



# Equilíbrio limite (segurança contra ELU em Geomecânica)

---



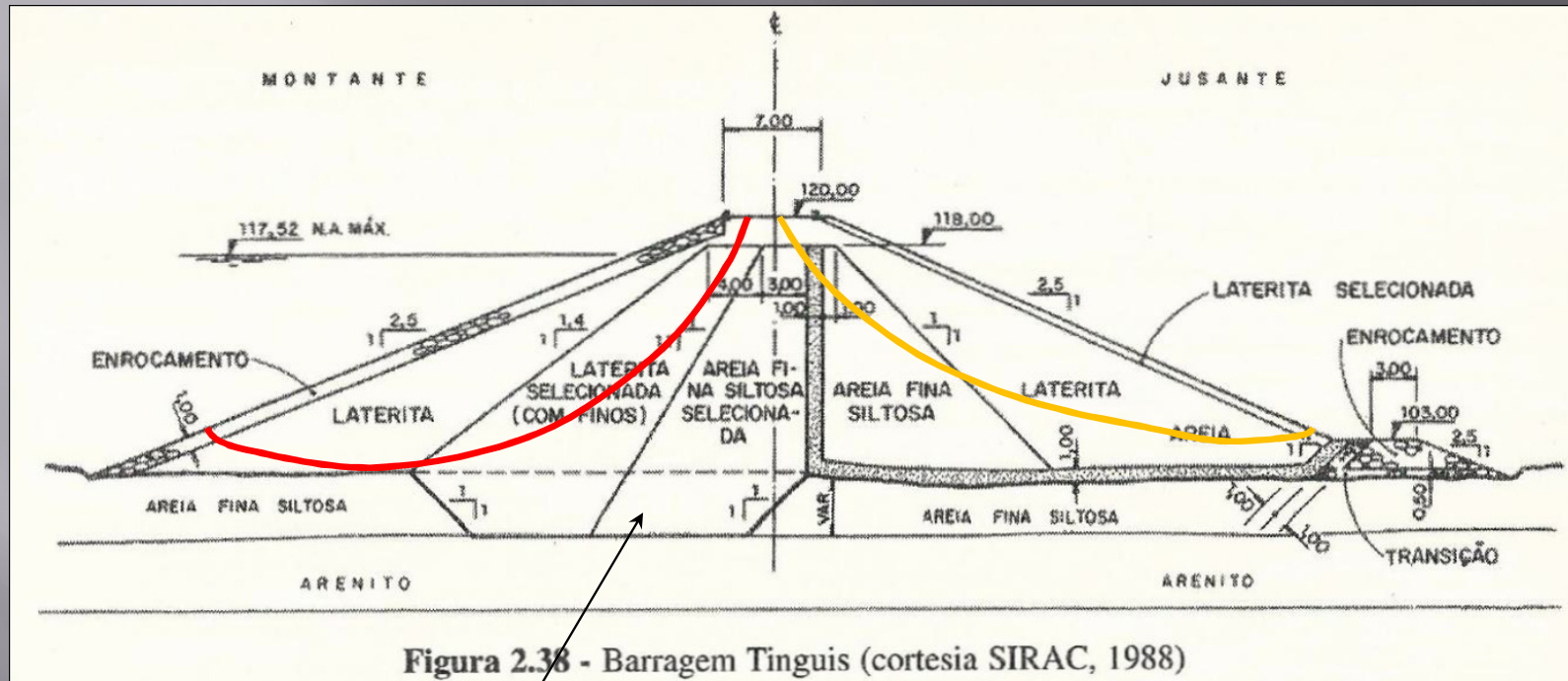
REQUISITO  
Conhecer Estática

# CONTEXTO

Exemplo

ELU: segurança de barragem de terra

# Estabilidade de taludes de barragem



cutoff

Fator de segurança depende de:

1. Resistência

- parâmetros de resistência dos materiais
- pressões neutras (de percolação e excessos de poropressão)

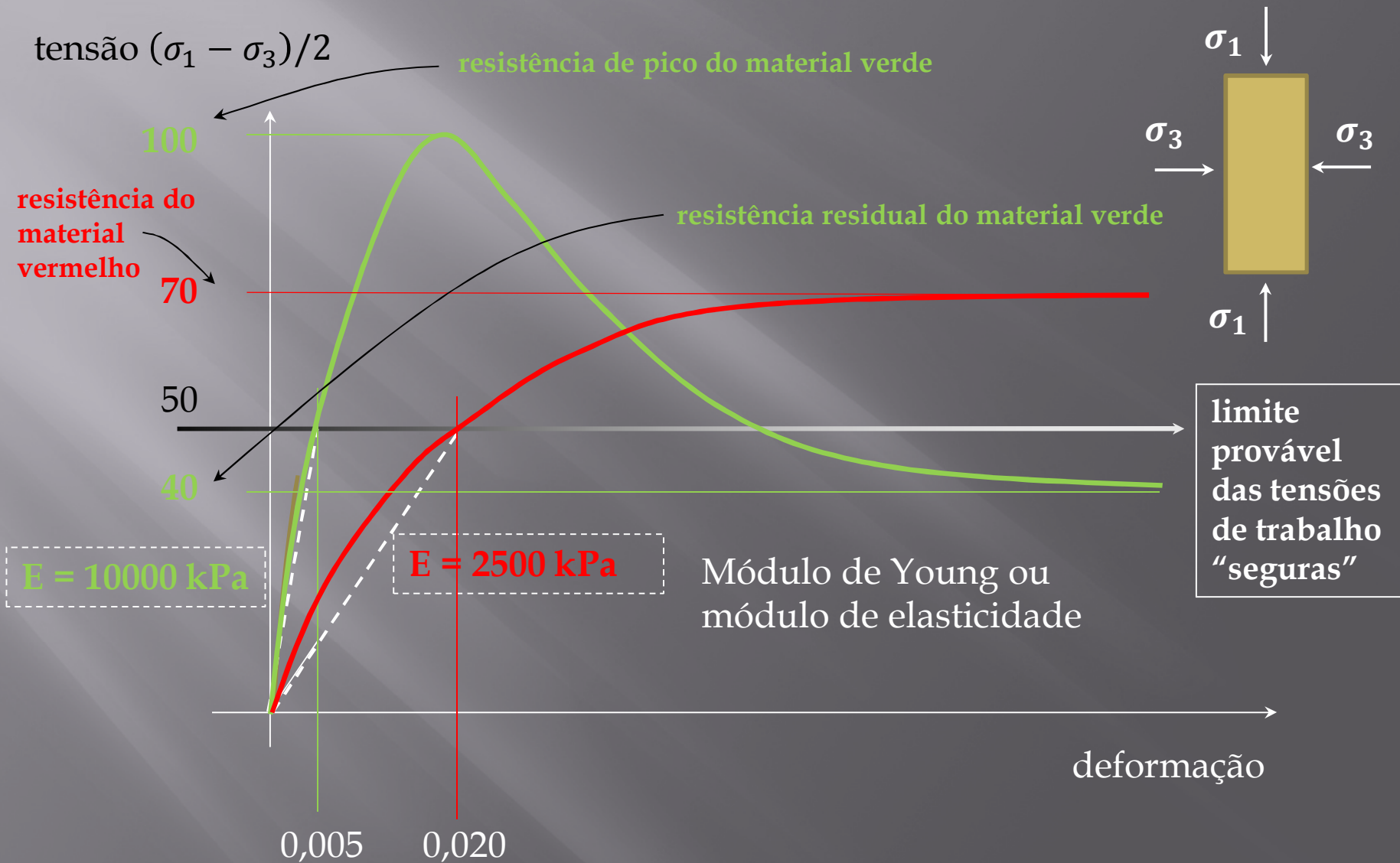
2. Solicitações

- peso específico dos materiais

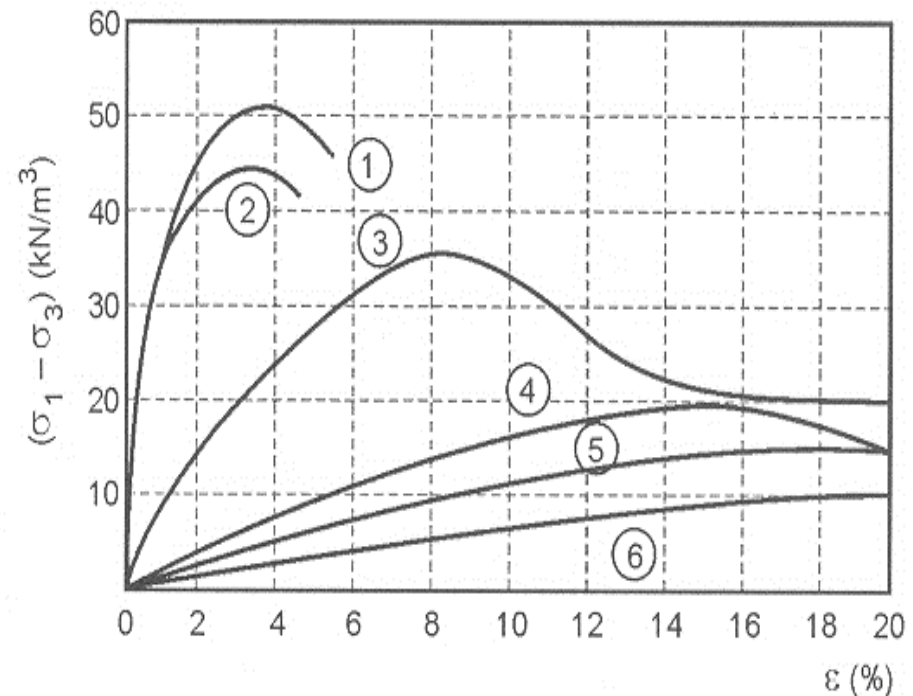
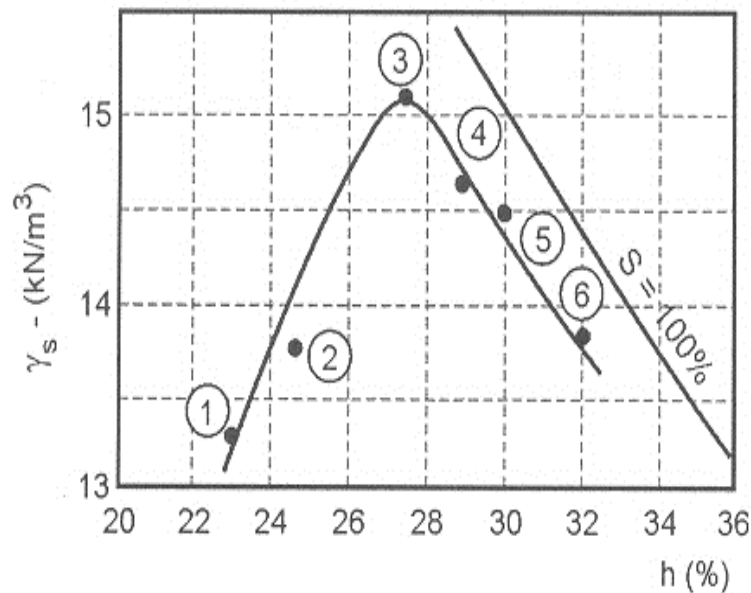
3. Forma e localização das superfícies críticas

4. Processo de cálculo

# Resistência e deformabilidade



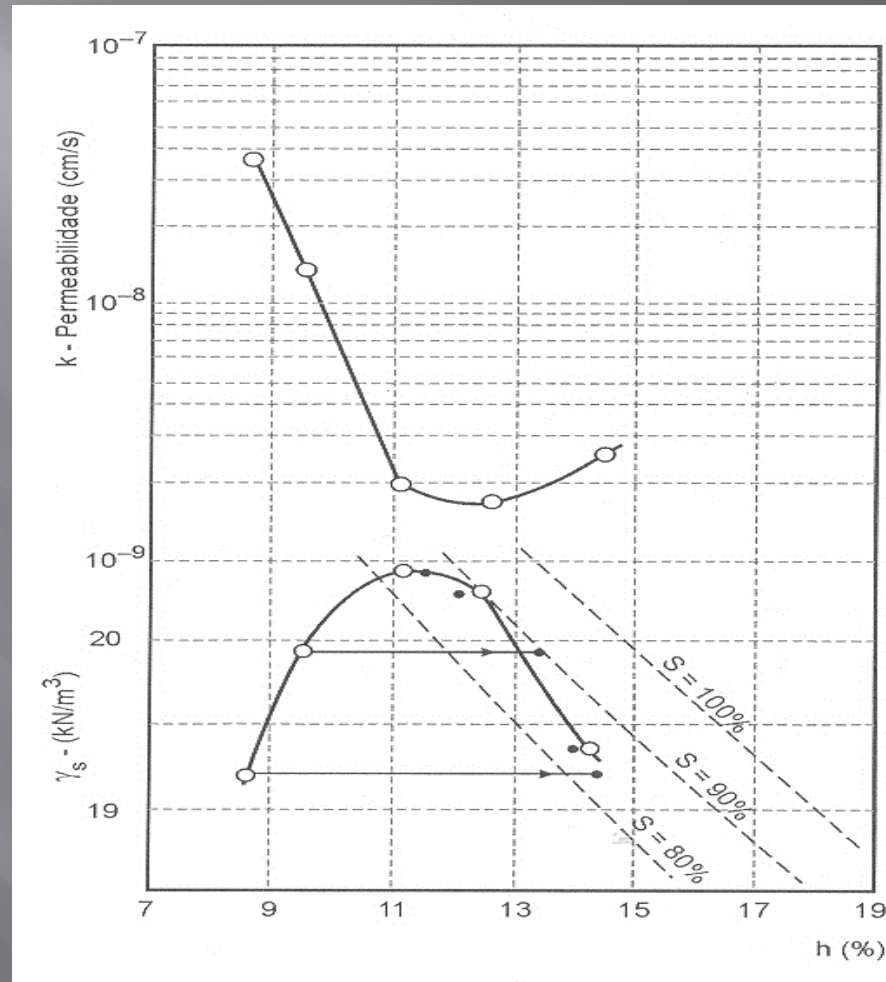
Resistência = f(compactação)  
Deformabilidade = f(compactação)



**FIGURA 6.9**

Material compactado diferentemente em diversas zonas da barragem propicia diferentes propriedades mecânicas para atender aos requisitos de projeto

# Permeabilidade = f(compactação)



Material compactado diferentemente em diversas zonas da barragem propicia diferentes propriedades mecânicas para atender aos requisitos de projeto



# Introdução

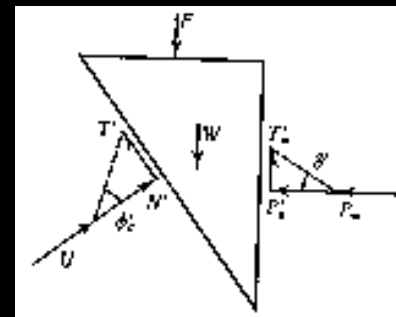
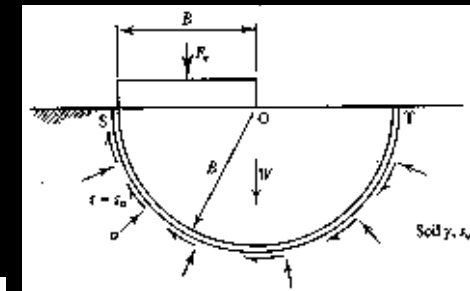
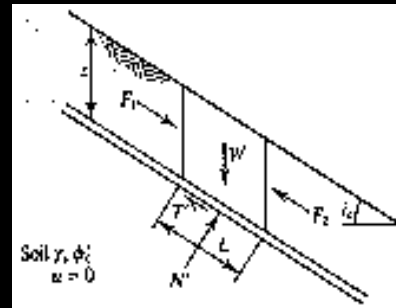
Terzaghi, K. (Theoretical Soil Mechanics, 1943)

Os problemas de Engenharia Geotécnica:

- Problemas de **elasticidade**: modelo elástico linear (parâmetros de deformabilidade:  $E, \nu$ )
- Problemas de **estabilidade**: modelo rígido-plástico (parâmetros de resistência:  $c', \phi'$ )
- Água (e seu fluxo)
  - Permanente – Laplace
  - Transiente
    - Fluxo saturado-não saturado (sucção)
    - Adensamento
      - + **elasticidade** => compressibilidade ( $C_r, p_{ar}, C_c, c_v$ )
      - + **estabilidade** => resistência não drenada (parâmetros de resistência:  $c, \phi, s_u$ )

# Problemas de estabilidade típicos

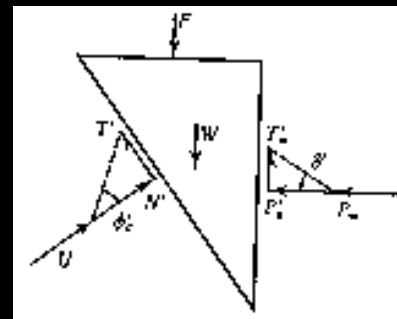
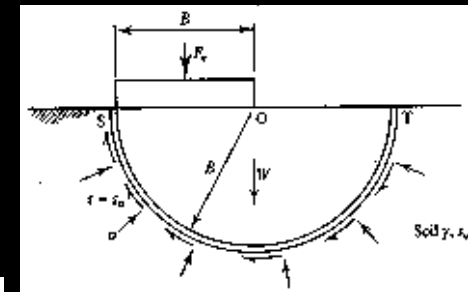
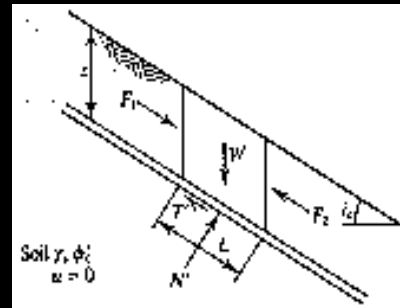
- Estabilidade de taludes
- Capacidade de carga de fundações
- Empuxo sobre muros de arrimo





