



Aula 2

ESTATÍSTICA E TEORIA DAS PROBABILIDADES Conceitos Básicos



FENÔMENO

Toda modificação que se processa nos corpos pela ação de agentes físicos ou químicos.
2. Tudo o que pode ser percebido pelos sentidos ou pela consciência.

EXPERIMENTO

Em linguagem científica mais restrita, um experimento consiste em ensaios para a verificação de fatos.

HIPÓTESE

Explicação científica de um fato não explicado. Não confundir com “premissa”.

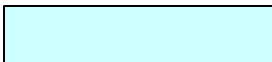
TEORIA

Princípios básicos e elementares de uma arte ou ciência

LEI

Relação constante e necessária entre fenômenos ou entre causas e efeitos

FENÔMENOS DETERMINÍSTICOS X FENÔMENOS PROBABILÍSTICOS



Uma definição de estatística mais voltada para os que lidam mais diretamente com observação de dados diz que:

“Estatística é a Ciência que estuda as técnicas para coletar, organizar, apresentar, analisar e interpretar os dados, com o objetivo de extrair informações a respeito de populações“. Em linguagem popular, bem humorada, define-se Estatística como a Ciência que estuda métodos de torturar os dados até que eles nos dê o máximo de informações. A Estatística pode ser dividida em dois ramos: a Estatística descritiva e a estatística dedutiva.

ESTATÍSTICA DESCRITIVA

É a parte da estatística que trata com a organização e a apresentação de dados.

ESTATÍSTICA INDUTIVA

Trabalha com a análise e a interpretação de dados

Modernamente o conhecimento das incertezas vem ganhando cada vez mais espaço entre os cientistas e técnicos. Nesse contexto, a própria definição de Estatística toma uma nova feição e adquire uma forte ligação com a teoria das probabilidades.

ESTATÍSTICA: A estatística é a ciência que lida com tirar conclusões ou inferências a partir de “experimentos” que envolvem incertezas

3. TEORIA DA PROBABILIDADE

Para que essas inferências tenham acuracidade – ou conhecimento do erro inerente a inferência – o conhecimento da teoria das probabilidades é essencial.

A Teoria das Probabilidades é o ramo da matemática desenvolvido para tratar com incertezas. Até o século XVII as ferramentas matemáticas disponíveis eram pobres para lidar com eventos que envolvem incertezas. O desenvolvimento da teoria das probabilidades se deu inicialmente para tratar com jogos de azar. Em um segundo momento, a Teoria teve como objetivo descrever e avaliar índices de mortalidade e passou a ser ferramenta importante em pesquisas na área médica. Hoje, a Teoria das

Probabilidades é reconhecida como um dos ramos mais interessantes e promissores da Matemática.

3.1. CONCEITOS BÁSICOS

Um dos pontos principais na construção de uma teoria é a formulação de conceitos básicos. Analisemos agora a questão de conceitos básicos:

Questão 01 – O que é **Probabilidade** ?

Resposta: É a probabilidade de ocorrer um evento.

Questão 02 – O que é **chance** ?

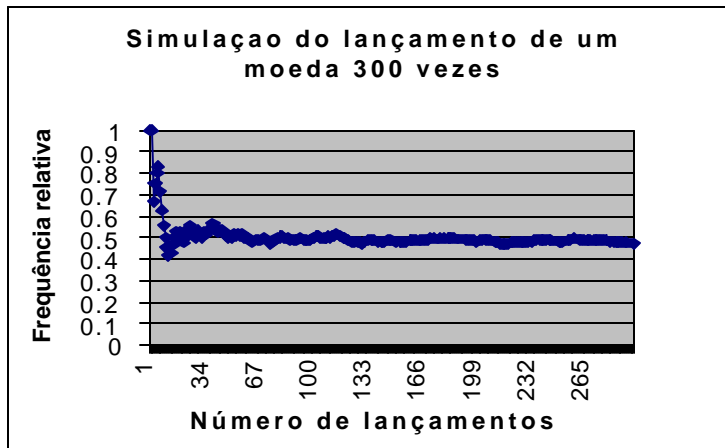
Resposta: É a probabilidade de ocorrer um evento.

