



PEF2603  
Estruturas na Arquitetura III -  
Sistemas Reticulados e Laminares



## Grelhas

(24/04/2017)

Professores

Ruy Marcelo O. Pauletti, Leila Meneghetti Valverde, Luís Bitencourt

1º Semestre 2017

## Grelha

- ✓ Estrutura reticulada plana submetida à carregamentos perpendiculares ao seu plano.
- ✓ São compostas por vigas que se interceptam formando um reticulado plano.

## Aplicações

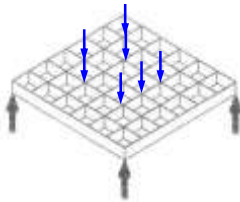
- ✓ Pisos e coberturas



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

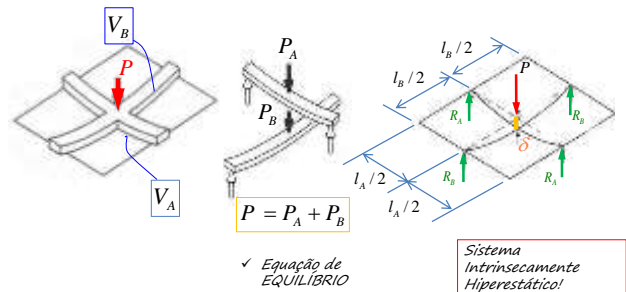
## Comportamento Estrutural

- ✓ Tridimensional, combinando esforços cortantes ( $V$ ), momentos fletores ( $M$ ) e momentos torsores ( $T$ )



## Comportamento Estrutural

- ✓ Modelo simplificado para entender o comportamento das grelhas ("método dos esforços")



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

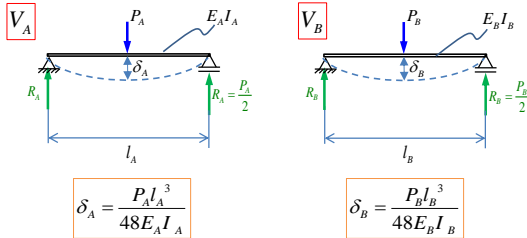


PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares



Comportamento Estrutural

✓ Qual das duas vigas recebe mais carga?



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

Comportamento Estrutural

✓ Qual das duas vigas recebe mais carga?

✓ Equação de COMPATIBILIDADE:  $\delta_A = \delta_B$

$$\frac{P_A l_A^3}{48 E_A I_A} = \frac{P_B l_B^3}{48 E_B I_B}$$

$$\frac{P_A}{P_B} = \left(\frac{l_B}{l_A}\right)^3 \cdot \left(\frac{E_A I_A}{E_B I_B}\right)$$

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

Comportamento Estrutural

✓ Qual das duas vigas recebe mais carga?

✓ 1º CASO PARTICULAR:

- mesmo material:  $E_A = E_B$

- mesma seção transversal:  $I_A = I_B$

$$\frac{P_A}{P_B} = \left(\frac{l_B}{l_A}\right)^3 = \alpha \quad \therefore \quad P_A = \alpha P_B$$

- Inserindo na Equação de Equilíbrio:

$$\alpha P_B + P_B = P \quad \therefore \quad P_B = \frac{P}{\alpha + 1} \quad e \quad P_A = \left(\frac{\alpha}{\alpha + 1}\right) P$$

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

Comportamento Estrutural

✓ Qual das duas vigas recebe mais carga?

✓ 2º CASO PARTICULAR:

- mesmo material:  $E_A = E_B$

- mesma seção transversal:  $I_A = I_B$

- mesmo comprimento:  $l_A = l_B$

$$l_A = l_B \Rightarrow \alpha = 1 \quad \therefore \quad P_A = P_B = \frac{P}{2}$$

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

### Comportamento Estrutural

✓ Qual das duas vigas recebe mais carga?

