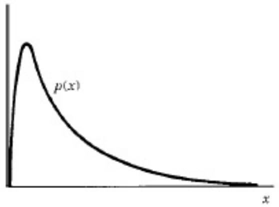
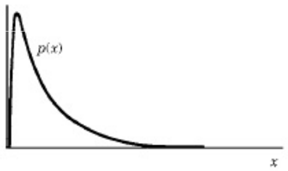
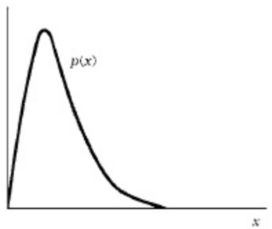
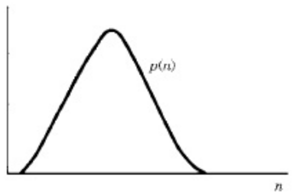


Figure 4.2 Histogram and frequency distribution for data in Table 4.1.

Medição Estatística

Table 4.2 Standard Statistical Distributions and Relations to Measurements

Distribution	Applications	Mathematical Representation	Shape
Normal	Most physical properties that are continuous or regular in time or space. Variations due to random error.	$p(x) = \frac{1}{\sigma(2\pi)^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(x-x')^2}{\sigma^2}\right]$	
Log normal	Failure or durability projections; events whose outcomes tend to be skewed toward the extremity of the distribution.	$p(x) = \frac{1}{\pi\sigma(2\pi)^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\ln\frac{(x-x')^2}{\sigma^2}\right]$	
Poisson	Events randomly occurring in time; $p(x)$ refers to probability of observing x events in time t. Here λ refers to x'.	$p(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$	
Weibull	Fatigue tests; similar to log normal applications.	See [4]	
Binomial	Situations describing the number of occurrences, n, of a particular outcome during N independent tests where the probability of any outcome, P, is the same.	$p(n) = \left[\frac{N!}{(N-n)!n!}\right] P^n (1-P)^{N-n}$	

Estatísticas Infinitas

Distribuição Normal ou Gaussiana

Table 4.3 Probability Values for Normal Error Function

One-Sided Integral Solutions for $p(z_1) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_0^{z_1} e^{-\beta^2/2} d\beta$

$z_1 = \frac{x_1 - x'}{\sigma}$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1809	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4758	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4799	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.49865	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(x-x')^2}{\sigma^2}\right]$$

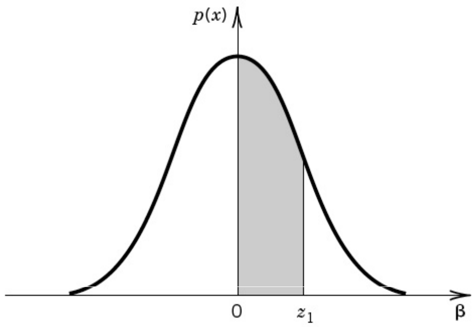


Figure 4.3 Integration terminology for the normal error function.

$$p(x' - \delta x \le x \le x' + \delta x) = \int_{x'-\delta x}^{x'+\delta x} p(x)dx$$

$$p(-z_1 \le \beta \le z_1) = 2\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{z_1} \exp\left(\frac{-\beta^2}{2}\right) d\beta\right]$$