Certamente essas definições estão ligadas por um círculo vicioso: cada uma é utilizada para definir a outra. Em linguagem comum isso significa que o conceito de probabilidade tem muito de intuição e sentimento. Este é um tipo de conceito elementar a partir do qual se constroem os conceitos derivados ou complexos.

Todavia, a Matemática trabalha com números e necessita de quantificações. Dessa forma, a formulação de métodos numéricos para atribuição de valores às probabilidades foram criados em função do conceito de frequência relativa.

CONCEITO NUMÉRICO DE PROBABILIDADE

Seja por exemplo o lançamento de moeda honesta. Se perguntarmos a qualquer pessoa, de bom senso, qual a probabilidade de acontecer uma cara, a resposta esperada seria que a probabilidade de cara em um lançamento de uma moeda é de 50%. As pessoas têm essa percepção em função do raciocínio lógico ou do sentimento empírico adquirido ao longo da vida.



Exemplo 01: Considere as séries de observações de secas no estado do Ceará. Que números você usaria para descrevê-las?

Exemplo 02: Analise a seguinte informação: Vai ser seca no próximo ano? Faça uma análise crítica da mesma com base nos conceitos vistos anteriormente.

ESPAÇOS AMOSTRAIS E EVENTOS

Um experimento pode ser pensado com um processo que pode produzir mais de um resultados. O principal objetivo da teoria das probabilidades é prover a estrutura matemática para o entendimento das chances de ocorrência de vários eventos resultantes de experimentos. O conjunto formado por todos os resultados de um experimento é denominado de **espaço amostral** e denota-se por S .

ESPAÇO AMOSTRAL

O espaço amostral de um experimento é definido como o conjunto de todos os possíveis resultados experimentais e é denotado por S . Alguns exemplos a seguir mostram alguns experimentos em Hidrologia e seus respectivos espaços amostrais.

EXEMPLO 1: O experimento consiste em contar o número de dias com chuvas no mês de abril de um dado ano em Fortaleza.

A variável de interesse: o número de dias com chuvas em Fortaleza

O espaço amostral desse experimento é:

$$S = \{ 0,1,2,3,4,5,6,6, \dots, 29,30,31 \}$$

EXEMPLO 2: O experimento consiste em observar a vazão máxima escoada no rio Jaguaribe, no boqueirão do Cunha, em um determinado ano. Represente em notação matemática o espaço amostral da experiência.

Variável de interesse: vazão máxima anual, em m³/s, escoada no rio Jaguaribe no Boqueirão do Cunha em uma dado ano.

$$S = \{ x \mid 0 < x < \text{infinito} \}$$

Certamente, existe um limite superior para x . Porém a determinação exata desse valor não é tarefa fácil de ser tratada, dessa forma, utilizar o infinito como limite superior resulta em simplificação matemática e ademais não machuca.