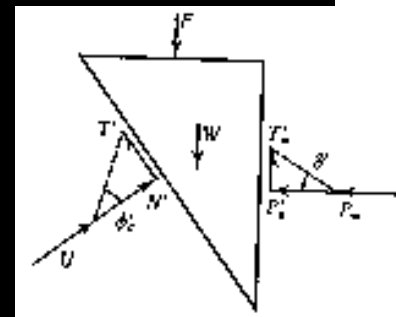
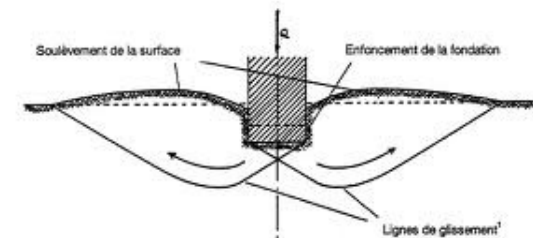
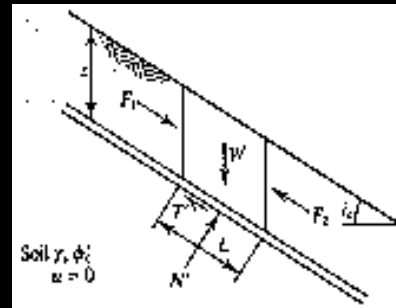
# Pontos em comum: o que conhecer

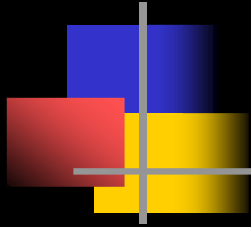
- **Modo de ruptura**  
(superfícies de escorregamento, por exemplo)
- **Solicitações**  
(tensões) na(s) superfície(s)
- **Resistência**  
(tensões) na(s) superfície(s)



# Conhecimento necessário

- Observação de rupturas
- Equações de equilíbrio do(s) bloco(s) delimitado(s) pela(s) superfície(s)  
 $\Sigma V = 0$   
 $\Sigma H = 0$   
 $\Sigma M = 0$
- Modelo de resistência

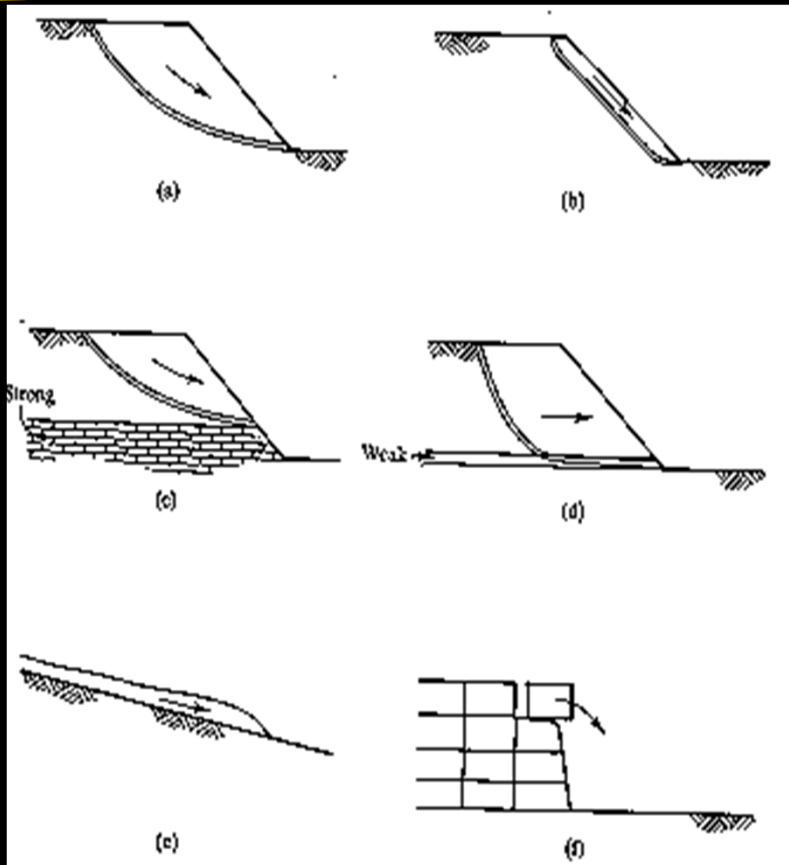




# Filmes de escorregamentos

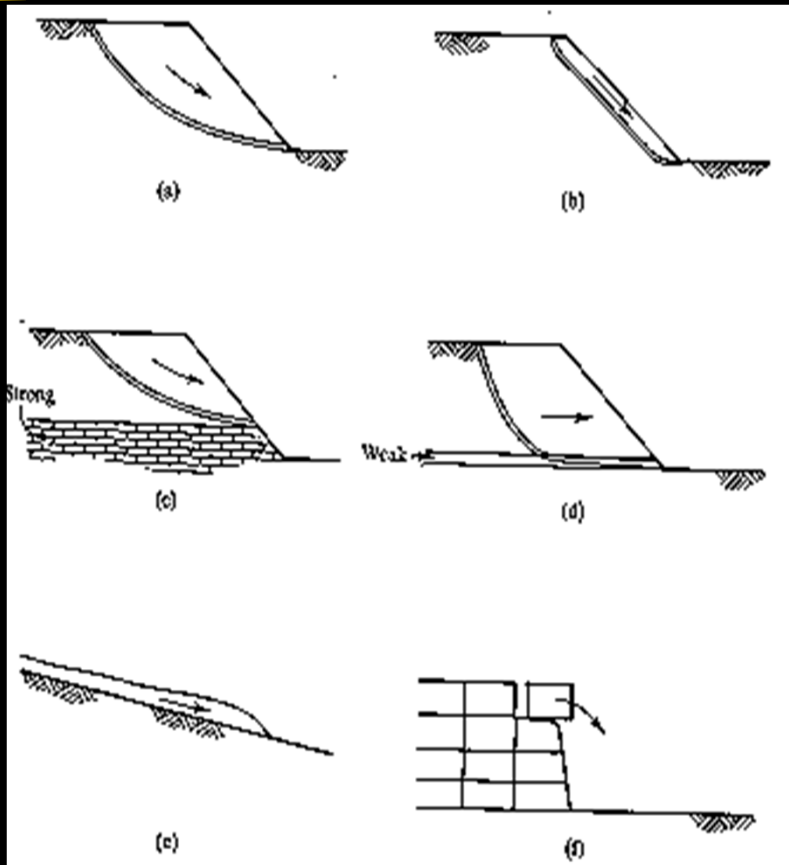
- [http://www.youtube.com/watch?v=sQo\\_sVIsSBA](http://www.youtube.com/watch?v=sQo_sVIsSBA)
- [http://www.youtube.com/watch?v=aPpKd49MknA&playnext=1&list=PL0DCA5ABF8AEB8AA2&feature=results\\_main](http://www.youtube.com/watch?v=aPpKd49MknA&playnext=1&list=PL0DCA5ABF8AEB8AA2&feature=results_main)
- <http://www.youtube.com/watch?v=Ny94aGWXPw&feature=fvwrel>
- <http://www.youtube.com/watch?v=mknStAMia0Q>

# Alguns tipos comuns de instabilidades de taludes

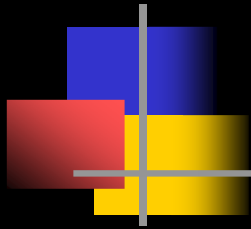


- Escorregamentos
  - a) rotacional
  - b) translacional
  - c) limitado por camada resistente
  - d) condicionado por camada fraca
- Corridas de massa
  - e) corrida de lama
- Rastejo
- Outros
  - f) tombamento

# Situações 2D? Simplificações!



- **Escorregamentos**
  - a) rotacional
  - b) translacional
  - c) limitado por camada resistente
  - d) condicionado por camada fraca
- **Corridas de massa**
  - e) corrida de lama
- **Rastejo**
- **Outros**
  - f) tombamento



# Equilíbrio estático (2D)

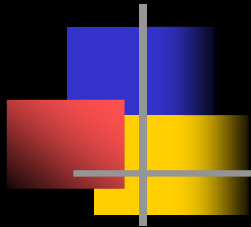
- Equilíbrio de **forças** na direção 1 (por exemplo, **vertical**)
- Equilíbrio de **forças** na direção 2 (por exemplo, **horizontal**)
- Equilíbrio de **momentos**

$$\Sigma V = 0$$

$$\Sigma H = 0$$

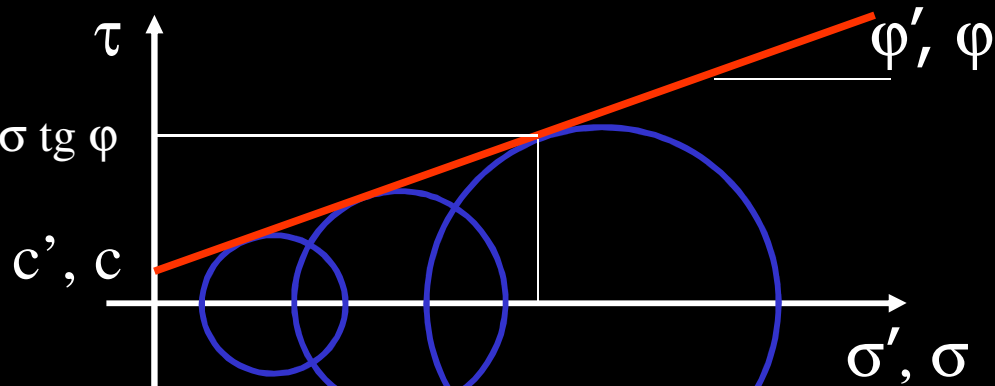
$$\Sigma M = 0$$

# Modelos de resistência usuais para solos e rochas



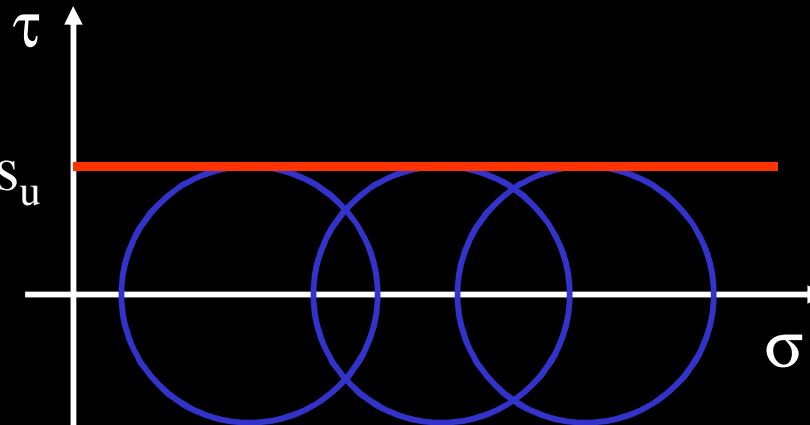
■ **Mohr-Coulomb**

$$\tau_r = s = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi$$

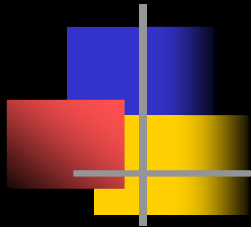


■ **Tresca**

$$\tau_r = s_u$$

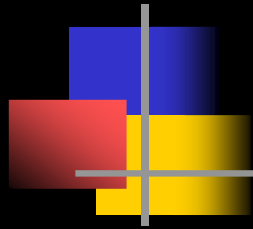


# Escolha do modelo de resistência



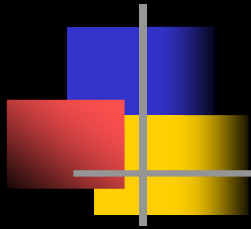
- Aplicabilidade do modelo Mohr-Coulomb e do modelo Tresca
  - Diferença entre comportamento drenado e não drenado, função do tipo de solo e da velocidade da sollicitação
- Foco, neste momento, no **processo de análise de segurança**





# Processo usual de análise

- Equilíbrio Limite, DOIS requisitos:
  - 1) Sistema precisa estar em EQUILÍBRIO  
Equilíbrio estático = Estática (Mecânica A!)
  - 2) Equilíbrio em questão deve estar no limiar da ruptura, no LIMITE  
Nenhuma estrutura é, em princípio, projetada para trabalhar em condição de iminência de ruptura, portanto...



# Processo usual de análise

## ■ Para satisfazer ao requisito 2):

a) Resistência precisa ser reduzida

$$\tau = s / F \Rightarrow F = s / \tau$$

ou

$$s = c' + \sigma' \operatorname{tg} \varphi'$$

$$s = S_u$$

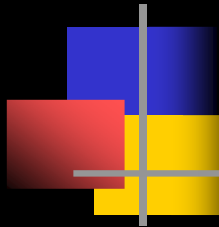
$$s = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi$$

b) Solicitação precisa ser aumentada

$$q_r = q \times F \Rightarrow F = q_r / q$$

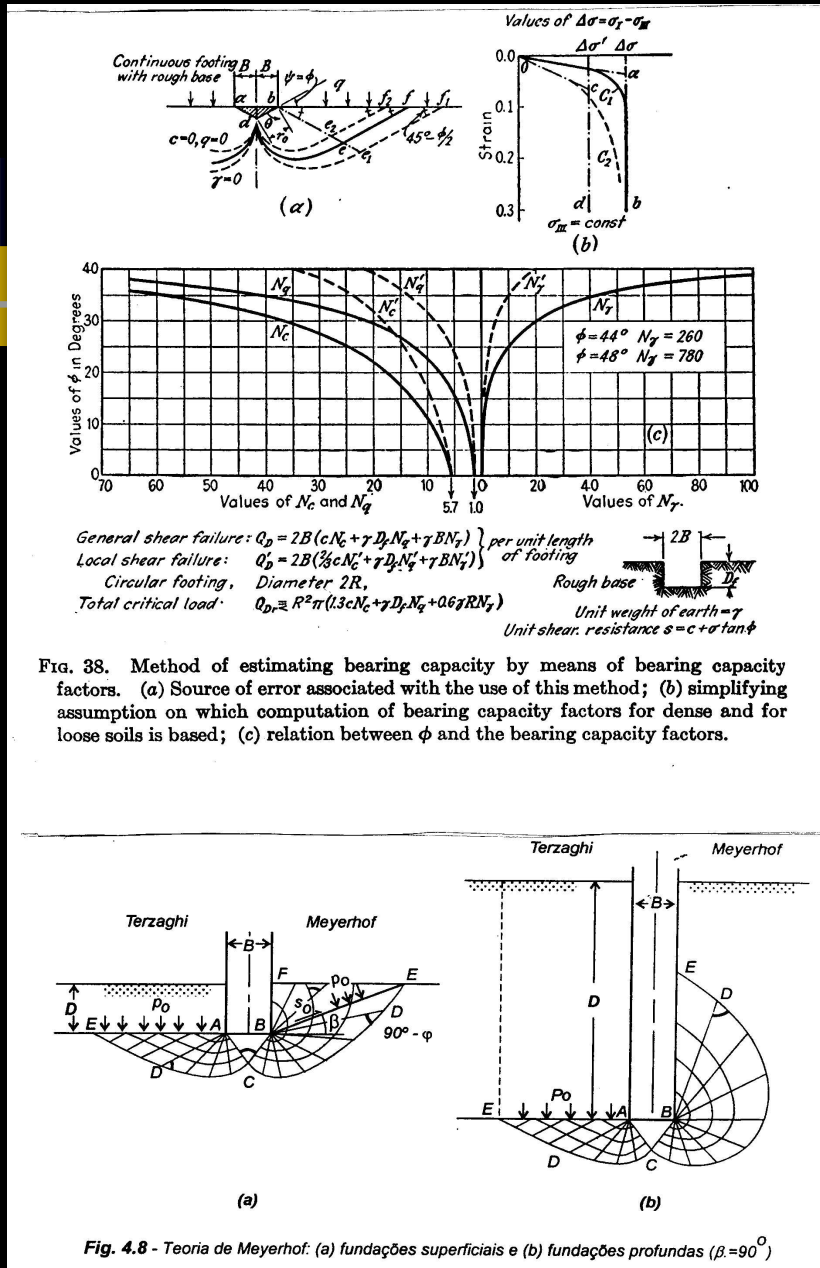
ou

c) Uma combinação das duas (coeficientes parciais)



# Processos mais sofisticados

- **Análise limite** da Teoria da Plasticidade (vide, por exemplo, soluções para capacidade de carga de fundações)



