Filtro RC

Passa baixa

Em muitos circuitos, ou sistemas eletrônicos, são usados componentes que possuem quatro terminais para ligações elétricas, duas de entrada e duas de saída e esses elementos são chamados de quadripolos elétricos.

Para o estudo proposto de alguns quadripolos passivos, são necessárias certas definições. Além disso, para tornar a caracterização desse elemento, submetido a tensões alternadas, mais simples é preciso usar a notação complexa.

A **figura 1.18** abaixo representa um quadripolo qualquer. Os parâmetros importantes são as tensões e as correntes complexas de entrada e saída e as impedâncias complexas de entrada e saída.

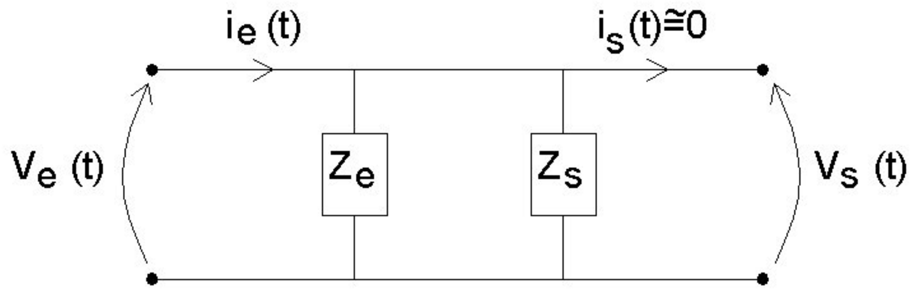

Figura 1.18: Modelo simples para um quadripolo elétrico

A impedância complexa de entrada é definida como a razão entre a tensão complexa de entrada e a corrente complexa de entrada:

$$\hat{Z}_e = \frac{\hat{V}_e(t)}{\hat{i}_e(t)} \qquad \textbf{(1.75)}$$

Para todos os efeitos, do ponto de vista de saída, o quadripolo mais simples pode ser representado como uma impedância complexa (de saída) $\mathbf{Z_s}$, definida como:

$$\hat{Z}_s = \frac{\hat{V}_s(t)}{\hat{i}_s(t)} \tag{1.76}$$

Outra relação importante e que descreve essencialmente o comportamento de um quadripolo é a relação entre a t**ensão complexa de entrada** e a **tensão complexa de saída**, que é chamada de **ganho complexo do quadripolo**:

$$\hat{G} = \frac{\hat{V}_s}{\hat{V}_e} \tag{1.77}$$

Considerando que as tensões complexas de entrada e saída podem ser escritas como:

$$\hat{V}_e(t) = V_{pe} e^{j\omega t} \quad \text{e} \quad \hat{V}_s(t) = V_{ps} e^{j(\omega t + \phi)} \tag{1.78}$$

podemos, então, escrever o ganho complexo desse quadripolo nesses termos:

$$\hat{G} = G_0 e^{j\phi} \quad \text{onde} \quad G_0 = \frac{V_{ps}}{V_{pe}} \tag{1.79}$$

lembrando que: $\mathbf{V_{ps}}$ e $\mathbf{V_{pe}}$ são as tensões de pico, ou máximas, de saída e de entrada, respectivamente. Portanto, $\mathbf{G_0}$, que é o módulo do ganho complexo, é o ganho real do quadripolo ou simplesmente ganho do quadripolo. ϕ é a defasagem entre a tensão de saída e a tensão de entrada.

Tendo em mente essas definições vamos analisar o circuito **RC** da **figura 1.19**, a seguir:

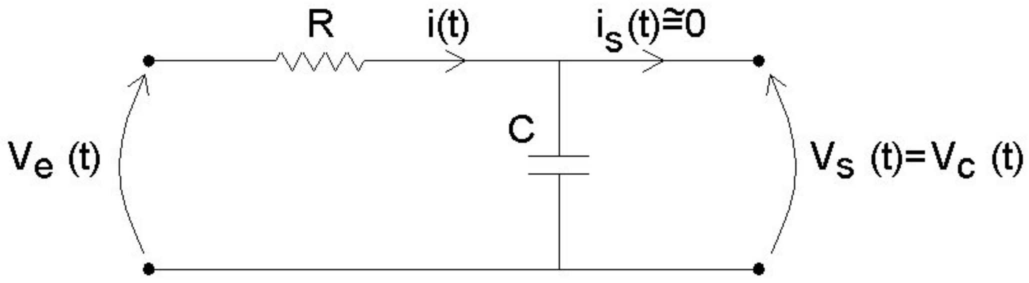

Figura 1.19: **Modelo de um quadripolo RC**

Para facilitar a análise, sem que haja alterações nas características de operação do circuito de interesse, vamos supor que a impedância, $\mathbf{Z_{ext}}$, do circuito externo que vai ser ligado à saída desse quadripolo **RC** seja muito maior que a impedância de saída do próprio quadripolo, $\mathbf{Z_s}$, ou seja:

$$Z_s << Z_{ext} \qquad \textbf{(1.80)}$$

Neste caso, a corrente de saída pode ser considerada desprezível, se comparada à corrente de entrada. Assim, a corrente que passa pelo capacitor é praticamente igual à corrente que passa pelo resistor.