EVENTOS

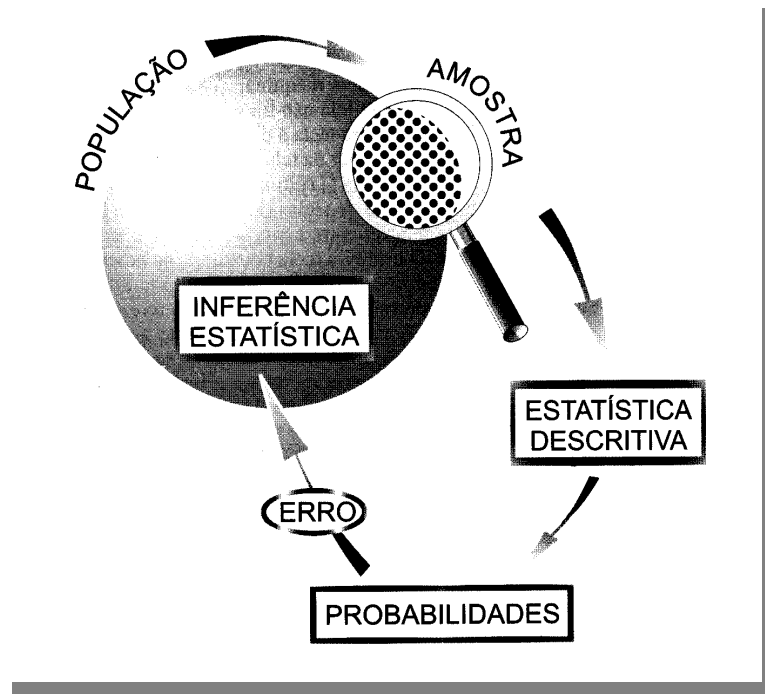
Muitas vezes na vida prática, o engenheiro está mais interessado em um dado conjunto de elementos do que nos elementos isolados que formam o espaço amostral. Esses conjuntos de elementos de interesse, denominados eventos, são sub-conjuntos do espaço amostral.

POPULAÇÃO x AMOSTRA

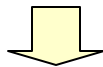
POPULAÇÃO → Consiste na totalidade de observações do objeto de interesse x

AMOSTRA → É um subconjunto extraído da população .

EXEMPLOS EM HIDROLOGIA {seqüências de vazões no rio Jaguaribe em Castanhão}

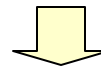


PARÂMETRO



População (imutável)

ESTATÍSTICA



Amostra (variável aleatória)

TÉCNICAS DE AMOSTRAGEM

- Aleatória
- Estratificada
- Conglomerado
- Conveniência (**Hidrologia** – usa o que está disponível)

Atenção:

- Anos com falhas – erro em desconsiderá-los
 - precipitação – o observador migra
 - vazão – não há acesso para o observador



observar os anos de falhas – análise da região

ERRO AMOSTRAL

Diferença entre o resultado da amostra e o verdadeiro valor da população

ERRO NÃO-AMOSTRAL

Quando os dados são coletados, registrados ou anotados de forma incorreta.

ESTIMATIVA DO PARÂMETRO POPULACIONAL

Estimando (q)

É o parâmetro a ser estimado. É uma característica numérica da população.

Estimador (T)

É a fórmula que descreve o modo de calcular a estimativa de determinado parâmetro.

Estimativa (T_i)

É o valor assumido por um estimador T .

ESTIMATIVA PONTUAL X ESTIMATIVA POR INTERVALO

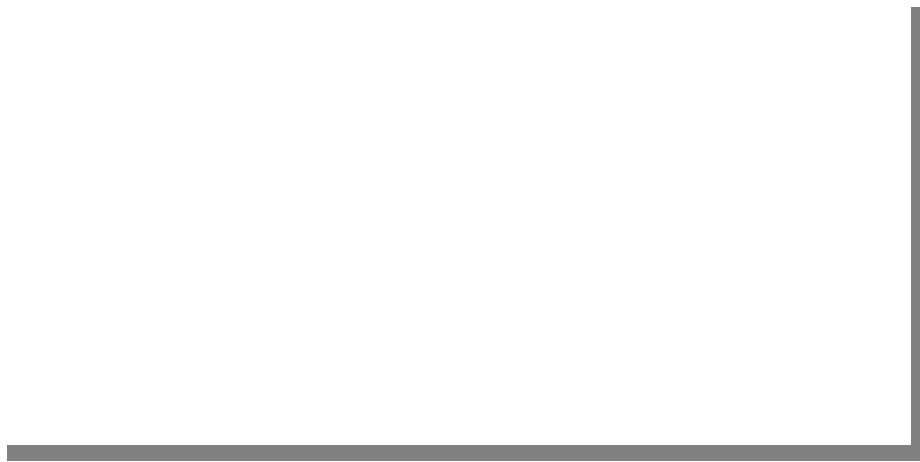
Estimação por ponto

Quando a partir da amostra procuramos obter um único valor de certo parâmetro populacional.