Estatísticas Infinitas

Distribuição Normal ou Gaussiana

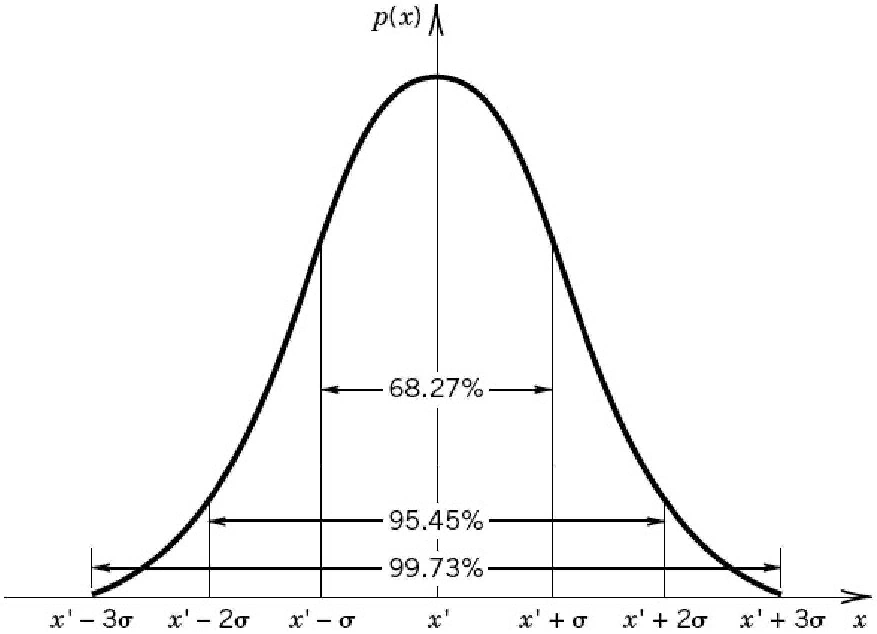


Figure 4.4 Relationship between the probability density function and its statistical parameters, x' and σ, for a normal (Gaussian) distribution.

Intervalos de confiança $\sigma \rightarrow 2\sigma \rightarrow 3\sigma$

Estatísticas Finitas

Estatística de conjuntos menores de amostragem

$$x_i = \bar{x} \pm t_{\nu,P} S_x$$

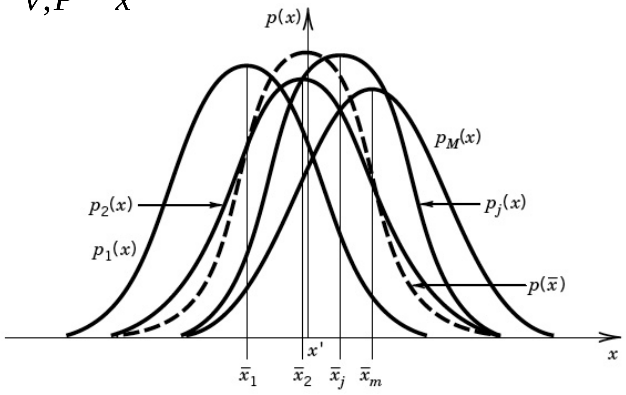


Figure 4.5 The normal distribution tendency of the sample means about a true value in the absence of systematic error.

Desvio padrão das médias

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{N}}$$

N-1 graus de liberdade – *N* é o números de sub-conjuntos de amostras

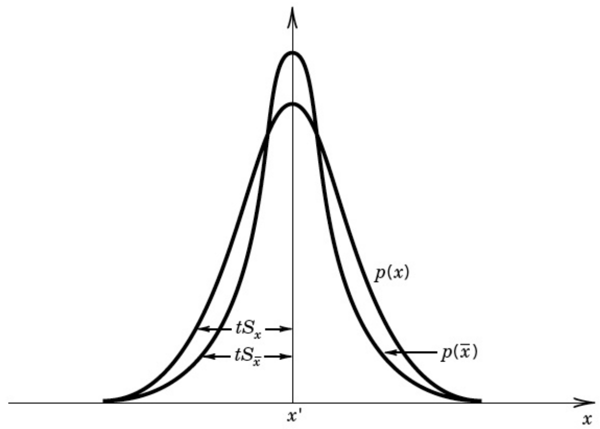


Figure 4.6 Relationships between S_x and a distribution of x and between $S_{\bar{x}}$ and the true value x'.

Estatísticas Finitas

Regressões e ajustes de dados medidos

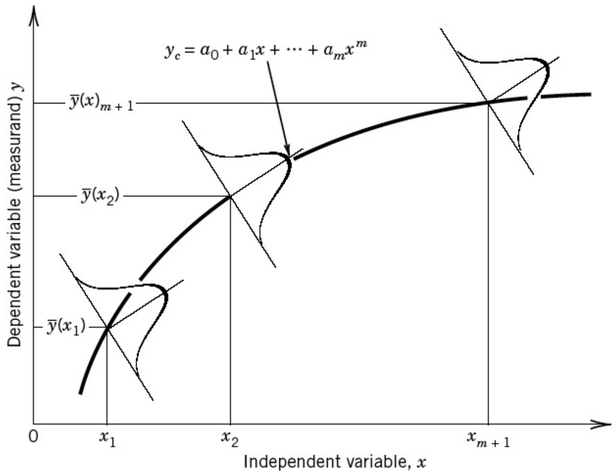


Figure 4.9 Distribution of measured value y about each fixed value of independent variable x. The curve y_c represents a possible functional relationship.