A tensão de saída complexa desse circuito **RC** é a tensão sobre o capacitor, $\mathbf{V_C}$, portanto:

$$\hat{V}_C = \frac{1}{j\omega C} i_P e^{j(\omega t + \phi)} \qquad \textbf{(1.81)}$$

e, também, por definição a impedância complexa do capacitor é igual à razão entre a tensão complexa a que ele está submetido e a corrente complexa que o atravessa, ou:

$$\hat{V}_C(t) = \hat{Z}_C \hat{i}(t) \qquad \textbf{(1.82)}$$

Por outro lado, a tensão complexa de entrada do quadripolo **RC** é o produto da sua impedância complexa de entrada pela corrente complexa de entrada, **i(t)**:

$$\hat{V}_e(t) = \hat{Z}_e \hat{i}(t) \qquad \textbf{(1.83)}$$

a impedância complexa de entrada, **Z_e**, é a soma das impedâncias complexas do resistor (que só possui parte real) e do capacitor, ou:

$$\hat{Z}_e = R + \frac{1}{j\omega C} \qquad \textbf{(1.84)}$$

O ganho complexo desse circuito, **G**, definido como a razão das tensões complexas de saída e entrada, pode ser escrito como:

$$\hat{G} = \frac{\hat{V}_C}{\hat{V}_e} = \frac{\hat{Z}_C i(t)}{\hat{Z}_e i(t)} \qquad \textbf{(1.85)}$$

Z_e é dada pela **fórmula 1.84** e **Z_C** é a impedância complexa do capacitor:

$$\hat{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} \qquad \textbf{(1.86)}$$

substituindo na **equação 1.77** vamos obter para o ganho:

$$\hat{G} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{j\omega RC} \qquad \textbf{(1.87)}$$

(1/RC) tem dimensão de frequência angular e será definido como ω_C.

O ganho complexo fica, em termos dessas grandezas:

$$\hat{G} = \frac{1}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_C}\right)} \quad \textbf{(1.88)}$$

O **ganho real** é o módulo do ganho complexo acima:

$$G_0 = \sqrt{\hat{G}\hat{G}^*} = \sqrt{\frac{1}{\left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\right)}} = \sqrt{\frac{1}{\left(1 + \left(\omega RC\right)^2\right)}} \quad \textbf{(1.89)}$$

e a defasagem entre a tensão de saída e a tensão de entrada ϕ é

$$tg\phi = \frac{imag\left(\hat{G}\right)}{real\left(\hat{G}\right)} = -\omega RC \quad \textbf{(1.90)}$$

Portanto, o **ganho real** do quadripolo **RC**, em estudo, **depende da frequência da tensão alternada** a que ele está submetido. No caso em que essa frequência é baixa de tal maneira que $\omega \ll \omega_C$, o termo (ω^2/ω_C^2), na **equação 1.89** fica muito pequeno se comparado à unidade e, como consequência, o ganho é praticamente igual a **um**. O que quer dizer que a tensão de saída é praticamente igual à tensão de entrada. Se a frequência for alta, ou seja, $\omega \gg \omega_C$, o termo (ω^2/ω_C^2) é tão grande, que o algarismo **1**, no denominador da **fórmula 1.89,** pode ser desprezado e o ganho é praticamente igual à ω_C/ω. Esse número, porém, é muito pequeno o que significa que para frequências altas a tensão de saída é muito menor que a tensão de entrada.

A conclusão dessa análise é que esse circuito **atenua muito a tensão de saída**, para **frequências altas** e permite uma tensão de saída praticamente igual à tensão de entrada para frequências baixas. Esse é o funcionamento básico de um filtro de frequências, em particular de um **filtro passa-baixas**. Neste contexto é importante notar que as frequências são consideradas altas ou baixas em relação ao valor de ω_C. Se a frequência da tensão de entrada for igual a esse valor, $\omega = \omega_C$, o ganho fica igual a **1/√2**. Ou seja, a tensão de saída é igual à tensão de entrada dividida por **√2** e essa frequência, como é igual ao inverso do produto **RC,** é característica do filtro e o identifica. Convencionou-se, então, chamar ω_C de **frequência de corte**.

Pode-se também usar a definição do ganho em decibéis, que é a definição mais utilizada em engenharia:

$$G(dB) = 20\log\left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\right) \qquad \textbf{(1.91)}$$

quando $\omega = \omega_C$, **G(dB) = - 3,010...** e, por isso, a frequência $\mathbf{f_0 = \omega_C/2\pi}$ também é chamada de "**frequência -3dB**".

Chama-se de curva de resposta do filtro ao gráfico do ganho em função da frequência angular. É conveniente usar escalas logarítmicas. Ela pode ser obtida facilmente com um gerador de áudio frequência e um osciloscópio.