Exemplo: é uma estatística que produz uma estimativa por ponto do parâmetro populacional μ .

Estimação por intervalo

Quando a partir da amostra procuramos construir um intervalo com uma certa probabilidade de conter o verdadeiro parâmetro populacional θ . (Intervalo de confiança)



PROPRIEDADES DOS ESTIMADORES

A estimativa do parâmetro populacional desejado é na sua essência, extremamente simples. Porém a *qualidade* dos resultados depende, fundamentalmente, da escolha conveniente do estimador. Assim sendo, dentre os vários estimadores que podem ser imaginados deve-se escolher aquele que melhor satisfaça às principais propriedades de um bom estimador, quais sejam: *Justeza, Eficiência e Consistência*.

Justeza

O estimador T é dito justo quando a sua média (ou valor esperado) for igual ao parâmetro θ que se pretende estimar, ou seja:

$$E[T] = \theta$$

Consistência

Um estimador T é dito consistente se aproximar-se do verdadeiro parâmetro θ , na medida em que a amostra cresce. Se o estimador for justo, a condição de consistência equivale a dizer que sua variância tende a zero quando o tamanho da amostra tende ao infinito.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma^2(T) = 0$$

Eficiência

Um estimador T é dito como o estimador mais eficiente do parâmetro θ se ele for justo e sua variância, para o mesmo tamanho da amostra, for menor que a de qualquer outro estimador justo. A eficiência avalia o quão próximo as estimativas individuais de T estão do parâmetro θ .

TAREFA INDIVIDUAL (cada aluno recebe uma amostra de $n=10$ e $n=30$):