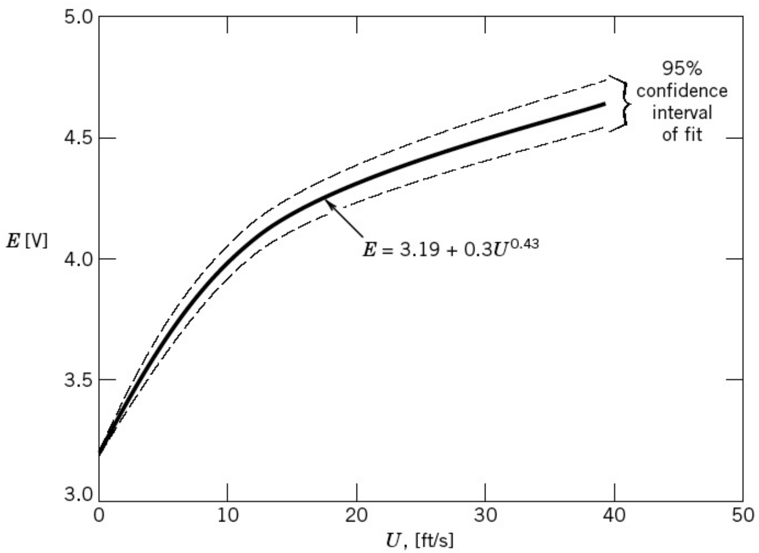


Figure 4.11 A curve fit for Example 4.10.

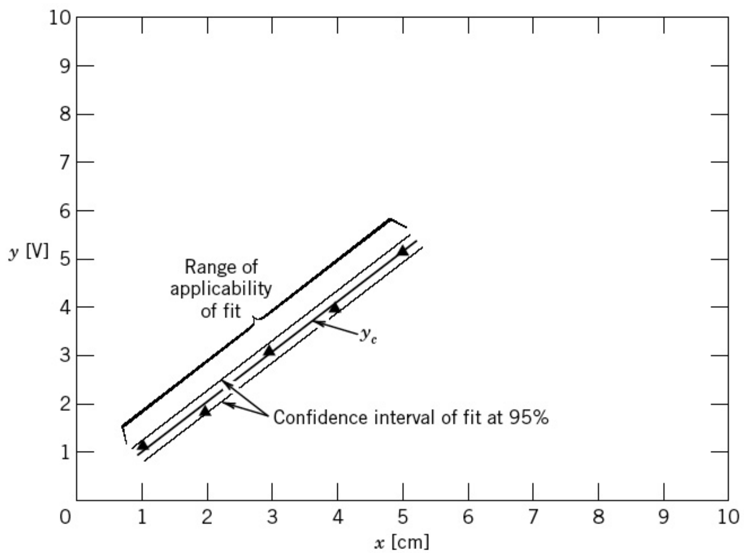


Figure 4.10 Results of the regression analysis of Example 4.9.

Erro x Incerteza

Efeitos Aleatórios

A repetição da medida resulta em valores randômicos.
Mais medidas resultam na convergência de um valor médio.

Efeitos Sistemáticos

O mesmo efeito afeta o valor das medidas.
Determinação por diferentes métodos de medida.

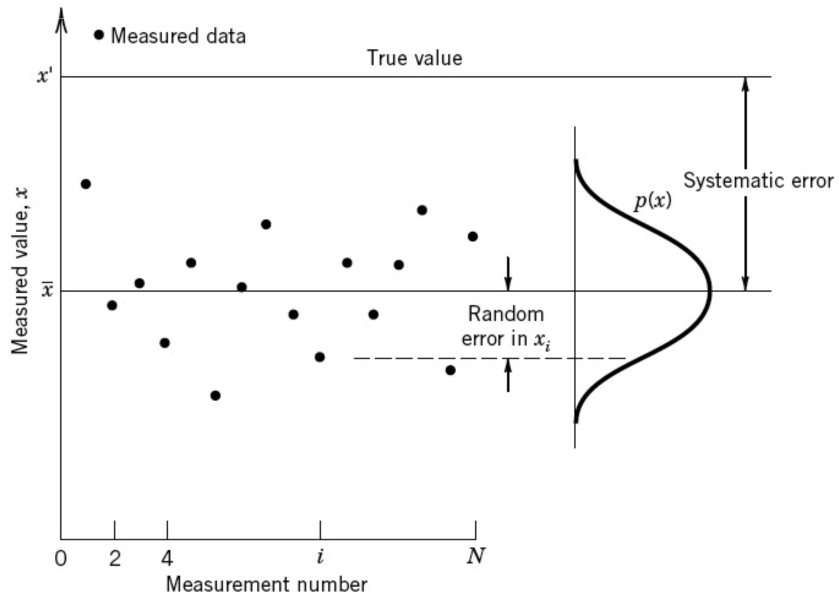


Figure 5.1. Distribution of errors upon repeated measurements.