# Análise de estabilidade

## Processo do equilíbrio limite

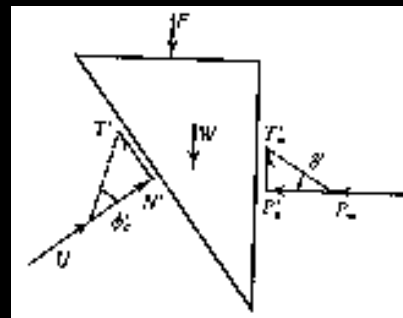
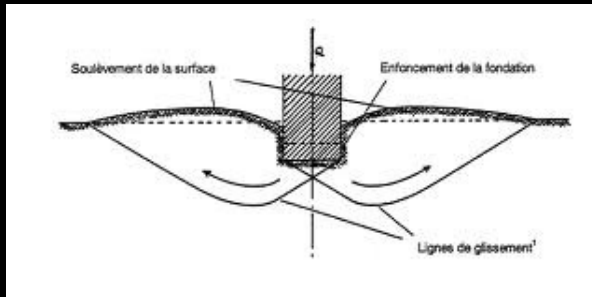
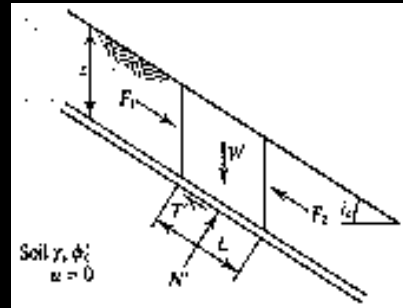
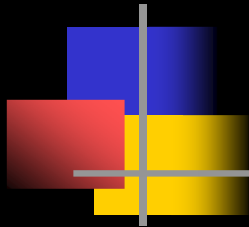
- Identificar modo de ruína (observação  $\Rightarrow$  tipo de instabilidade)
- Escolher superfície de ruptura e identificar massa em escorregamento por ela delimitada
- Identificar solicitações e resistências atuantes na massa
- Impor limiar de ruptura (**LIMITE**):
  - na superfície de ruptura, solicitações = resistências / F  
ou
  - solicitações de ruptura = solicitações x F
- Equações de equilíbrio para determinar F (**EQUILÍBRIO**)

# Análise de estabilidade

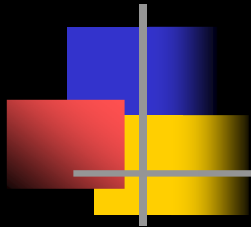
## Processo do equilíbrio limite

- Identificar modo de ruína (observação  $\Rightarrow$  tipo de instabilidade)
- Escolher superfície de ruptura e identificar massa em escorregamento por ela delimitada
- Identificar solicitações e resistências atuantes na massa
- Impor limiar de ruptura (**LIMITE**):
  - na superfície de ruptura, solicitações = resistências / F  
ou
  - solicitações de ruptura = solicitações x F
- Equações de equilíbrio para determinar F (**EQUILÍBRIO**)
- Pesquisar superfície mais crítica (F mínimo)

# Aplicações do Método do Equilíbrio Limite

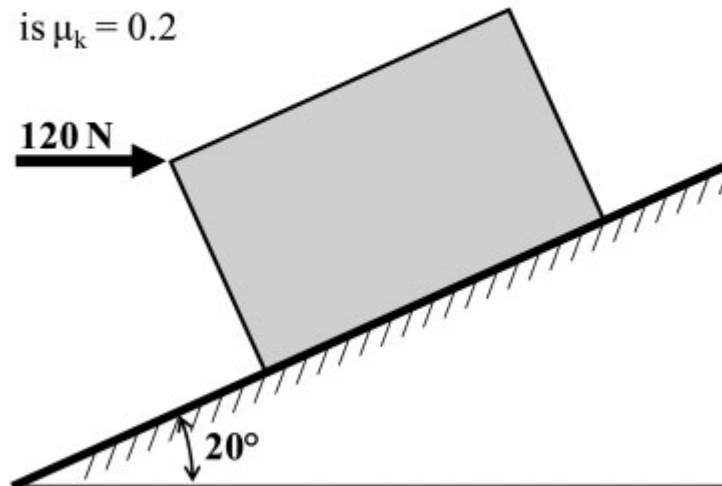


- Estabilidade de taludes
- Capacidade de carga de fundações
- Empuxos sobre muros de arrimo

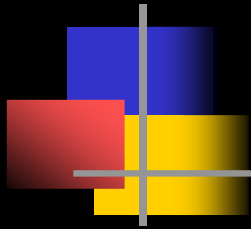


# Bloco deslizante

GIVEN: A 300 N block rests on a 20-degree incline and is acted upon by a 120 N force, as shown below. The static coefficient of friction is  $\mu_k = 0.2$

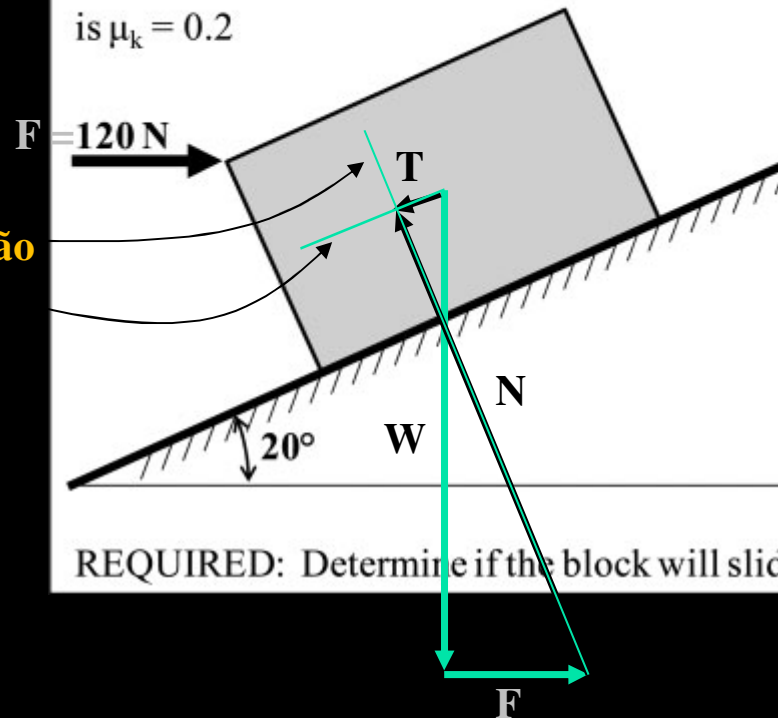


REQUIRED: Determine if the block will slide.



# Bloco deslizando

GIVEN: A 300 N block rests on a 20-degree incline and is acted upon by a 120 N force, as shown below. The static coefficient of friction is  $\mu_k = 0.2$



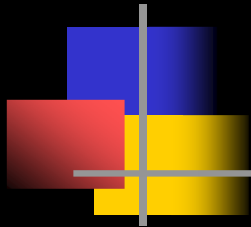
Linhas de ação  
(direções)  
conhecidas

**Escorrega?**

**Comparar**  
 **$\mu_k \times N$**   
**(resistência)**  
**com T**  
**(solicitação)!**

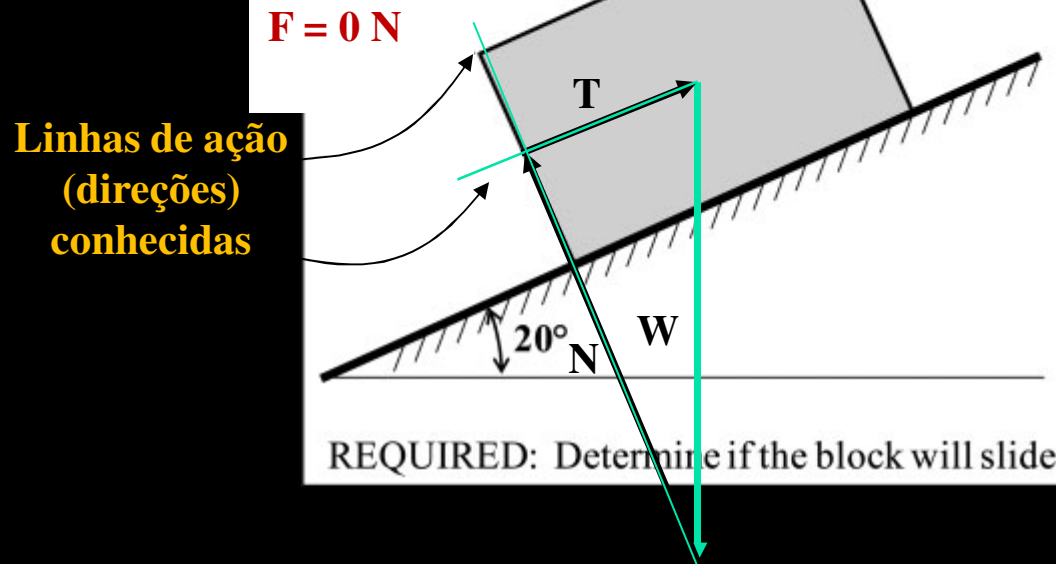
REQUIRED: Determine if the block will slide.





# Bloco deslizante

GIVEN: A 300 N block rests on a 20-degree incline and is acted upon by a 120 N force, as shown below. The static coefficient of friction is  $\mu_k = 0.2$



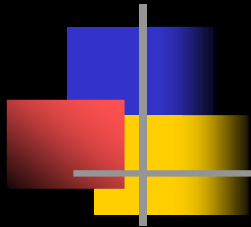
**Hipótese do Equilíbrio Limite**

$$T = \frac{S}{F}$$

**S = resistência de atrito**  
 $= \mu_k N$

$$F = \frac{\mu_k N}{T}$$

**F = fator de segurança**



# Processo usual de análise

- Equilíbrio Limite
  - 1) Equilíbrio estático = Estática
  - 2) Limite = iminência da ruptura

$$\tau = s / F \Rightarrow F = s / \tau$$

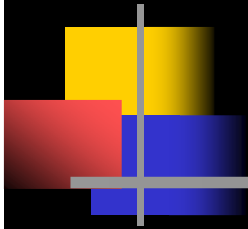
$$s = c' + \sigma' \operatorname{tg} \varphi'$$

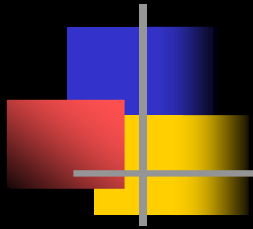
$$s = S_u$$

$$s = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi$$

- Pesquisa da superfície crítica (minimização de F)

# Talude infinito

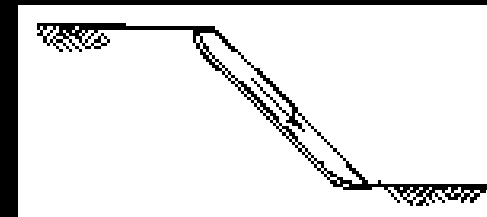
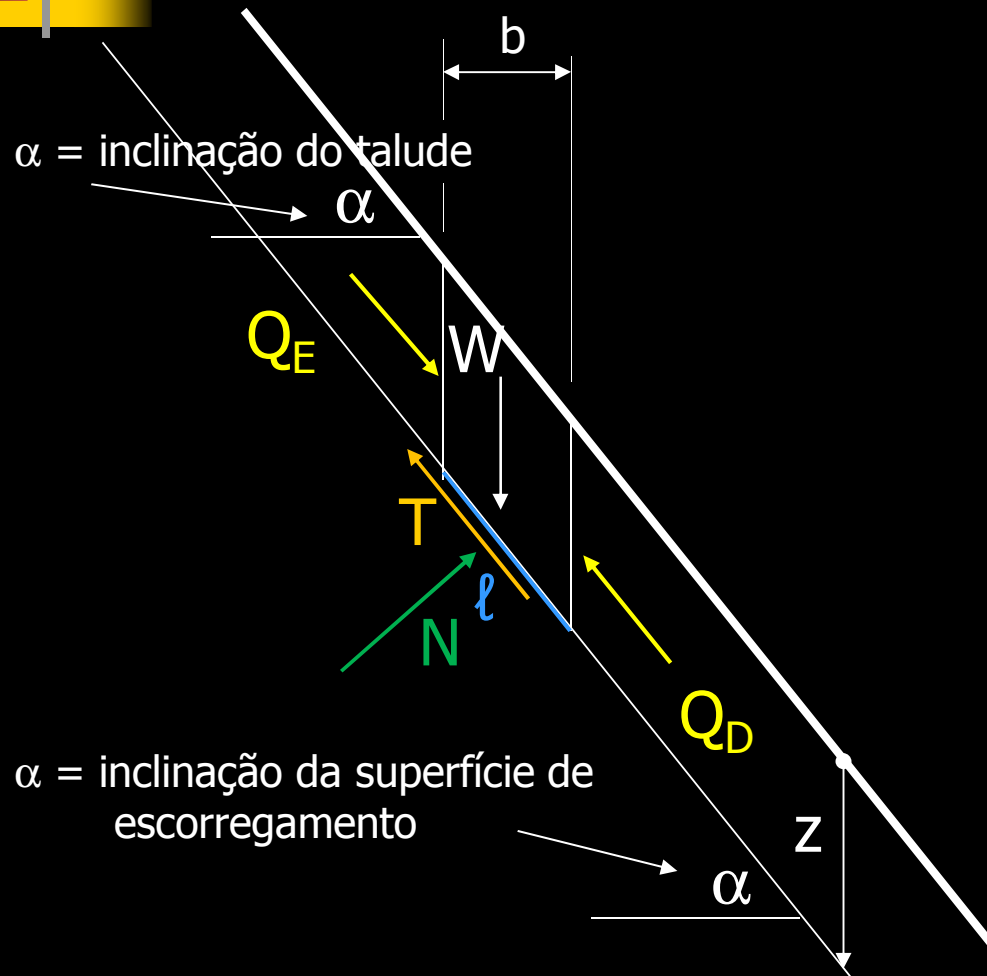




# Equilíbrio estático (no plano)

- Equilíbrio de **forças** na direção 1 (por exemplo, **vertical**)
- Equilíbrio de **forças** na direção 2 (por exemplo, **horizontal**)
- Equilíbrio de **momentos**

# Talude infinito



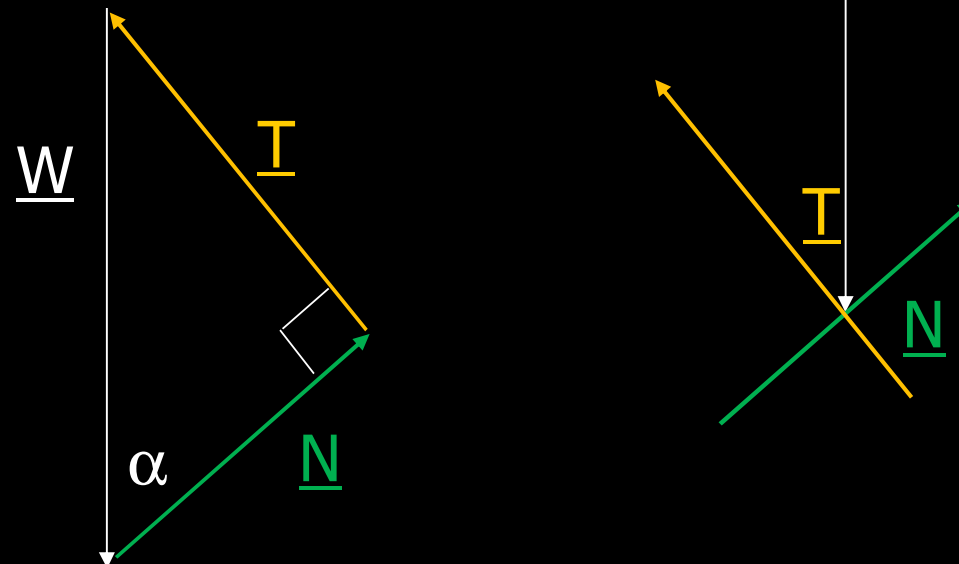
- $Q_E = - Q_D$
- $N = N' + U$
- $W = \gamma z b = \gamma z l \cos \alpha$

# Equilíbrio

## ■ Forças

- $T = W \operatorname{sen} \alpha = \gamma z \ell \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha$
- $N = W \cos \alpha = \gamma z \ell \cos \alpha \cos \alpha$

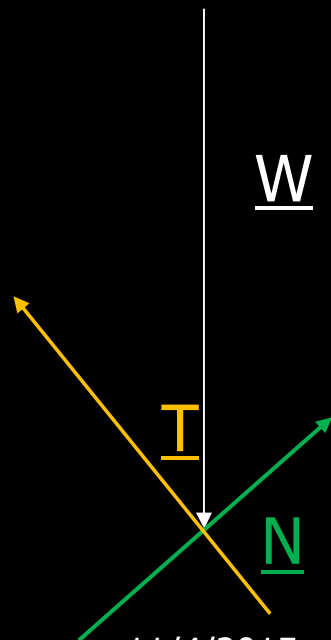
## ■ Momentos



# Equilíbrio limite

## Equilíbrio

- $T = \gamma z \ell \cos \alpha \sin \alpha$
- $N = \gamma z \ell \cos \alpha \cos \alpha$



11/4/2015

## Limite

- $T = S / F = s \ell / F$

- $T = (c \ell + \sigma' \ell \operatorname{tg} \varphi) / F$

- $T = (c \ell + N' \operatorname{tg} \varphi) / F$

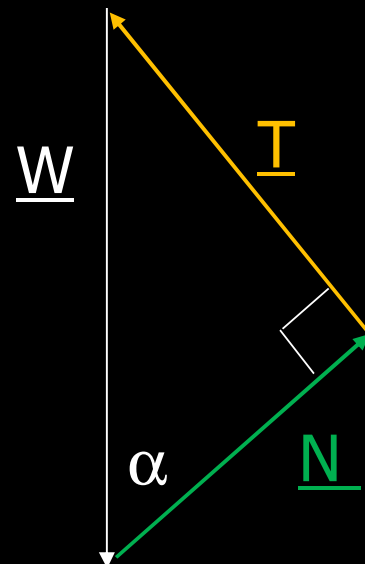
- $\gamma z \ell \cos \alpha \sin \alpha = (c / F) \ell$