Dadas as doze amostras de precipitação geradas de uma população gama de extensão de dez, trinta e cem anos, estimar o parâmetro populacional μ através dos estimadores média, mediana e moda.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	462,9	1121,5	588,3	901,6	1098,6	805,4	708,2	657,0	510,5	961,5	476,3	714,6
2	674,4	513,7	667,3	814,6	754,3	629,3	771,3	797,6	868,7	519,5	731,2	581,8
3	814,5	755,3	507,6	333,5	451,6	696,2	975,6	1286,1	822,0	819,4	810,9	660,8
4	937,0	756,6	571,2	881,3	1049,0	537,7	819,1	305,9	669,4	746,3	711,8	571,4
5	730,9	906,4	590,9	723,7	650,6	658,4	644,6	774,1	781,6	610,2	996,9	651,2
6	631,1	825,5	715,3	474,6	681,6	908,5	1280,8	548,7	551,3	1144,0	873,9	933,4
7	464,9	782,5	751,8	864,5	1334,8	1019,6	418,7	766,3	743,5	719,3	524,9	375,6
8	1511,9	902,6	656,2	825,2	639,4	606,8	462,0	754,2	485,6	1140,0	941,3	871,8
9	878,8	566,6	708,3	845,7	431,6	836,7	886,1	906,3	539,5	453,6	817,4	756,2
10	340,3	596,7	1191,2	1068,2	776,9	983,5	652,4	914,9	799,4	732,4	688,6	681,5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	862,4	874,1	803,4	1049,5	771,4	1105,9	760,4	560,7	841,9	627,3	604,7	589,4
2	490,0	1031,9	750,0	993,2	534,9	754,0	543,0	749,2	270,5	1026,8	662,7	738,9
3	969,2	774,2	764,6	594,8	588,7	981,3	686,8	546,8	487,1	536,5	1174,1	889,8
4	362,9	1080,0	1022,4	932,5	554,6	432,9	1805,2	414,2	1163,9	830,2	778,5	1120,9
5	696,7	388,7	1107,7	826,2	714,2	627,4	655,5	519,1	1060,8	567,2	863,6	588,4
6	627,2	664,9	665,4	997,8	953,2	726,7	745,5	768,7	1031,6	632,9	485,0	641,3
7	1005,7	945,1	818,9	634,6	790,6	608,7	774,5	585,5	825,4	721,4	682,4	587,4
8	580,2	674,1	654,6	500,8	578,1	1033,4	542,5	750,1	804,0	835,1	713,1	622,5
9	556,3	907,1	666,8	725,5	684,1	699,9	686,1	663,1	671,0	389,6	664,2	709,2
10	680,5	831,9	599,3	1038,3	1033,1	661,0	623,9	608,9	870,7	1217,6	766,4	633,2
11	990,8	632,6	1409,1	981,2	761,7	475,7	533,5	1076,8	923,2	666,6	439,8	290,1
12	642,6	911,9	849,0	631,7	1049,8	599,8	530,2	1065,6	648,2	613,4	547,7	717,5
13	913,4	1060,8	1157,0	637,9	730,6	808,9	636,3	789,1	639,3	710,7	811,3	463,1
14	808,0	958,6	978,2	945,2	1069,8	609,7	712,0	913,9	853,4	957,0	878,0	742,1
15	734,4	873,9	696,5	756,0	657,2	1026,6	793,1	866,3	1119,4	416,9	907,5	687,9
16	823,8	528,9	699,4	541,2	895,4	549,8	533,3	551,7	469,5	1194,7	1113,9	598,5
17	1300,8	1317,5	1555,2	449,8	625,9	605,9	630,6	1089,8	1237,4	818,9	712,7	651,2
18	781,8	438,3	578,8	1389,9	1012,0	939,3	968,1	545,1	1344,5	594,4	1208,9	717,7
19	937,7	1190,5	708,9	889,2	660,3	1188,3	707,8	581,6	936,9	939,3	591,9	695,8
20	468,6	1007,7	372,6	1065,6	610,3	451,0	1353,6	778,5	910,5	765,7	1139,4	529,1