✓ 3º CASO PARTICULAR:

- mesmo material:  $E_A = E_B$

- mesma seção transversal:  $I_A = I_B$

- comprimento:  $l_B = 2l_A$

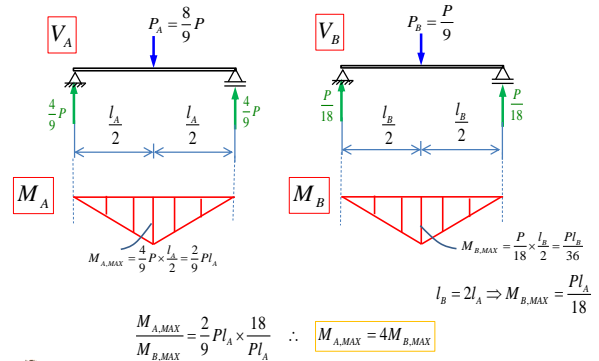
$$l_B = 2l_A \Rightarrow \alpha = \left(\frac{l_B}{l_A}\right)^3 = \left(\frac{2l_A}{l_A}\right)^3 = 8 \quad \therefore \begin{cases} P_A = \frac{8}{9}P \\ P_B = \frac{1}{9}P \end{cases}$$

✓ **CONCLUSÃO:** as vigas curtas são mais rígidas, logo "absorvem" mais carga. Ou seja, são mais solicitadas.

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

### Comportamento Estrutural

✓ Qual das duas vigas recebe mais carga?



PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

### Comportamento Estrutural

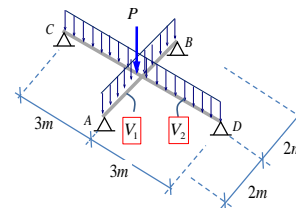
✓ Observações:

- A maior parcela de carga é transferida pela viga de menor vão;
- A viga mais rígida (curta) será mais solicitada em comparação com a viga mais flexível (longa);
- A interligação das vigas introduz um giro na seção transversal (exceto nos eixos de simetria);
- Quando uma das vigas sofre flexão, a viga interligada sofre um efeito de torção (exceto nos eixos de simetria);

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

### Exercício 1

✓ As duas vigas da figura abaixo têm a mesma seção transversal ( $b=20\text{cm}$  e  $h=50\text{cm}$ ) e o mesmo material ( $\gamma_c=25\text{kN/m}^3$ ). Determinar os diagramas de esforços solicitantes quando sobre elas atuar apenas o peso próprio.

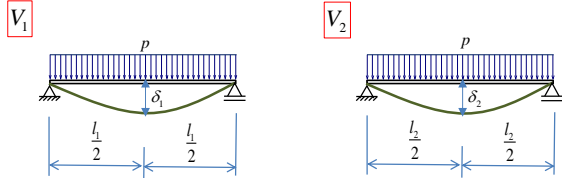


- Peso próprio:  $p = b \cdot h \cdot \gamma_c = 0,2\text{m} \times 0,5\text{m} \times 25\text{kN/m}^3 = 2,5\text{kN/m}$
- Comprimento de V1:  $l_1 = 4\text{m}$
- Comprimento de V2:  $l_2 = 6\text{m}$

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

**Exercício 1 - Resolução**

a) Se as vigas fossem independentes, V1 teria uma deflexão no ponto médio menor que V2 ( $\delta_1 < \delta_2$ ):

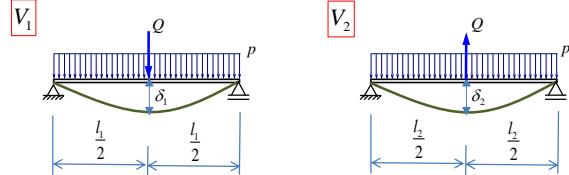


- Como a interligação é rígida, há compatibilidade das deformações:

$$\delta_1 = \delta_2$$

**Exercício 1 - Resolução**

- Desta maneira surge uma força de interação Q entre as vigas, sendo que V2 se apoia sobre V1:



$$\delta_1 = \delta_1^p + \delta_1^Q = \frac{5pl_1^4}{384EI} + \frac{Ql_1^3}{48EI}$$

$$\delta_2 = \delta_2^p - \delta_2^Q = \frac{5pl_2^4}{384EI} - \frac{Ql_2^3}{48EI}$$