- $+ (\gamma z \ell \cos \alpha \cos \alpha - U) \times$

- $N = N' + U$

- $(\operatorname{tg} \varphi / F)$

$\mu =$   
coeficiente  
de atrito



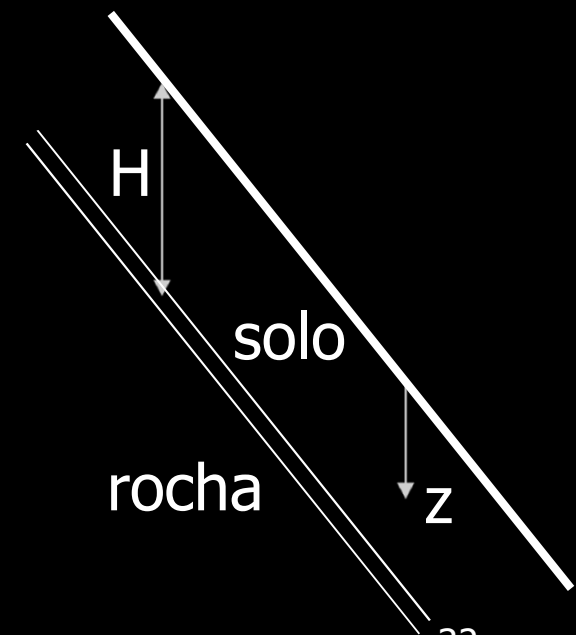
Waldemar Hachich

31

# Equilíbrio limite de talude infinito:

$F(z)$

$$F(z) = \frac{2c}{\gamma \cdot z \cdot \sin 2\alpha} + \left( 1 - \frac{u}{\gamma \cdot z \cdot \cos^2 \alpha} \right) \cdot \frac{\tan \varphi}{\tan \alpha}$$





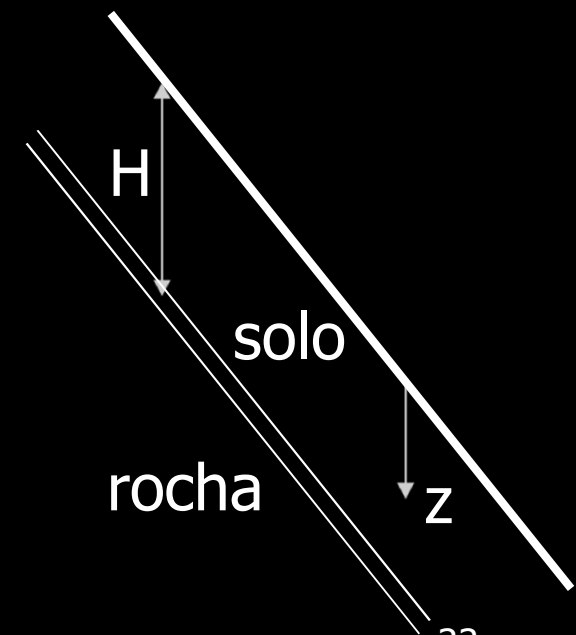
# Equilíbrio limite de talude infinito: pesquisa da superfície de $F_{\min}$

$$F(z) = \frac{2c}{\gamma \cdot z \cdot \sin 2\alpha} + \left( 1 - \frac{u}{\gamma \cdot z \cdot \cos^2 \alpha} \right) \cdot \frac{\tan \varphi}{\tan \alpha}$$

POSIÇÃO da superfície crítica

$$\min[F(z)] \Rightarrow z = z_{\max} = H$$

$$\min[F(z)] = F(z_{\max}) = F(H)$$

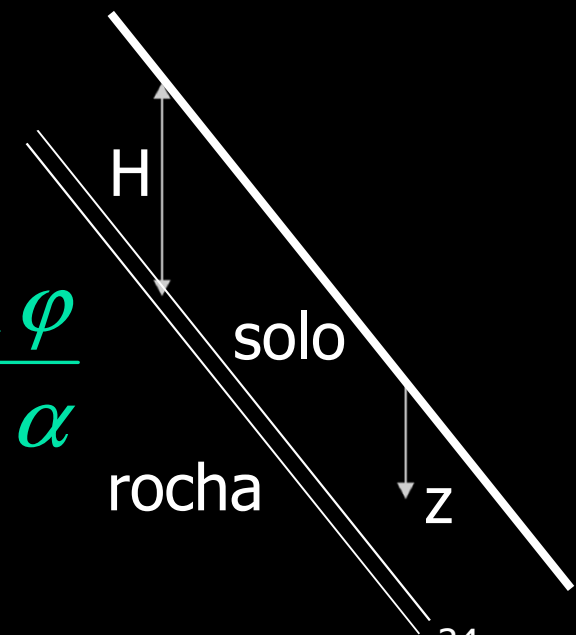


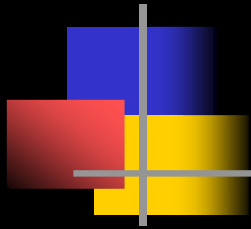
# Número de estabilidade

$$F(z) = \frac{2c}{\gamma \cdot z \cdot \sin 2\alpha} + \left( 1 - \frac{u}{\gamma \cdot z \cdot \cos^2 \alpha} \right) \cdot \frac{\tan \varphi}{\tan \alpha}$$

$$\text{Com : } z = H \quad N_E = \frac{c}{\gamma \cdot H}$$

$$F = \frac{2 \cdot N_E}{\sin 2\alpha} + \left( 1 - \frac{u}{\gamma \cdot H \cdot \cos^2 \alpha} \right) \cdot \frac{\tan \varphi}{\tan \alpha}$$



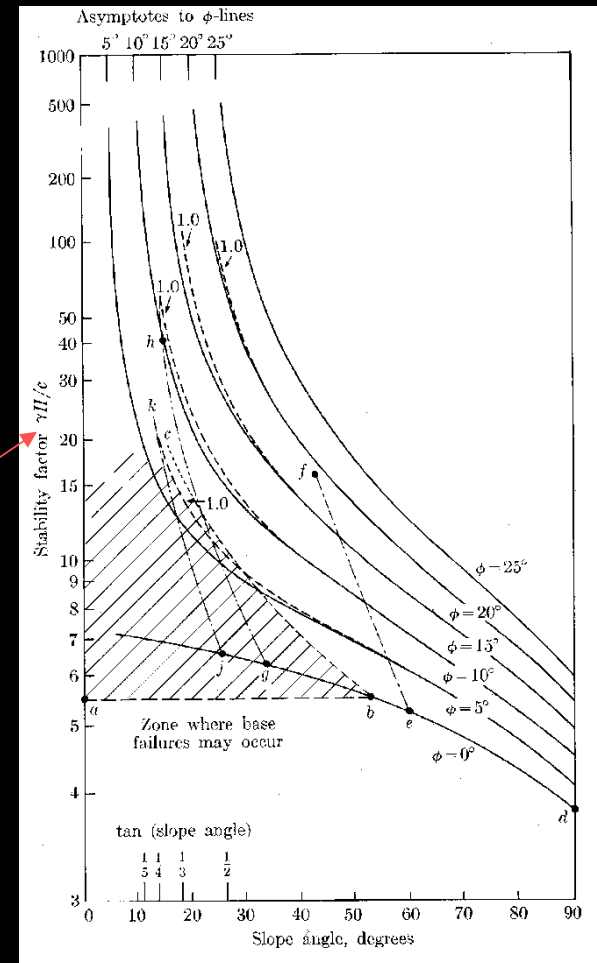


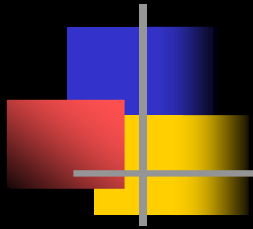
# Número de estabilidade

(importante não apenas para talude infinito!)

Exemplo de ábacos de estabilidade de taludes (taludes em geral)

$$N_E = \frac{c}{\gamma \cdot H} \quad 1 / N_E$$

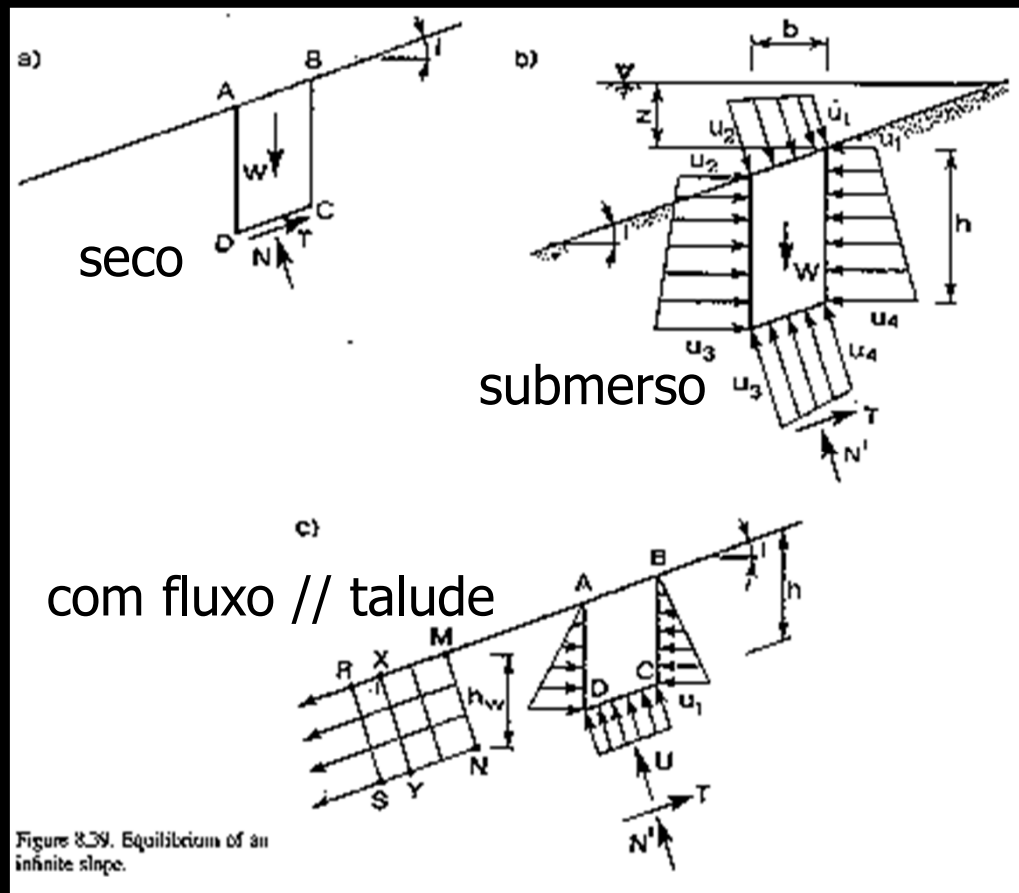




# F de talude infinito

$$F = \frac{2 \cdot N_E}{\text{sen } 2\alpha} + \left( 1 - \frac{u}{\gamma \cdot H \cdot \cos^2 \alpha} \right) \cdot \frac{\tan \varphi}{\tan \alpha}$$

# Talude infinito: casos particulares



- Estudar esses e outros casos, por exemplo no livro-texto de Obras de Terra de autoria do Prof. Faïçal Massad)

# Talude infinito: casos particulares (para não serem esquecidos!)

$$F = \frac{2 \cdot N_E}{\sin 2\alpha} + \left( 1 - \frac{u}{\gamma \cdot H \cdot \cos^2 \alpha} \right) \cdot \frac{\tan \varphi}{\tan \alpha}$$

$= 0$  se  $c = 0$

- Talude seco ou c/ fluxo vertical p/ baixo:

$$u = 0$$

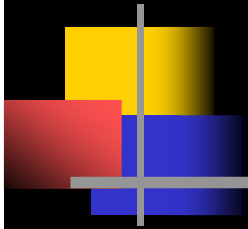
$$F = \frac{\tan \varphi}{\tan \alpha}$$

- Com fluxo // talude:

$$u = \gamma_w \cdot H \cdot \cos^2 \alpha$$

$$F \cong \frac{1}{2} \frac{\tan \varphi}{\tan \alpha}$$

# Talude íngreme









# Talude íngreme: equilíbrio limite

$$\frac{c_d}{\gamma \cdot H} = \frac{N_E}{F} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\text{sen}(\alpha - \beta) \cdot \text{sen}(\beta - \varphi_d)}{\text{sen} \alpha \cdot \cos \varphi_d}$$

POSIÇÃO da superfície crítica

$$\frac{\partial F}{\partial \beta} = 0 \Rightarrow \beta = \beta_c = \frac{\alpha + \varphi_d}{2}$$



# Processo usual de análise

## ■ Equilíbrio Limite

- Equilíbrio estático = Estática
- Limite = iminência da ruptura

- $\tau = s / F$

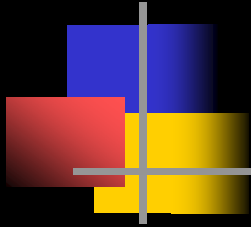
- $F = s / \tau$

$$s = c' + \sigma' \operatorname{tg} \varphi'$$

$$s = s_u$$

$$s = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi$$

- Pesquisa da superfície crítica (minimização de F)



# F de talude íngreme

$$\text{Com: } \beta_c = \frac{\alpha + \varphi_d}{2}$$

$$\frac{c_d}{\gamma \cdot H} = \frac{N_E}{F} = \frac{1 - \cos(\alpha - \varphi_d)}{4 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi_d}$$

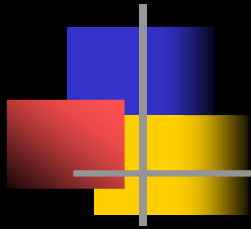
**Não vale para taludes com  
inclinação inferior a cerca de 60°**



# Talude genérico

---

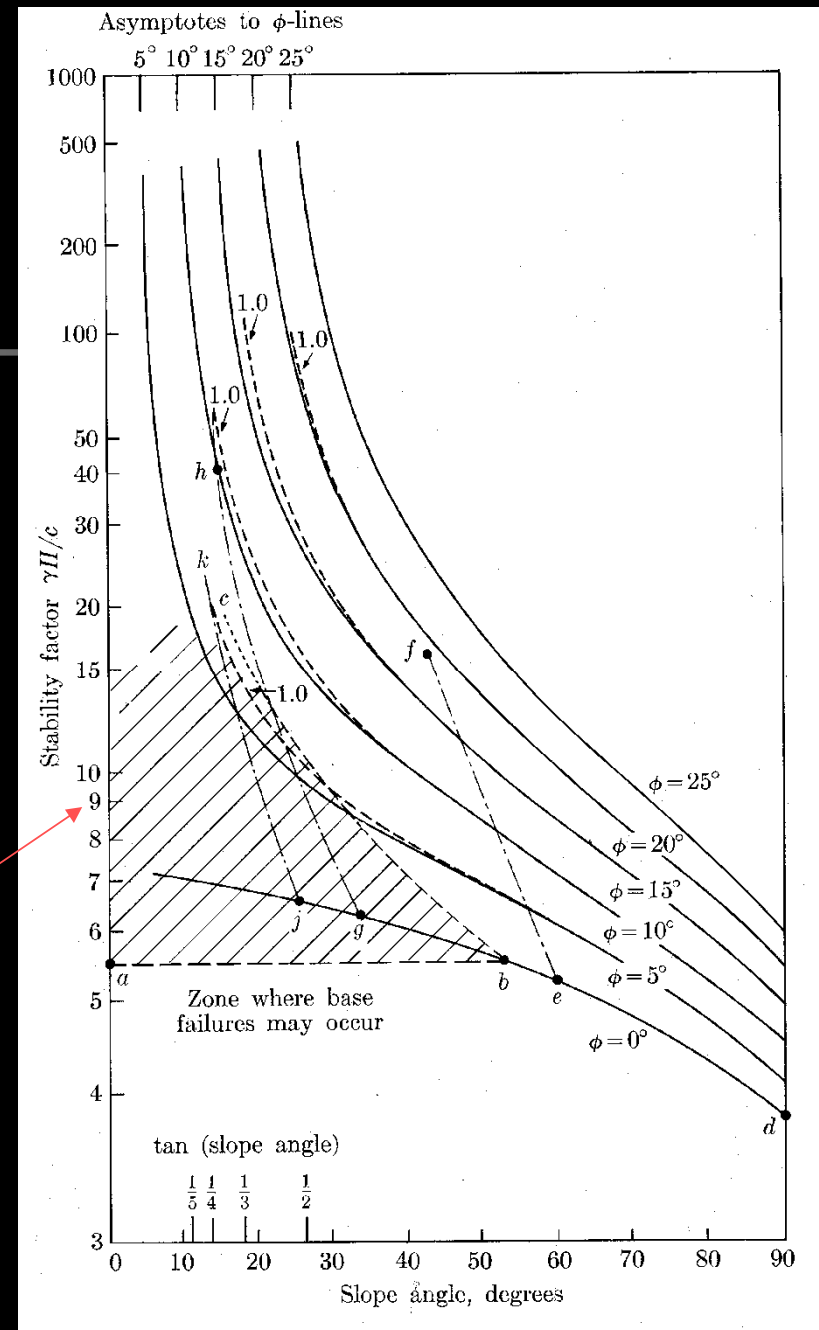
Ábacos para pré-dimensionamento  
(também obtidos pelo processo usual)



# Ábacos de estabilidade de taludes (taludes em geral)

$$1 / N_E$$

O mesmo  $N_E$ , número de estabilidade, do talude infinito!