21	626,4	589,9	594,5	497,9	653,9	482,1	614,4	775,8	674,7	611,9	542,4	735,9
22	543,5	860,2	766,0	321,2	939,7	614,9	863,2	689,1	371,4	1018,9	651,2	805,7
23	502,9	801,0	394,8	636,1	648,0	740,2	617,4	848,5	659,1	734,7	510,0	822,1
24	458,5	834,0	725,0	578,9	833,3	436,9	895,2	932,2	604,2	660,2	1168,2	954,8
25	581,4	597,3	705,5	453,1	492,7	862,2	486,7	945,2	745,4	630,8	505,1	343,2
26	342,4	503,9	653,7	719,8	1305,7	1029,2	676,2	503,4	1126,2	924,9	999,1	486,3
27	634,1	736,2	808,6	790,9	1045,8	552,4	606,2	415,0	687,3	1008,6	446,4	688,3
28	516,6	402,7	1017,8	766,8	1069,3	719,6	715,9	889,7	745,6	482,4	692,3	1370,8
29	648,7	1202,0	634,3	601,0	908,6	1322,6	493,2	493,1	841,0	680,9	527,8	717,4
30	465,1	341,5	648,7	650,3	859,6	704,9	1040,6	891,4	678,0	1062,8	458,6	1018,4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	648,9	864,7	1214,1	828,3	976,8	558,5	1194,4	794,8	703,0	566,6	828,9	797,7
2	821,2	478,9	403,6	1020,3	867,6	605,1	635,3	576,2	700,9	750,8	613,4	774,9
3	834,7	967,5	991,7	1073,1	1287,7	798,6	900,2	546,6	1109,0	624,5	585,9	1102,7
4	601,6	777,2	633,0	748,9	663,7	696,8	743,8	840,7	425,9	768,0	703,9	971,7
5	1146,7	917,4	1043,2	573,7	847,9	245,7	541,8	531,8	512,2	715,8	981,4	597,5
6	658,0	705,1	999,1	896,9	645,1	888,2	700,2	602,5	1171,8	696,3	892,3	790,1
7	530,9	939,8	586,0	900,7	840,6	604,1	450,9	709,7	962,4	609,1	533,0	821,4
8	690,3	609,8	824,4	646,8	613,4	719,0	1206,6	652,6	609,4	753,8	781,6	639,6
9	915,4	576,0	942,4	345,0	723,1	526,9	530,6	937,9	438,1	872,9	748,1	460,3
10	600,6	601,6	693,3	812,2	697,5	534,1	597,4	754,0	304,2	725,8	1180,9	429,8
11	736,4	559,8	680,7	596,5	829,5	668,8	492,3	797,0	853,8	915,3	526,0	569,0
12	725,3	736,6	545,3	429,4	776,9	663,2	992,3	1047,2	1087,4	912,2	1045,1	702,5
13	1013,6	374,9	582,7	504,6	1213,2	809,1	801,4	434,5	745,8	757,1	848,4	539,3
14	890,7	463,5	995,4	563,9	784,6	583,9	582,5	737,2	568,2	1069,6	712,3	804,4
15	922,5	629,4	698,5	399,1	825,7	1141,1	894,6	404,4	783,5	976,4	686,8	944,0
16	1126,3	821,9	861,7	613,0	734,8	422,2	796,0	915,3	625,1	411,8	428,2	1422,8
17	358,8	799,7	813,1	642,0	642,9	700,8	560,1	1032,5	920,2	554,0	919,6	647,1
18	840,9	645,5	512,3	739,3	1234,6	945,5	869,6	279,8	517,7	878,9	1251,4	1151,0
19	997,7	501,7	571,6	875,2	553,1	639,8	658,9	809,5	804,4	879,6	934,1	413,7
20	713,4	373,0	409,9	1122,7	964,8	871,7	779,2	777,3	787,4	941,9	705,4	705,6
21	556,7	1204,8	798,4	393,9	1062,3	867,9	659,3	499,0	613,2	841,8	553,9	875,1
22	798,6	793,4	889,4	1115,6	734,9	586,1	687,5	1009,5	484,9	818,6	933,6	816,0
23	1507,2	896,4	790,8	354,8	688,2	728,2	927,4	650,3	830,2	912,9	915,4	670,8
24	575,0	861,3	352,6	621,1	1266,5	407,7	747,6	455,8	769,2	758,0	760,2	435,0