Erros de Medição

Os principais fatores que implicam no aparecimento de incertezas na medição
Fontes de Erros e Incertezas

(a) definição incompleta do mensurando;
(b) realização imperfeita da definição do mensurando;
(c) amostragem não representativa - a amostra medida pode não representar o mensurando definido;
(d) conhecimento inadequado de efeitos das condições ambientais ou medições imperfeitas destas;
(e) tendências pessoais na leitura de instrumentos analógicos;
(f) resolução finita do instrumento ou limiar de mobilidade;
(g) valores inexatos dos padrões de medição e dos materiais de referência;
(h) valores inexatos de constantes e outros parâmetros obtidos de fontes externas e utilizados no algoritmo de redução de dados;
(i) aproximações e suposições incorporadas ao método e ao procedimento de medição;
(j) variações nas observações repetidas do mensurando sob condições aparentemente idênticas.

Avaliação de Incertezas

Avaliação do Tipo A – *Estimativa usando estatística (medidas repetidas)*

Avaliação do Tipo B – *Estimativa de incerteza de outras fontes de informação. Conhecimento prévio do sistema, dados de fabricante, certificados de calibração*

1. *Decidir o que é necessário para obter os resultados das medidas. Que medições fazer e que cálculos realizar;*
2. *Fazer as medições necessárias;*
3. *Estimar as incertezas de cada quantidade de entrada. Expressar todas as incertezas em termos similares;*
4. *Verificar se as incertezas de entrada são independentes entre si. Aplicar correlação se for o caso;*
5. *Calcular os resultados das medidas;*
6. *Encontrar e expressar a incerteza padrão combinada;*
7. *Estabelecer os resultados das medidas e suas incertezas, descrevendo os métodos.*

Combinação de Incertezas

Soma e subtração

$$s(\overline{g}) = \sqrt{s(\overline{g}_1)^2 + s(\overline{g}_2)^2 + \ldots + s(\overline{g}_n)^2}$$

Multiplicação e divisão – Trabalhar com valores relativos

$$\frac{s(\overline{G})}{\overline{G}} = \sqrt{\left(\frac{s(\overline{g}_1)}{\overline{g}_1}\right)^2 + \left(\frac{s(\overline{g}_2)}{\overline{g}_2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{s(\overline{g}_3)}{\overline{g}_n}\right)^2}$$

Outras operações

$$s_c(\overline{G}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial \overline{G}}{\partial \overline{g}_i}\right)^2 s^2(\overline{g}_i)}$$

Propagação de erros

Propagação de Erros

Exemplo: Para se calcular o volume de um cilindro foram feitas medidas de sua altura L e de seu diâmetro D. Os resultados foram:

L = (5,00 ± 0,02) cm
D = (2,00 ± 0,01) cm

Sabemos que o volume de um cilindro é dado pela expressão: $V = \dfrac{\pi D^2 L}{4}$

$$V = \frac{\pi\,(2{,}00)^2\,(5{,}00)}{4} = 15{,}70796 \;\cdots\; cm^3$$

$$s(V) = \left|\frac{\partial V}{\partial D}\right| s(D) + \left|\frac{\partial V}{\partial L}\right| s(L) = \left|\frac{\pi D L}{2}\right| s(D) + \left|\frac{\pi D^2}{4}\right| s(L)$$

$$s(V) = \left|\frac{\partial V}{\partial D}\right| s(D) + \left|\frac{\partial V}{\partial L}\right| s(L) = \left|\frac{\pi \times 2{,}00 \times 5{,}00}{2}\right| \times 0{,}01 + \left|\frac{\pi \times 2{,}00^2}{4}\right| \times 0{,}02$$

$$s(V) = 0{,}21991 \;\cdots\; cm^3$$

Arredondando o valor de *s(V)* para um único algarismo significativo vemos que a incerteza no valor de V afeta a primeira casa decimal desse valor. Portanto, arredondando o valor de V para apenas uma casa decimal temos o resultado final: *V = (15,7 ± 0,2) cm³*.