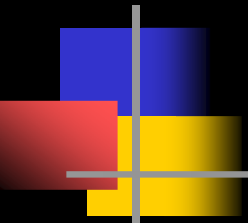




# Talude genérico

---

Processos de análise de  
equilíbrio limite



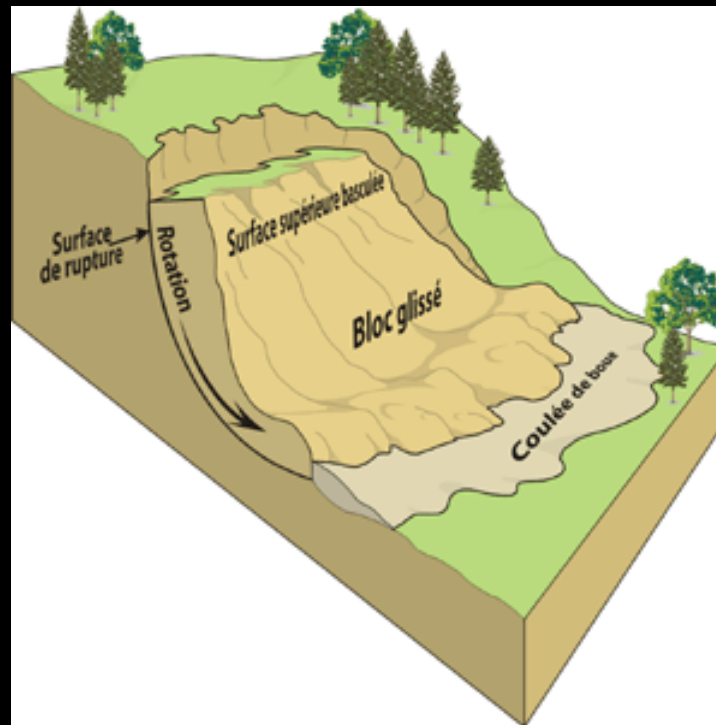
# Análise de estabilidade

## Processo do equilíbrio limite

---

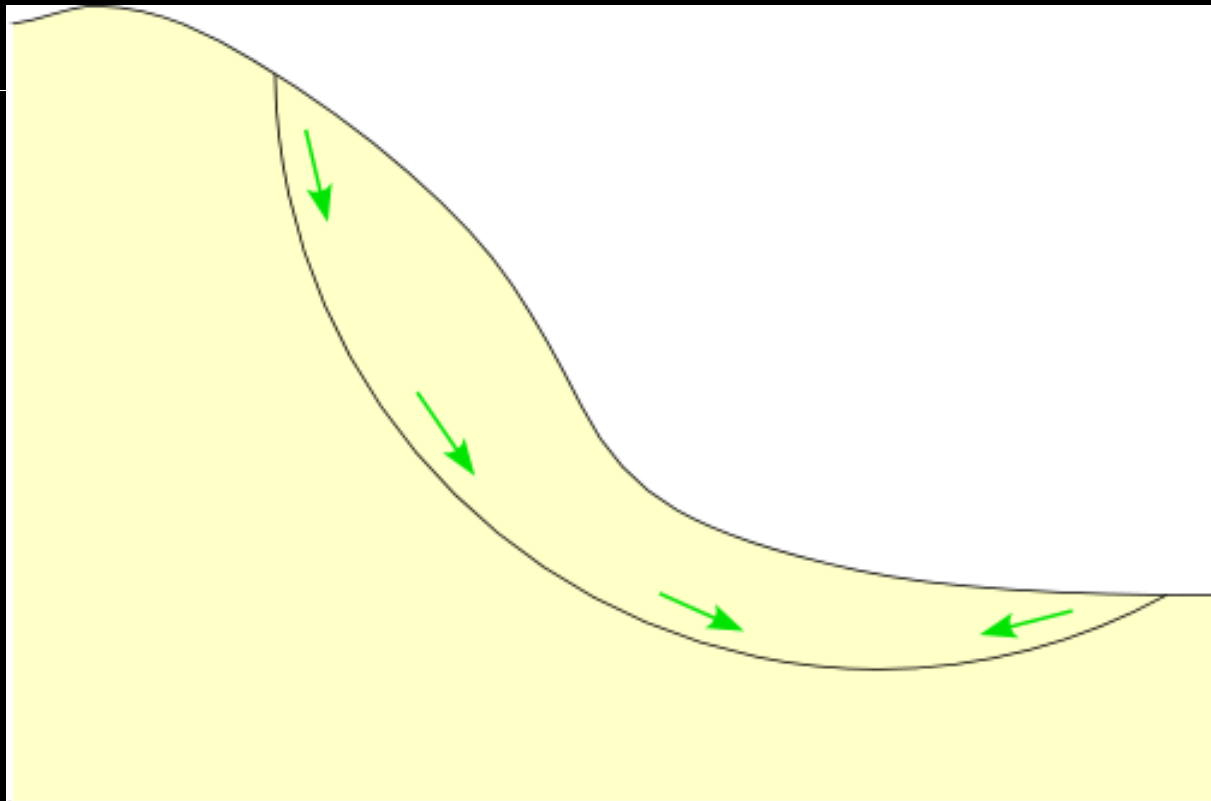
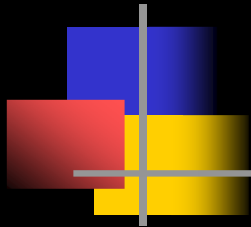
- Identificar tipo de instabilidade (modo de ruína)
- Escolher superfície de escorregamento para análise
- Identificar massa em escorregamento delimitada pela superfície escolhida
- Identificar forças atuantes na massa
- Atribuir às tensões na superfície de escorregamento valor compatível com o critério de resistência (minorado por  $F$ )
- Escrever equações de equilíbrio
- Pesquisar superfície mais crítica

# Escorregamento rotacional

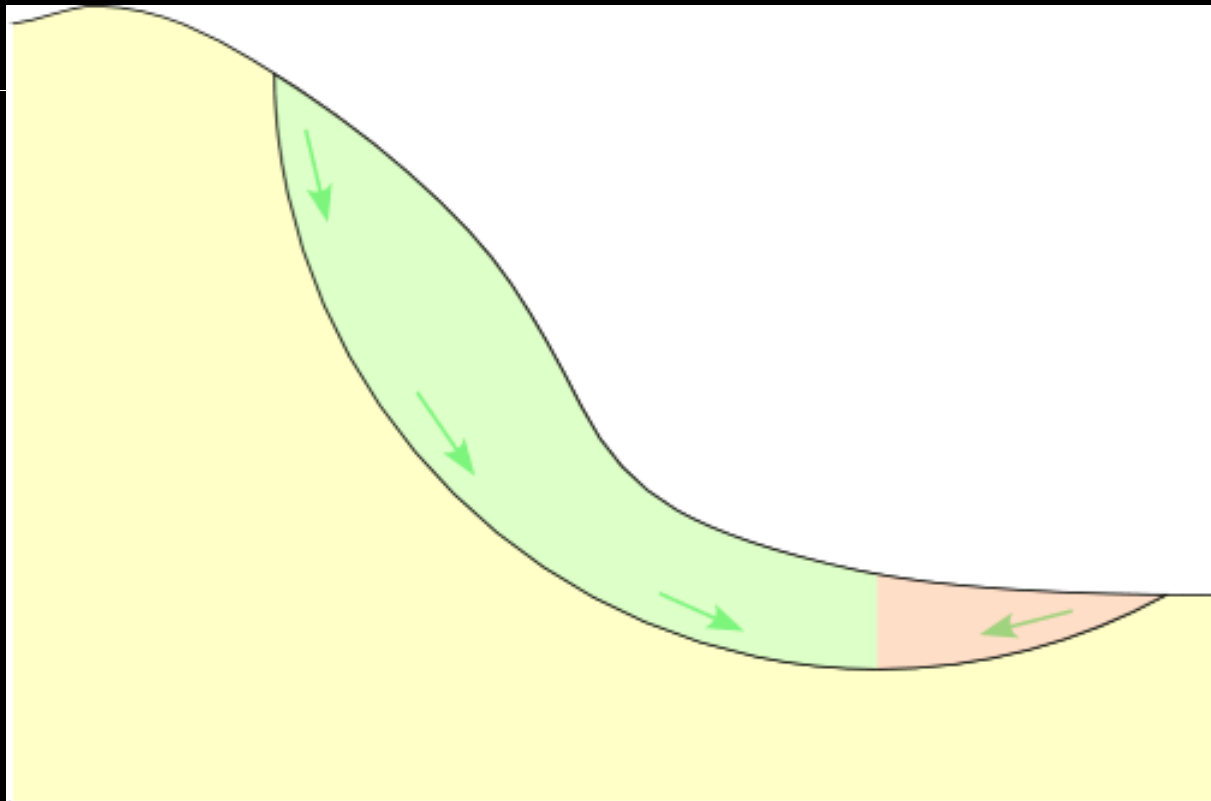


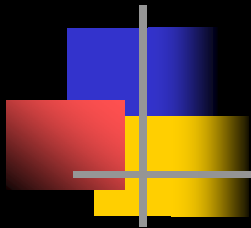


# Escolher superfície para análise (2D?)

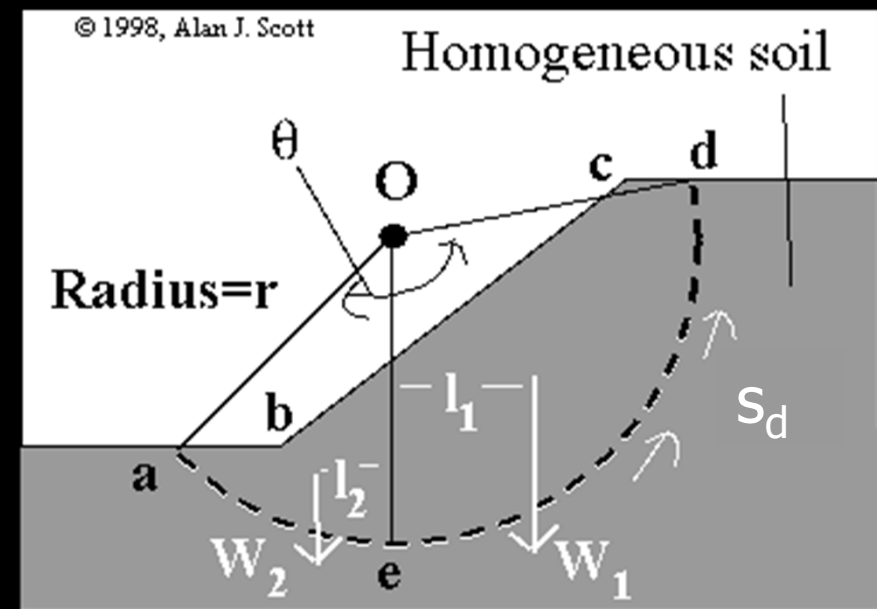
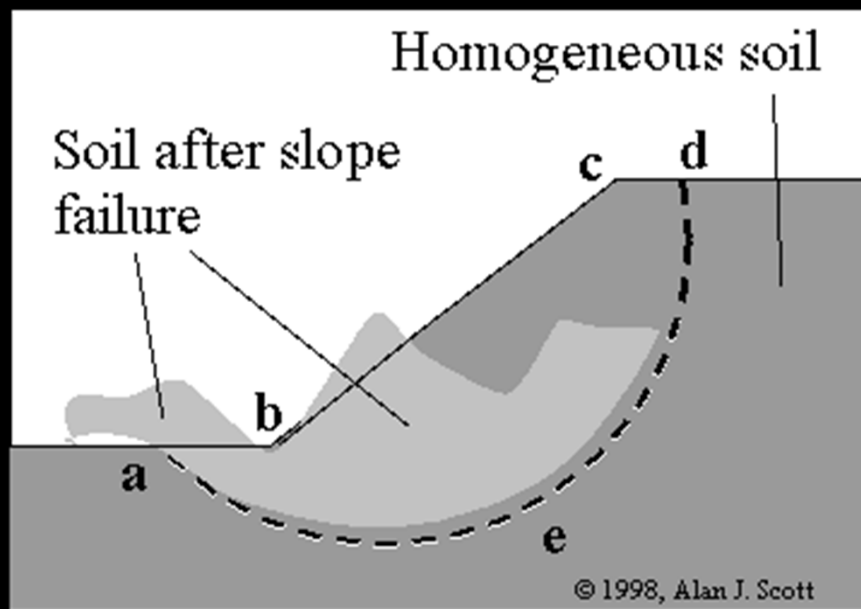


# Massa em escorregamento

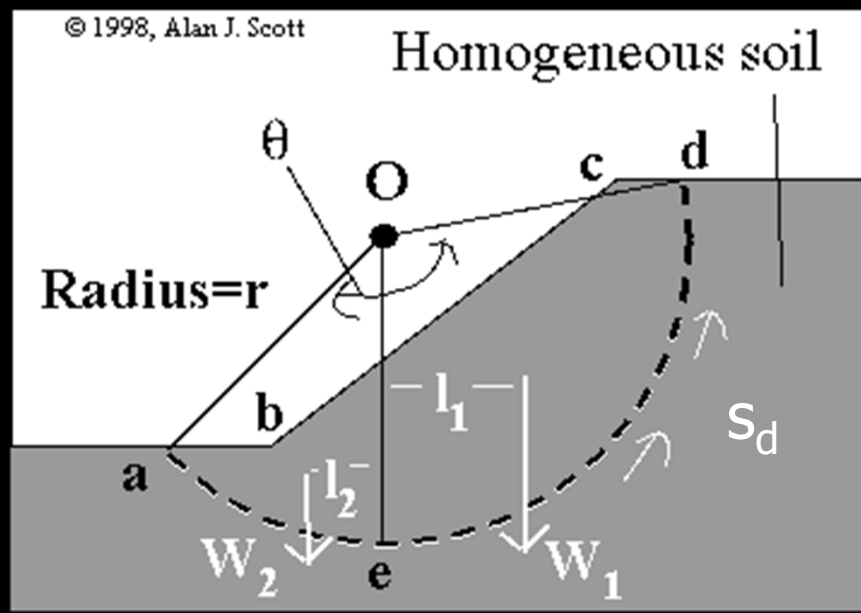




# Forças atuantes na massa



# Tensão de cisalhamento na superfície = resistência / F



$$S_d = s / F$$



# Equações de equilíbrio da massa

- Equilíbrio de **forças** na direção **vertical**
- Equilíbrio de **forças** na direção **horizontal**
- Equilíbrio de **momentos**
  - $M_S = W_1 l_1 - W_2 l_2$
  - $M_R = s_d (\text{arco}) \times 1 \times r$
  - $s_d \times \theta \times r^2 \times 1 = W_1 l_1 - W_2 l_2 \Rightarrow F$

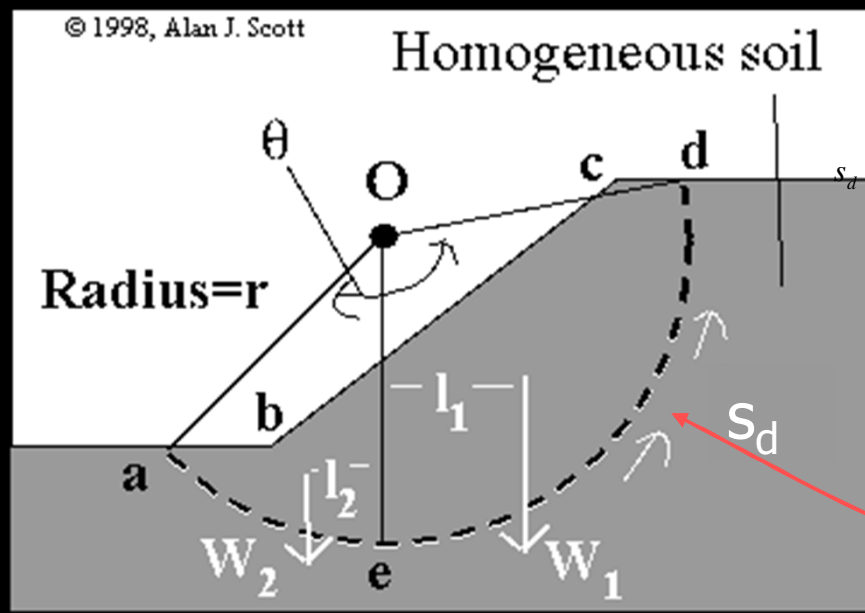
# Equilíbrio de momentos da massa

- $M_S = W_1 l_1 - W_2 l_2$
- $M_R = s_d (\text{arco}) \times 1 \times r$
- $s_d \times \theta \times r^2 \times 1 = W_1 l_1 - W_2 l_2$
- $(s/F) \times \theta \times r^2 \times 1 = W_1 l_1 - W_2 l_2$