25	772,3	528,0	631,2	419,9	425,4	470,1	793,0	829,5	588,7	544,1	690,1	1000,6
26	373,0	652,7	758,5	390,6	653,5	807,4	779,8	838,4	919,3	658,9	628,7	696,8
27	495,7	547,7	533,5	996,1	554,6	863,2	557,0	593,8	1174,1	1061,9	579,7	567,2
28	1050,2	955,7	663,9	346,1	528,2	491,4	1113,3	817,1	565,0	758,9	738,0	1200,7
29	716,0	1134,3	571,0	1150,7	1191,4	778,3	795,8	762,8	525,1	1056,9	1595,3	702,5
30	671,2	1014,4	857,3	885,1	499,7	704,7	771,8	600,5	886,1	928,4	679,4	603,7
31	757,3	800,7	912,6	784,7	1078,4	639,6	770,6	653,1	807,2	540,1	741,4	544,1
32	554,3	423,1	621,4	517,8	804,7	1450,5	1104,3	1037,1	726,2	1094,8	578,3	902,7
33	577,6	847,8	854,3	531,5	741,2	643,4	633,1	1359,2	863,5	948,8	1124,1	1224,0
34	930,8	799,6	594,8	858,4	742,2	1169,0	671,9	817,7	732,0	888,0	755,7	847,3
35	552,0	368,8	583,4	951,2	429,5	995,1	1294,7	399,3	827,4	720,0	838,0	544,4
36	506,5	941,6	704,6	631,3	1036,6	470,6	1695,9	790,5	775,1	713,2	834,4	985,5
37	484,5	555,5	449,9	573,9	1010,8	727,7	512,6	705,4	576,2	824,6	899,1	982,2
38	1251,5	659,0	785,6	1258,6	666,5	1234,8	1002,4	624,1	857,0	397,9	552,5	1029,4
39	1071,9	306,4	551,5	602,9	478,3	714,7	774,2	882,0	626,2	535,1	651,3	1281,7
40	390,9	506,7	414,1	1043,3	516,9	786,3	602,2	611,4	980,0	631,5	761,9	540,3
41	555,1	848,6	983,2	666,9	805,5	975,9	482,6	854,8	869,7	784,5	522,2	641,9
42	559,4	806,6	1196,7	991,2	591,8	758,6	576,9	524,1	871,9	666,4	694,4	661,1
43	815,6	577,4	827,7	535,3	557,7	1119,7	479,0	755,1	897,4	1164,7	584,6	531,9
44	979,3	805,3	843,0	1170,9	754,5	800,9	730,8	603,7	829,3	669,5	774,5	482,2
45	838,5	1048,0	607,5	617,8	716,5	782,1	502,3	957,3	445,0	440,4	502,1	1055,9
46	1106,0	1072,2	1011,5	429,1	905,4	859,3	847,8	893,2	898,8	687,2	859,5	495,9
47	483,2	749,5	563,8	844,2	525,2	488,5	537,2	401,0	1202,0	619,6	734,4	1149,8
48	846,9	850,3	854,9	694,9	572,3	546,3	730,7	1036,0	771,3	598,6	909,9	676,7
49	881,0	798,1	722,1	975,6	929,7	621,1	653,7	1168,4	821,2	344,6	774,8	1076,3
50	786,3	832,4	775,9	803,8	665,7	1022,9	775,1	473,3	386,4	895,8	631,8	610,8
51	952,4	396,0	431,2	1021,6	1051,5	803,6	828,8	635,6	562,0	1254,8	605,3	737,7
52	708,8	617,4	795,8	768,9	629,5	605,9	819,0	548,4	1211,4	577,4	575,5	640,3
53	824,9	629,6	367,8	1146,6	629,1	693,9	583,9	1052,2	766,8	1092,8	652,4	589,5
54	755,6	807,4	648,1	476,6	743,1	811,4	1170,3	1127,8	365,2	778,3	707,4	969,3
55	892,9	1062,3	976,1	738,9	532,4	513,2	901,7	790,0	596,3	506,2	696,7	698,0
56	765,8	794,5	844,1	901,5	701,9	462,8	794,3	628,6	1083,6	719,3	520,8	507,7
57	860,5	853,2	852,5	1153,1	694,6	444,3	799,6	536,9	977,2	760,1	458,9	587,5
58	501,7	926,2	886,9	1006,1	953,2	1103,4	365,6	641,2	1060,1	480,1	944,8	867,4
59	1653,5	722,5	753,5	581,4	778,5	1145,5	626,1	884,5	236,1	445,6	701,8	539,7
60	373,8	752,0	398,0	840,8	989,5	1077,6	836,9	992,8	765,8	598,4	594,3	789,1
61	729,4	830,6	1410,3	409,4	625,3	1022,2	583,5	650,5	506,4	763,9	705,7	1197,9
62	712,6	703,6	538,7	992,5	1241,5	411,8	781,9	457,4	861,0	622,8	1219,6	960,8
63	947,3	1205,4	351,7	966,5	585,2	651,3	911,6	993,0	483,5	1162,4	843,7	998,5
64	850,4	512,7	521,8	1030,6	608,0	569,5	797,6	744,9	956,4	515,1	941,8	493,4
65	564,3	882,8	484,2	1200,0	754,3	949,5	621,5	787,0	300,4	982,0	1111,1	1023,7
66	820,4	985,1	569,8	354,6	594,6	949,4	494,4	954,9	793,2	873,0	869,9	724,0
67	1022,9	724,8	1155,7	1706,2	792,9	915,4	508,1	624,3	543,4	700,5	678,5	742,6
68	788,9	1010,5	494,5	900,9	559,5	917,6	510,0	707,7	886,1	734,1	563,7	719,4
69	820,7	487,4	537,0	1075,9	462,8	786,2	603,8	666,8	823,4	702,6	581,5	1370,0
70	892,3	1185,3	577,3	943,8	625,6	601,1	827,7	571,8	1079,2	849,3	778,5	1070,3
71	605,6	526,0	1095,6	748,3	554,9	623,4	1006,7	763,4	653,6	765,8	861,6	1218,2
72	745,2	677,0	829,4	773,4	544,1	718,6	756,3	793,7	544,5	757,4	1017,4	673,1
73	518,7	765,8	850,9	491,4	1098,9	642,7	484,2	663,4	855,1	782,0	1131,8	1160,0
74	704,6	717,5	1159,7	880,4	669,6	679,1	821,4	1130,0	609,5	817,3	336,8	795,8
75	1067,0	684,8	520,4	730,2	563,8	779,8	750,5	516,0	555,9	667,2	694,8	646,9
76	371,2	722,3	683,9	454,6	893,7	954,8	990,3	599,5	628,4	779,8	752,8	704,0
77	537,8	720,6	668,6	707,4	763,9	293,3	452,9	592,8	772,8	359,8	636,3	1424,1
78	436,1	629,8	1107,1	1000,6	1134,1	1257,8	966,8	691,3	546,2	894,7	727,5	965,6
79	516,4	1368,9	649,8	1235,5	991,9	825,3	709,9	469,8	1360,0	1101,2	1049,1	733,0
80	615,8	664,2	787,9	751,7	623,1	633,8	854,8	685,6	600,2	642,0	454,7	204,7
81	815,6	911,9	1016,7	897,2	677,2	693,6	769,6	610,1	474,9	493,6	808,2	565,1
82	934,3	713,8	485,3	733,1	820,0	714,9	640,4	802,6	712,4	766,1	858,1	472,5
83	624,9	480,7	1107,9	781,6	665,4	1133,2	927,1	550,2	559,2	596,8	790,3	505,6
84	478,5	1148,2	865,5	849,5	1111,2	422,8	1174,8	516,6	1017,9	752,3	769,4	755,0