**Exercício 1 - Resolução**

- COMPATIBILIDADE:  $\delta_1 = \delta_2$

$$\frac{5pl_1^4}{384EI} + \frac{Ql_1^3}{48EI} = \frac{5pl_2^4}{384EI} - \frac{Ql_2^3}{48EI}$$

$$\frac{Q}{48} (l_1^3 + l_2^3) = \frac{5}{384} p (l_2^4 - l_1^4)$$

$$Q = \frac{5(l_2^4 - l_1^4)}{8(l_1^3 + l_2^3)} p$$

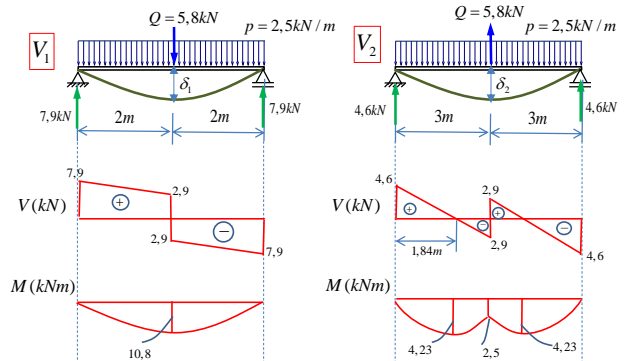
- obs: Note que se  $(EI)_1 \neq (EI)_2$ , haverá outra relação.

- Substituindo os valores:

$$Q = \frac{5(6^4 - 4^4)}{8(4^3 + 6^3)} \times 2,5 = 5,80 \text{ kN}$$

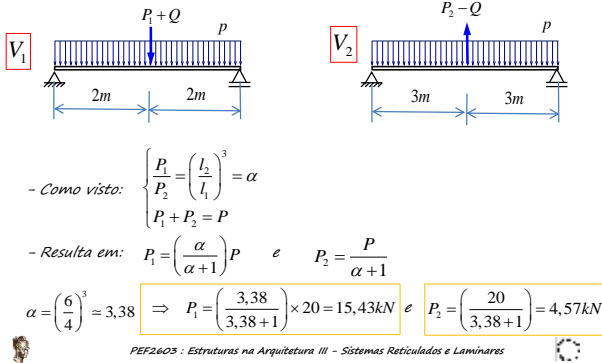
**Exercício 1 - Resolução**

- Diagrama de esforços solicitantes:



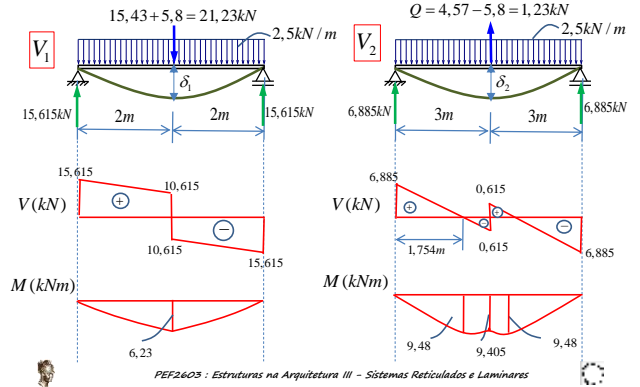
**Exercício 1 - Resolução**

b) Se existir uma carga  $P=20kN$ , ela se distribuirá entre as duas vigas, conforme o que se viu no exemplo anterior



**Exercício 1 - Resolução**

- Diagrama de esforços solicitantes:

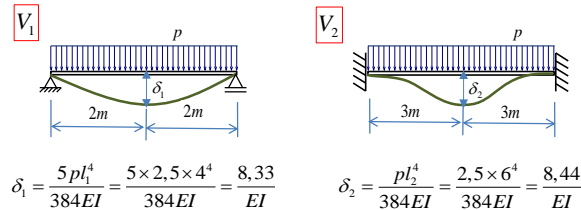


**Exercício 1 - Resolução**

c) Viga V2 é bi-engastada (mais rígida)

- Será que a viga V2 continua a se apoiar na viga V1, ou a situação se inverte?

- Se trabalhassem de forma independente:



$\delta_1 < \delta_2 \Rightarrow$  A viga V2 continua a se apoiar na viga V1, como no caso anterior, mas a força de interação Q é menor.

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

**Exercício 1 - Resolução**

c) - Ao trabalharem em conjunto (compatibilidade):  $\delta_1 = \delta_2$

$\delta_1^p + \delta_1^Q = \delta_2^p - \delta_2^Q$

$\frac{5pl_1^4}{384EI} + \frac{Ql_1^3}{48EI} = \frac{pl_2^4}{384EI} - \frac{Ql_2^3}{192EI}$

$\frac{Q}{192}(4l_1^3 + l_2^3) = \frac{1}{384}p(l_2^4 - 5l_1^4)$

$Q = \frac{P}{384} \times 192 \times \frac{(l_2^4 - 5l_1^4)}{(4l_1^3 + l_2^3)} p$

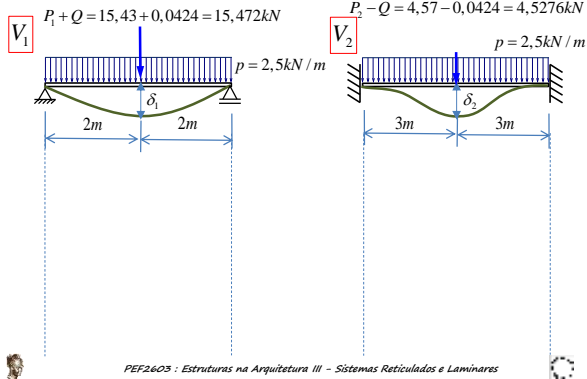
- Substituindo os valores:

$Q = \frac{2,5}{384} \times 192 \times \frac{(6^4 - 5 \times 4^4)}{(4 \times 4^3 + 6^3)} = 0,0424kN$

PEF2603 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares

**Exercício 1 - Resolução**

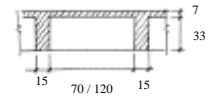
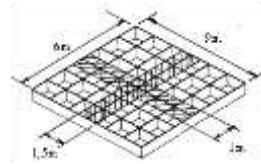
- Diagrama de esforços solicitantes:



P2-Q1 (2007) A grelha esquematizada ao lado, simplesmente apoiada ao longo de seu contorno, suporta uma laje contínua. Tanto a grelha quanto a laje têm peso específico  $25 \text{ kN/m}^3$ .

Desprezando a contribuição da laje para a rigidez do conjunto, a estrutura pode ser estudada, de forma simplificada, considerando um modelo definido por duas vigas ortogonais entre si, solidárias em seu ponto de encontro, cada uma responsável por equilibrar as cargas verticais atuantes nas respectivas zonas de influência, indicadas no esquema ao lado por meio de hachuras.

Faça um esboço deste modelo estrutural simplificado e determine as cargas transversais considerando o peso próprio das vigas e da laje, bem como uma carga acidental de  $2 \text{ kN/m}^2$ , uniformemente distribuída sobre a laje. Calcule os diagramas de momento fletor nas duas vigas deste modelo simplificado.



PEF2605 : Estruturas na Arquitetura III - Sistemas Reticulados e Laminares