$$1 = \frac{s_d \theta r^2}{W_1 l_1 - W_2 l_2}$$

$$F = \frac{s \theta r^2}{W_1 l_1 - W_2 l_2}$$

# Superfície analisada é a mais crítica?

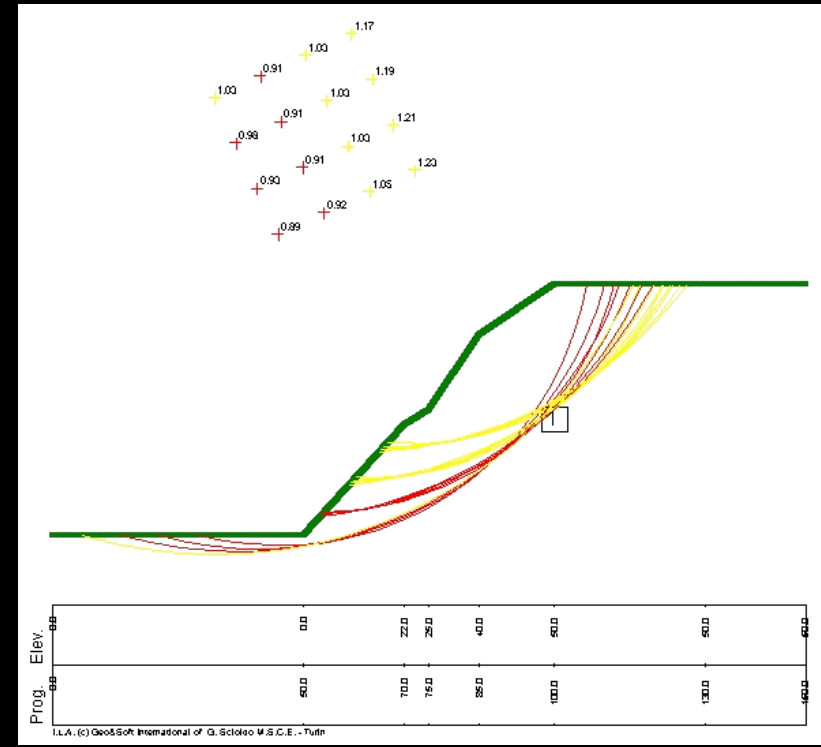
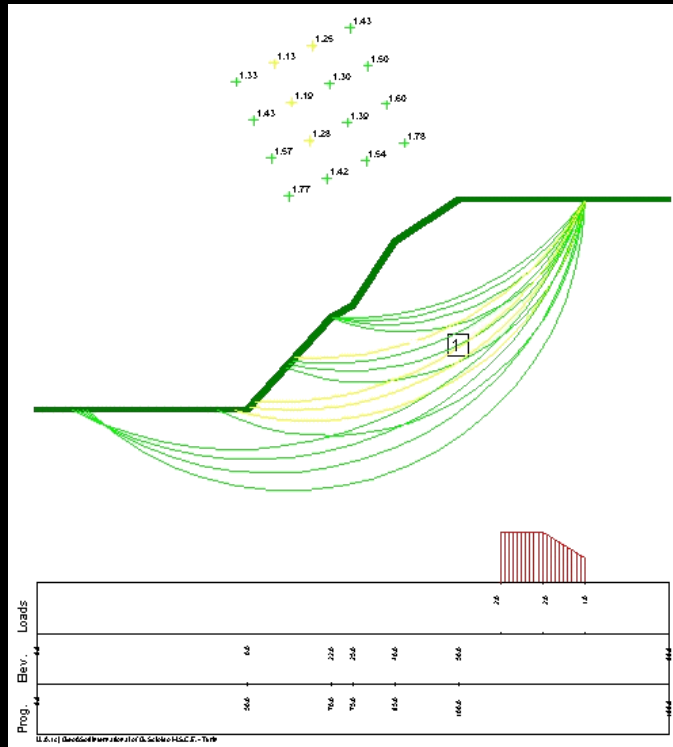
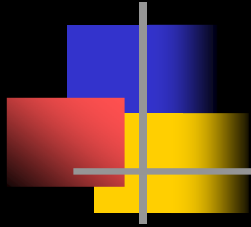


$$F = \frac{s \theta r^2}{W_1 l_1 - W_2 l_2}$$

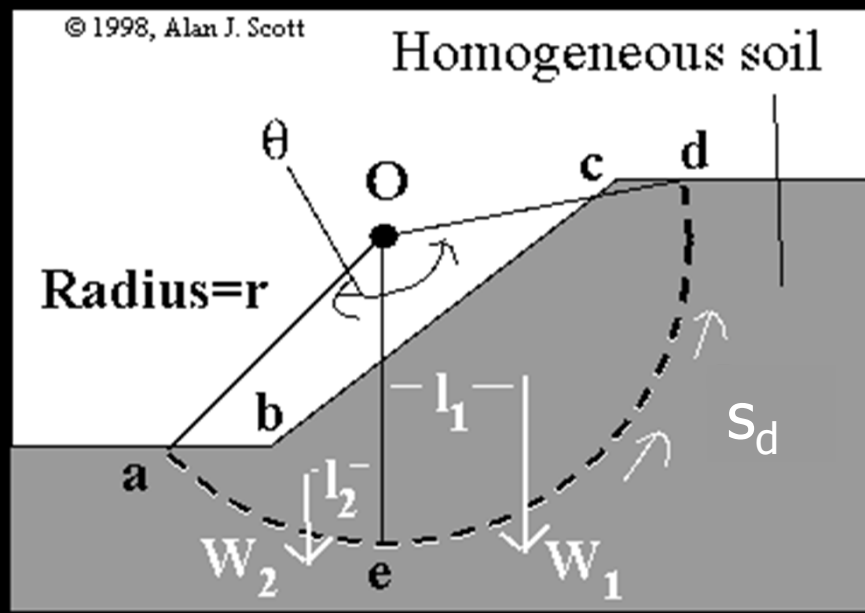
Necessário pesquisar superfície de mínimo  $F$



# Pesquisar superfície crítica ( $F_{\min}$ )

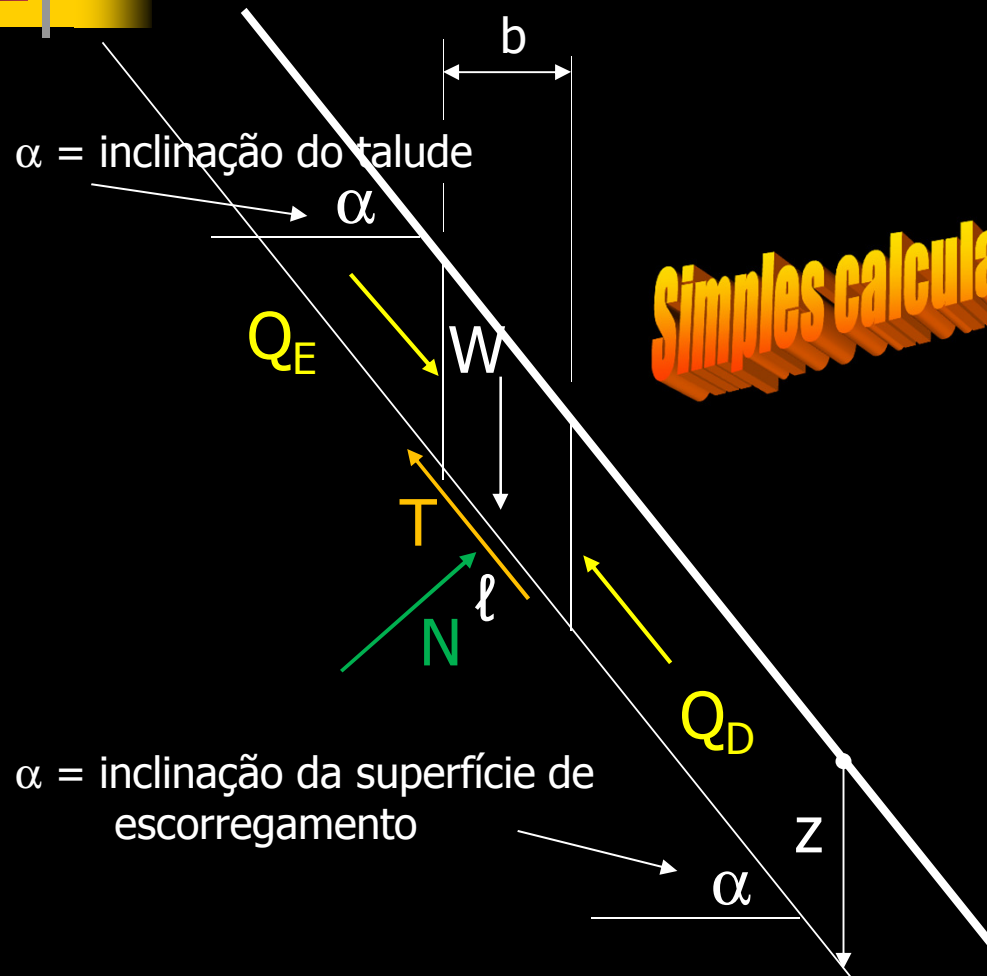


# Massa precisa ser dividida em fatias (lamelas)?



$$S_d = S / F$$

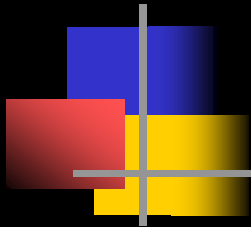
# Talude infinito



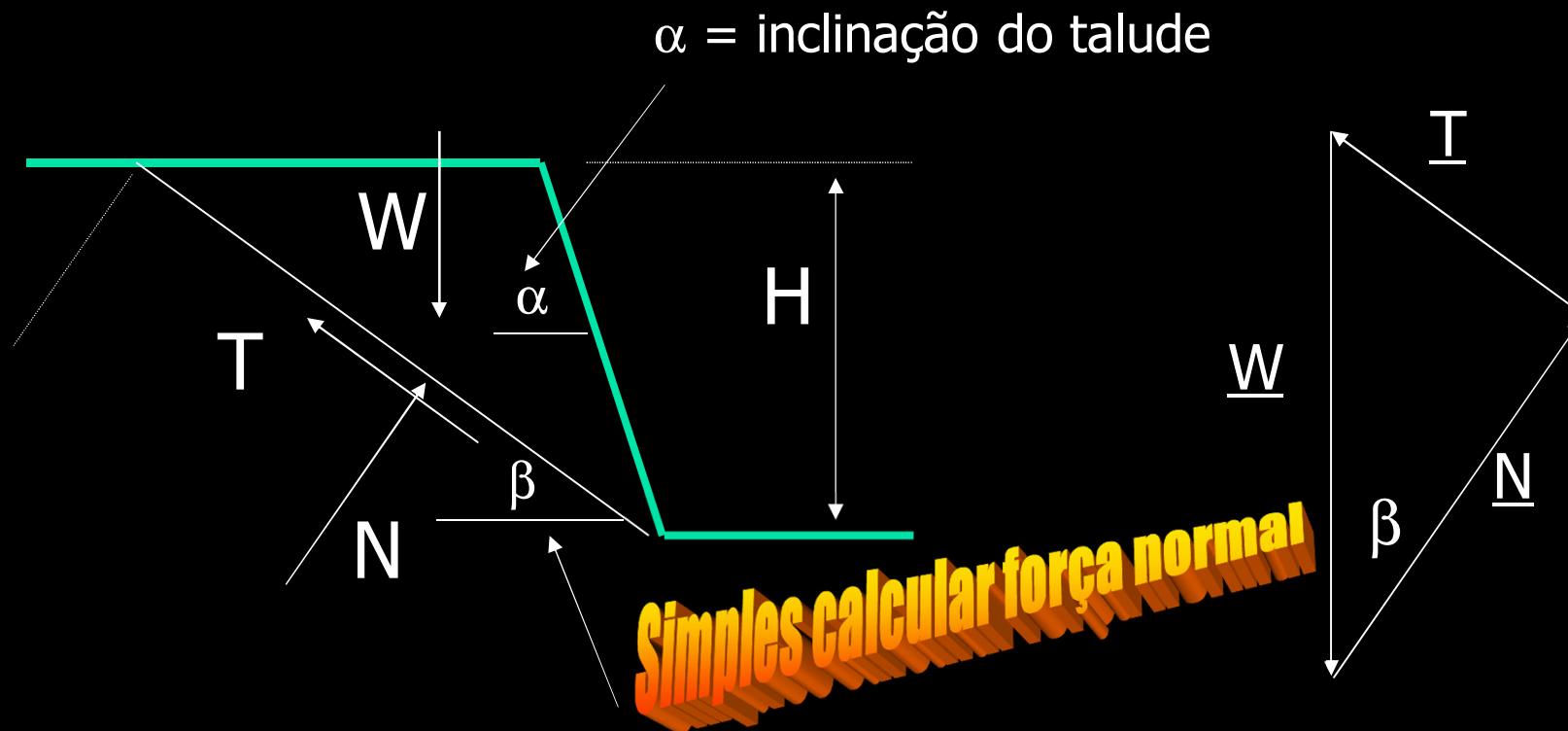
**Simplex calcular força normal**



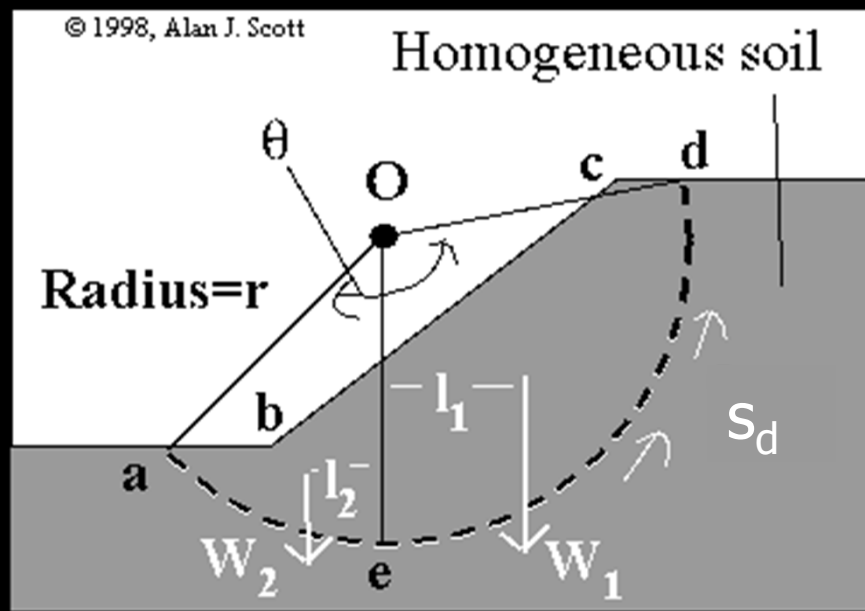
- $Q_E = - Q_D$
- $N = N' + U$
- $W = \gamma z b =$   
 $= \gamma z l \cos \alpha$



# Talude íngreme



# Talude genérico

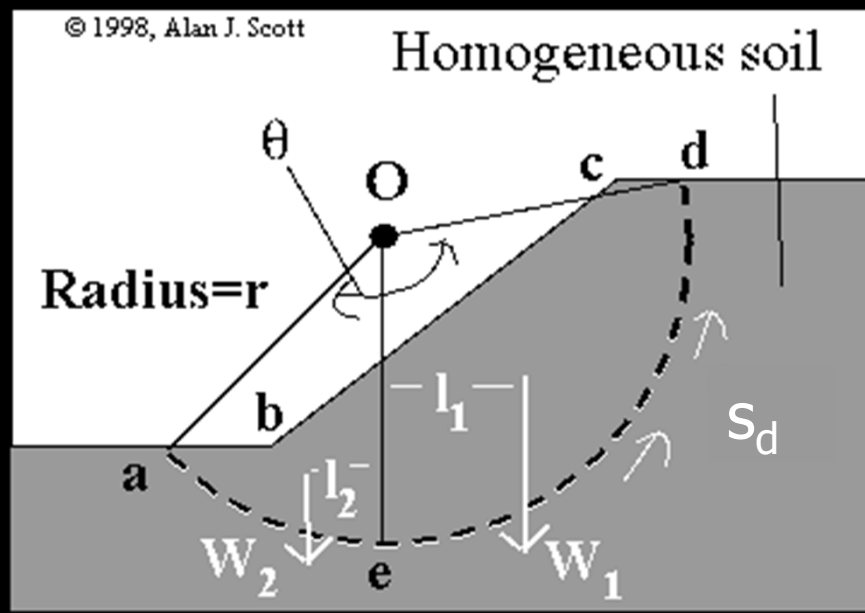


$$F = \frac{s \theta r^2}{W_1 l_1 - W_2 l_2}$$

Se  $s = s_u$  ( $s$  não depende de atrito)...