85	618,2	915,4	631,7	861,3	1081,1	1044,6	624,4	402,2	545,4	372,8	654,5	715,0
86	476,8	584,2	668,5	601,5	868,9	780,5	554,3	498,1	1197,6	943,0	509,3	1372,9
87	703,3	642,7	714,7	579,4	918,9	636,1	466,8	591,1	680,8	645,5	1540,3	950,0
88	686,1	819,2	1786,3	703,2	556,7	429,2	747,4	555,6	881,0	1557,3	866,6	477,6
89	613,4	622,1	1054,1	355,8	438,4	861,4	541,6	774,9	875,8	698,7	633,3	766,9
90	681,3	825,7	768,3	587,4	564,4	809,6	393,2	671,8	881,3	453,8	862,7	530,1
91	1319,8	726,7	506,8	612,8	617,5	922,7	709,4	714,8	603,4	1305,1	972,9	648,5
92	690,6	793,5	458,8	625,4	798,3	942,3	829,6	608,1	767,7	606,2	840,1	585,3
93	1276,0	737,5	1254,2	860,5	944,8	536,3	423,1	438,5	958,4	568,2	667,0	850,2
94	580,5	659,1	967,1	452,7	834,7	533,2	983,8	966,7	727,8	509,5	1121,6	823,9
95	1053,6	880,3	894,0	714,0	961,3	763,6	791,6	824,0	940,7	1284,1	1074,9	690,6
96	868,7	577,5	584,6	682,9	464,5	416,5	565,3	979,2	500,8	657,4	791,9	869,7
97	562,1	925,5	649,7	540,1	907,5	765,6	836,7	1070,5	1135,0	568,4	487,0	742,3
98	980,3	865,7	888,8	831,7	1141,6	1533,5	678,7	751,8	528,8	988,7	746,9	646,6
99	955,1	1080,7	605,4	460,8	849,7	562,6	540,1	478,6	488,8	502,9	846,7	768,1
100	817,5	777,3	714,0	525,9	720,4	982,7	814,5	610,6	708,3	896,3	1248,9	896,1