Desnecessário calcular força normal

Mas se  $s$  depende do atrito (e, portanto, da tensão normal)...



$$S_d = c / F + \sigma (\text{tg } \varphi) / F$$

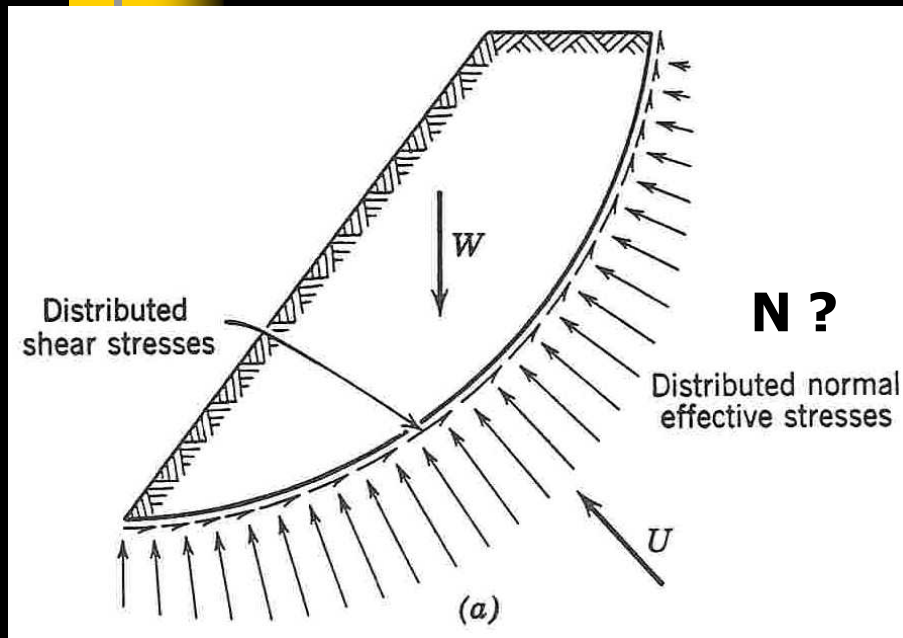
ou

$$S_d = c' / F + \sigma' (\text{tg } \varphi') / F$$

Lamelas para calcular força normal

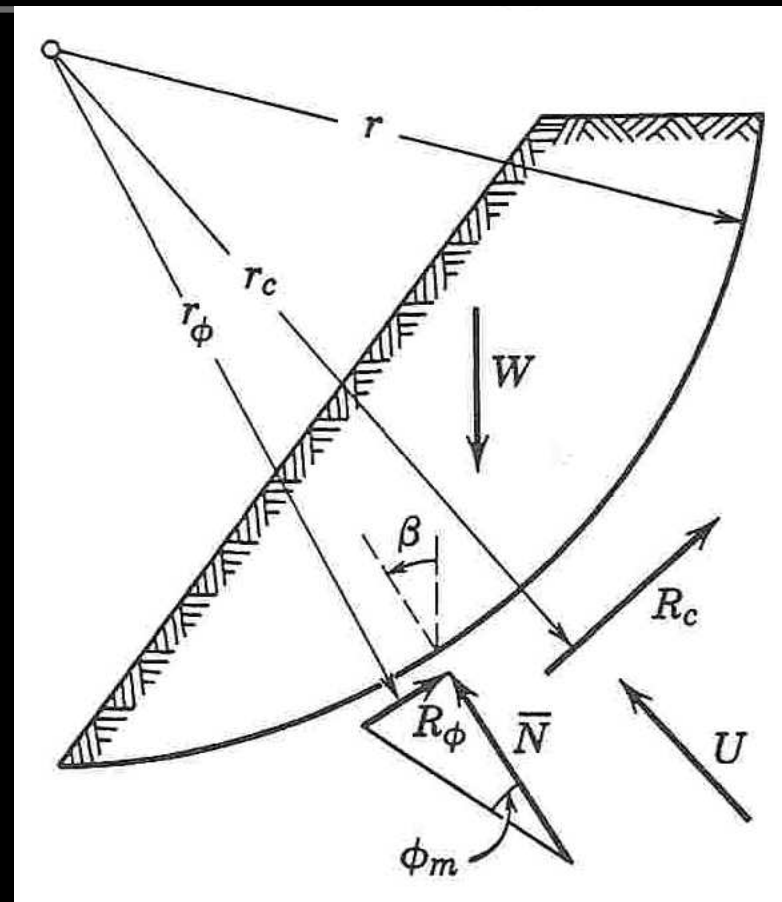


# Massa de solo potencialmente instável



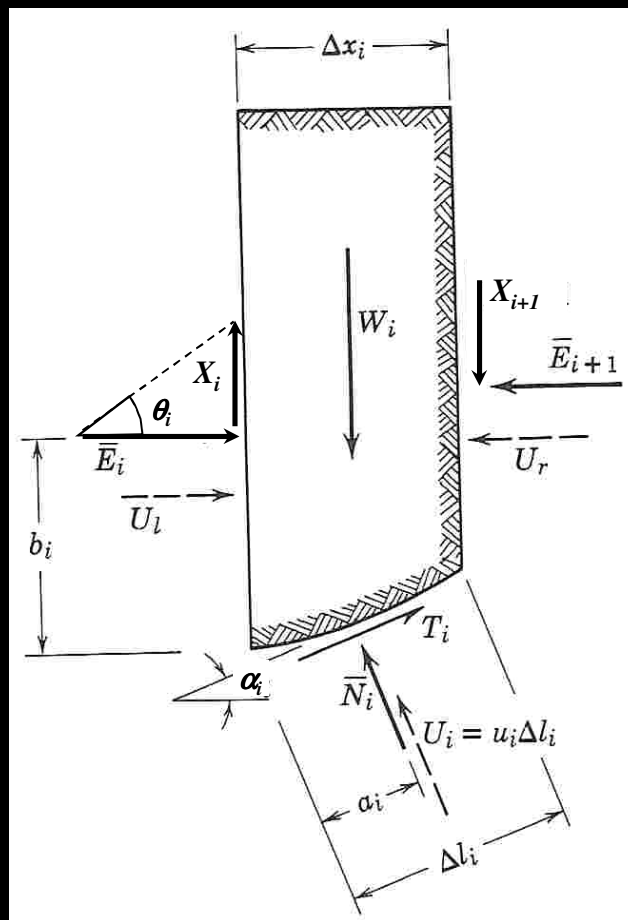
**SOLUÇÃO:**

**Dividir em Lamelas**



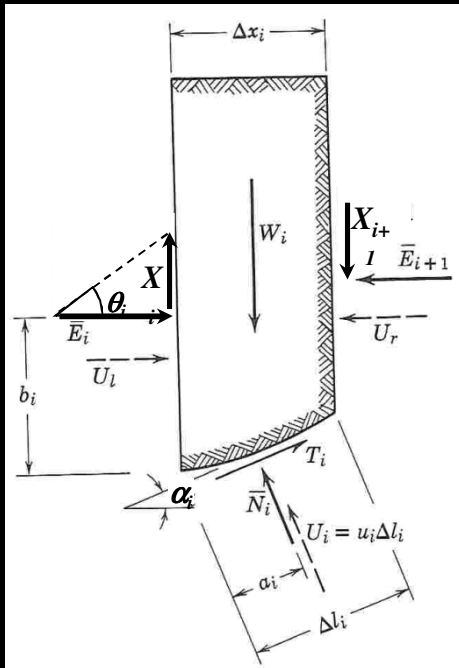


# Forças atuantes na lamela



$$T_i = S_{d_i} = \frac{S_i}{F}$$

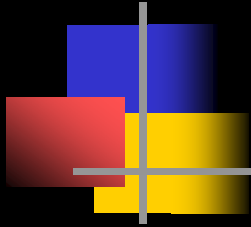
# Grandezas conhecidas / Incógnitas / Equações



Incógnitas			Equações Disponíveis	
Tipo	Número	Sub-Total	Tipo	Número
$\bar{N}$	$n$	$3n-1$	equilíbrio de forças	$2n$
$F$	$1$			
$\bar{E}$	$n-1$			
$X$ (ou $\theta$ )	$n-1$	$2n-1$	equilíbrio de momentos	$n$
$a$	$n$			
$b$	$n-1$			
$n^\circ$ total de incógnitas		$5n-2$	$n^\circ$ total de equações	$3n$

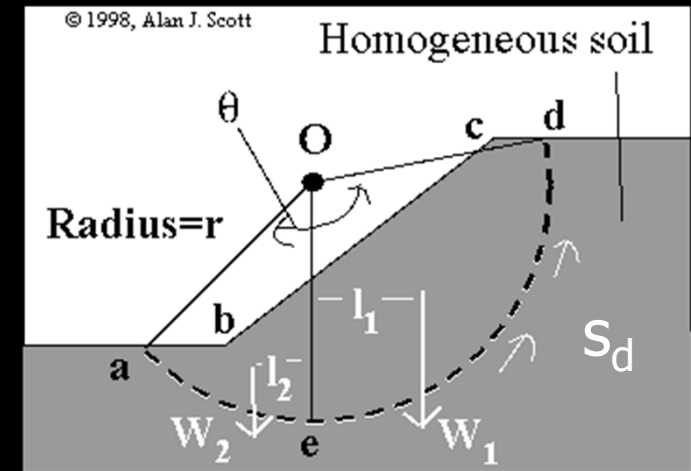
- **$n = 1$ , lamela (ou cunha) única**
- **Mais hipóteses simplificadoras**
- **Introdução da rigidez do material para cálculo tensão-deformação**

# Equilíbrio de momentos da massa (sem lamelas)



- $M_S = W_1 l_1 - W_2 l_2$
- $M_R = s_d (\text{arco}) \times 1 \times r$
- $s_d \times \theta \times r^2 \times 1 = W_1 l_1 - W_2 l_2$

- $(s/F) \times \theta \times r^2 \times 1 = W_1 l_1 - W_2 l_2$



$$F = \frac{s \theta r^2}{W_1 l_1 - W_2 l_2}$$

$s$  não depende de  $\sigma'$  (e  $N'$ )

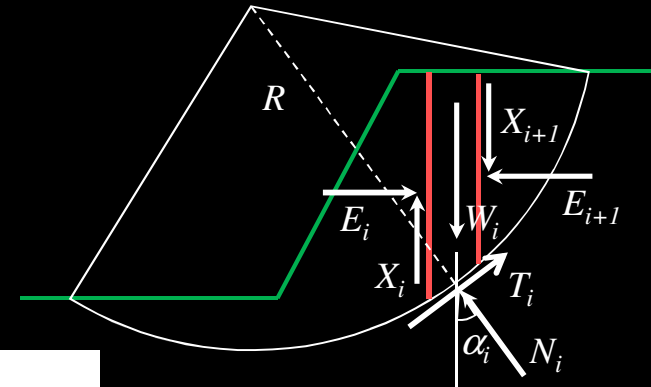
# Equilíbrio de momentos da massa (com lamelas)

$$M_S = \sum W_i R \sin \alpha_i$$

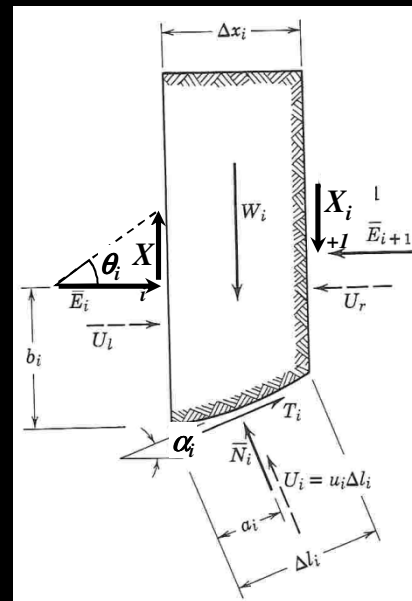
$$M_R = \sum T_i R = \sum S_{d_i} R = \sum \frac{S_i}{F} R$$

$$M_S = M_R \Rightarrow F = \frac{\sum S_i R}{\sum W_i R \sin \alpha_i}$$

$$F = \frac{\sum S_i}{\sum W_i \sin \alpha_i}$$



$$\bar{N}_i = N_i - U_i$$



$$F = \frac{\sum (\bar{c}_i \Delta l_i + \bar{N}_i \tan \bar{\varphi}_i)}{\sum W_i \sin \alpha_i}$$

O único problema é mesmo **determinar  $N_i$**



# Diversos processos de lamelas

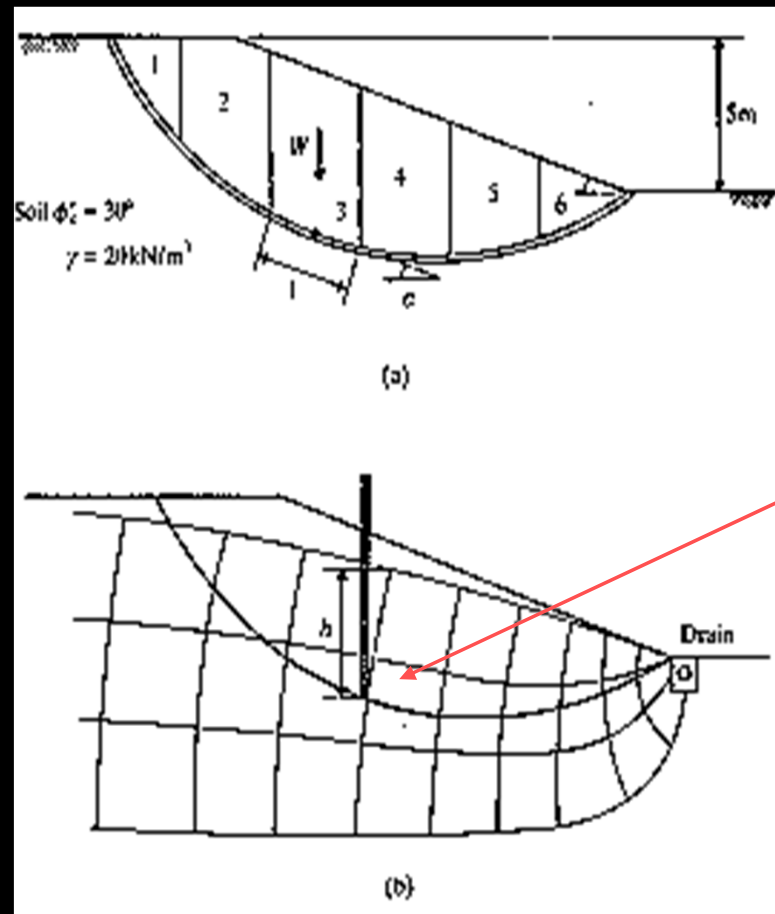
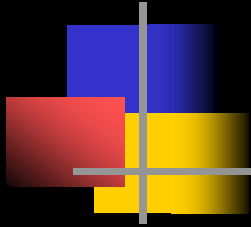
## ■ Semelhanças

- Todos fazem equilíbrio de forças em cada lamela para estimar a força normal na base
- Todos fazem alguma hipótese simplificadora (umas mais realistas, outras menos) sobre as forças nas faces laterais das lamelas
- Todos escrevem uma ou mais equações de equilíbrio de toda a massa para estimar  $F$

## ■ Diferenças

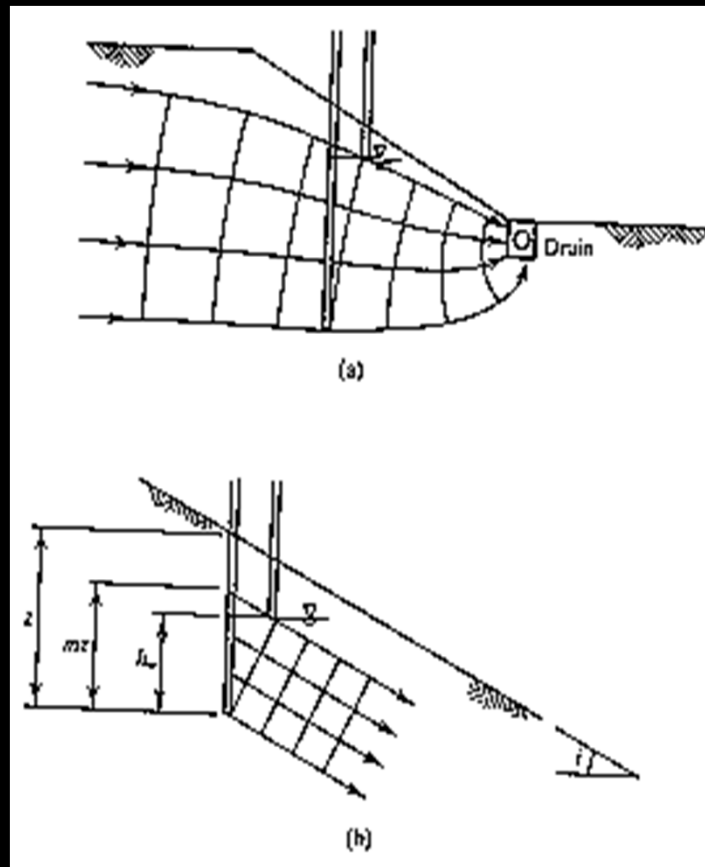
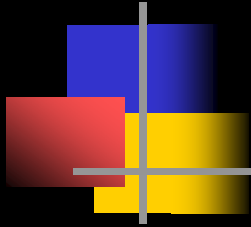
- $F$  por equilíbrio de momento da massa, superfície circular
  - Fellenius: resultante das forças inter-lamelares é paralela à base da lamela (viola equilíbrio de uma lamela para a próxima)
  - Bishop: equilíbrio correto de cada lamela, com hipótese sobre relação entre componente normal e tangencial, mas muito trabalhoso
  - Bishop simplificado: componentes verticais das forças inter-lamelares se equilibram na lamela
- $F$  por equilíbrio de força horizontal da massa, qualquer superfície
  - Janbu: similar ao Bishop simplificado, mas  $F$  determinado pelo equilíbrio de forças na horizontal para toda a massa
- $F$  por equilíbrio de momento e força horizontal da massa, qualquer superfície
  - Spencer: relação constante (determinada na análise) entre componentes horizontal e vertical da força inter-lamelar
  - Morgenstern-Price: relação variável (admitida) entre componentes horizontal e vertical da força inter-lamelar

# Processo das lamelas: superfície circular

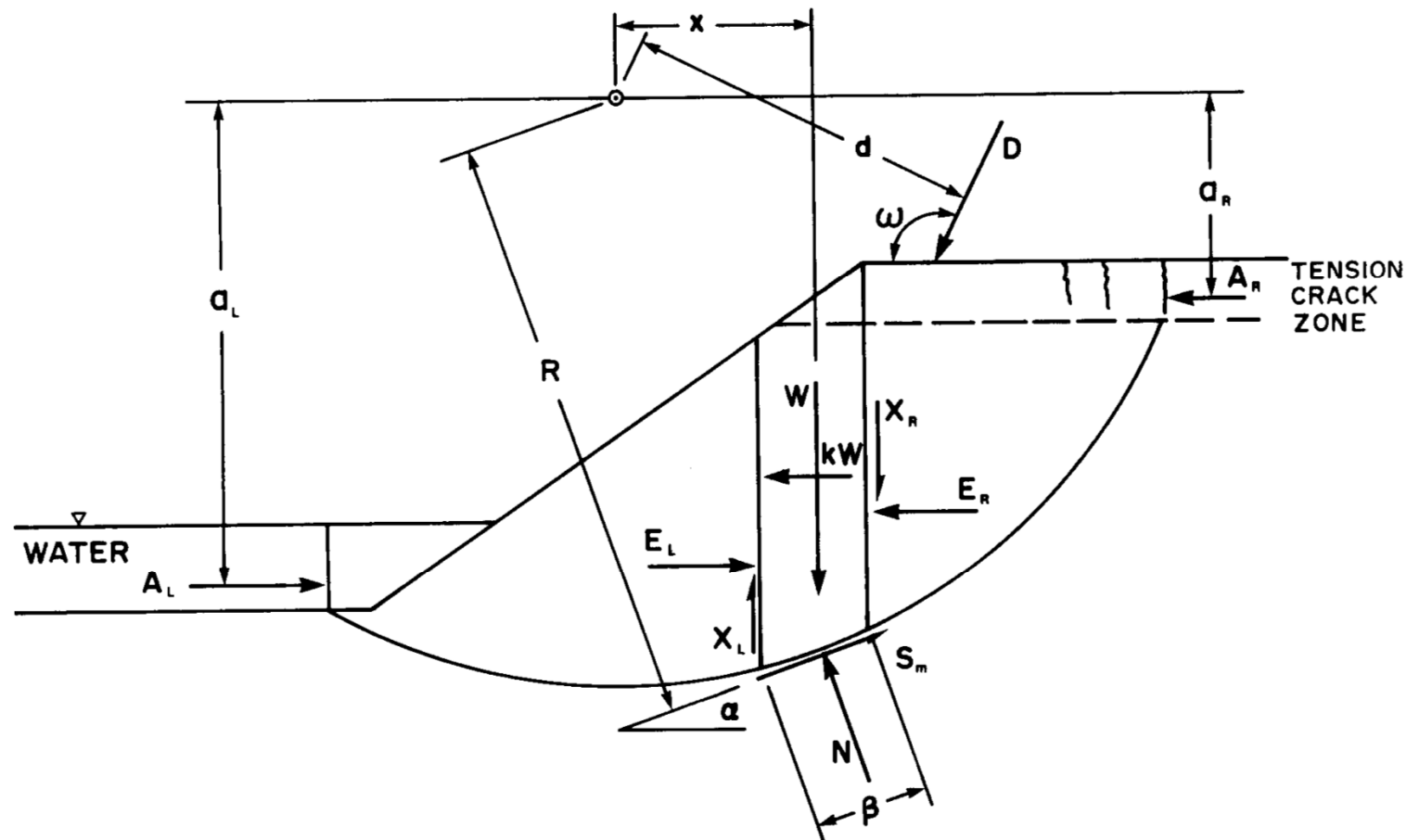


Não esquecer das  
pressões neutras  
na superfície de  
escorregamento!

# Determinação das pressões neutras de percolação

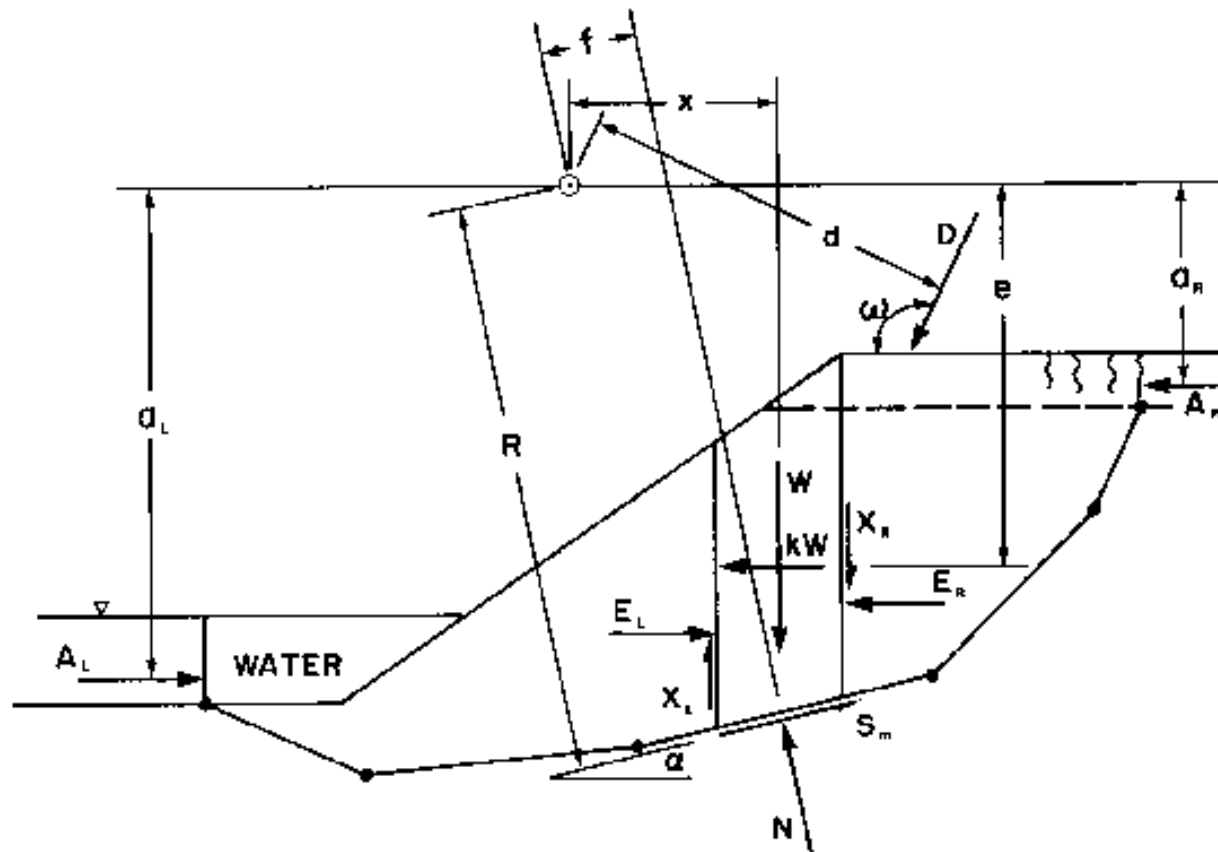


# Forças em uma lamela: superfície circular

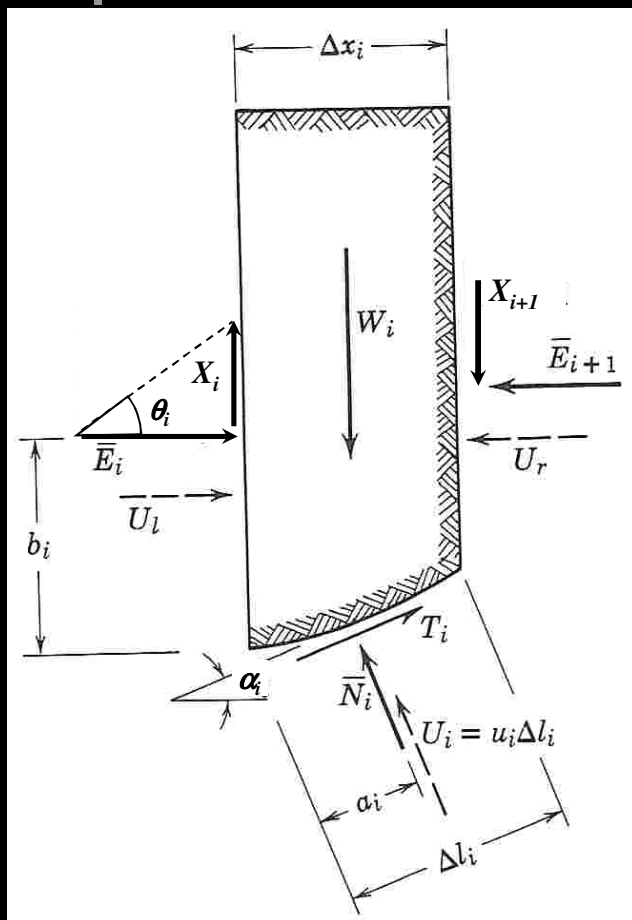




# Forças em uma lamela: superfície qualquer



# Processo de Fellenius (hipótese e consequência)



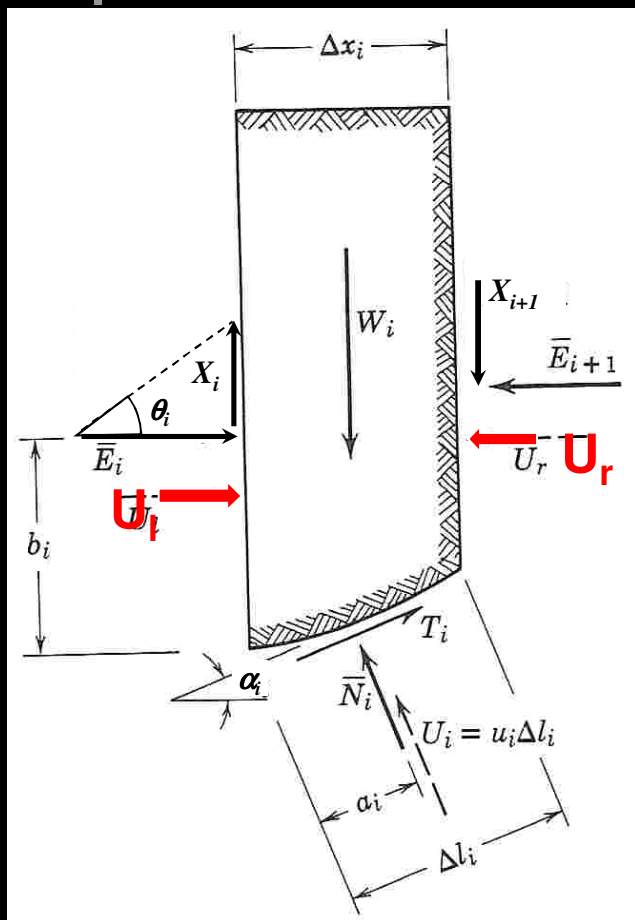
**Hipótese simplificadora adicional:**

$(\vec{E}_i + \vec{X}_i + \vec{E}_{i+1} + \vec{X}_{i+1}) = \vec{B}_i$  é paralela à base da lamela (não tem componente radial)

**Consequência conveniente:**

**Equilíbrio de forças na direção normal à base da lamela  $\Rightarrow N$  independe das forças inter-lamelares (e de  $T$ !)**

# Processo de Fellenius (outras consequências)



Hipótese inclui  $U$  nas interfaces!

$(\vec{E}_i + \vec{X}_i + \vec{E}_{i+1} + \vec{X}_{i+1}) = \vec{B}_i$  é paralela à base da lamela (não tem componente radial)

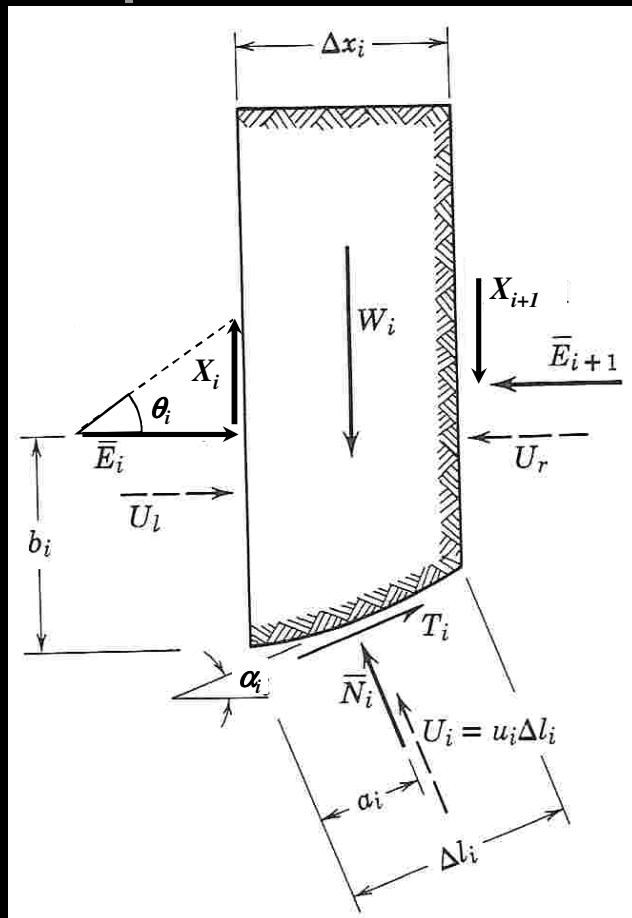
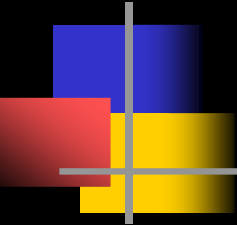
Consequência indesejável:

Componentes radiais das pressões neutras horizontais também são ignoradas!

Quanto maiores, maior o erro no F.



# Processo de Bishop (hipótese e consequência)



Hipótese simplificadora adicional:

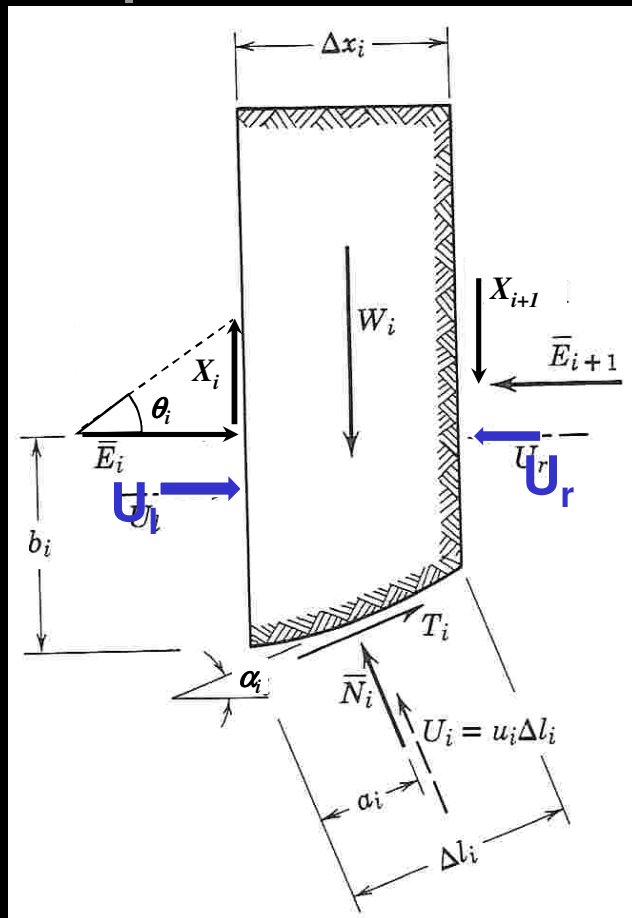
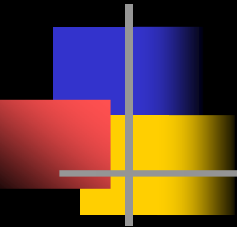
$(\vec{E}_i + \vec{X}_i + \vec{E}_{i+1} + \vec{X}_{i+1}) = \vec{B}_i$  é horizontal (não tem componente vertical)

Consequências:

$$\vec{X}_i + \vec{X}_{i+1} = \vec{0}$$

Equilíbrio de forças na direção vertical  $\Rightarrow N$  independe das forças inter-lamelares (mas não de  $T$ !)

# Processo de Bishop (outras consequências)



**Hipótese simplificadora adicional:**

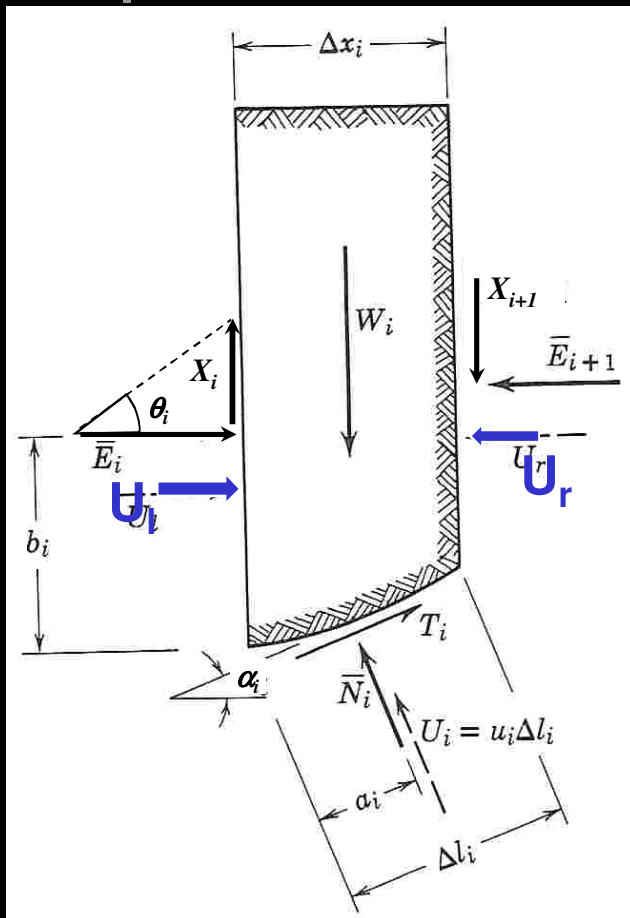
$(\vec{E}_i + \vec{X}_i + \vec{E}_{i+1} + \vec{X}_{i+1}) = \vec{B}_i$  é horizontal (não tem componente vertical)

**Comentário:**

Pressões neutras nas interfaces são mesmo horizontais, tal como admitido na hipótese simplificadora



# Processo de Bishop simplificado (equações resultantes)



$$\bar{N}_i = \frac{W_i - u_i \Delta l_i \cos \alpha_i - \left( \frac{\bar{c}_i}{F} \Delta l_i \right) \sin \alpha_i}{\cos \alpha_i + \frac{\tan \bar{\varphi}_i}{F} \sin \alpha_i}$$

$$F = \frac{\sum (\bar{c}_i \Delta l_i + \bar{N}_i \tan \bar{\varphi}_i)}{\sum W_i \sin \alpha_i}$$

$$\Delta l_i = \frac{\Delta x_i}{\cos \alpha_i}$$

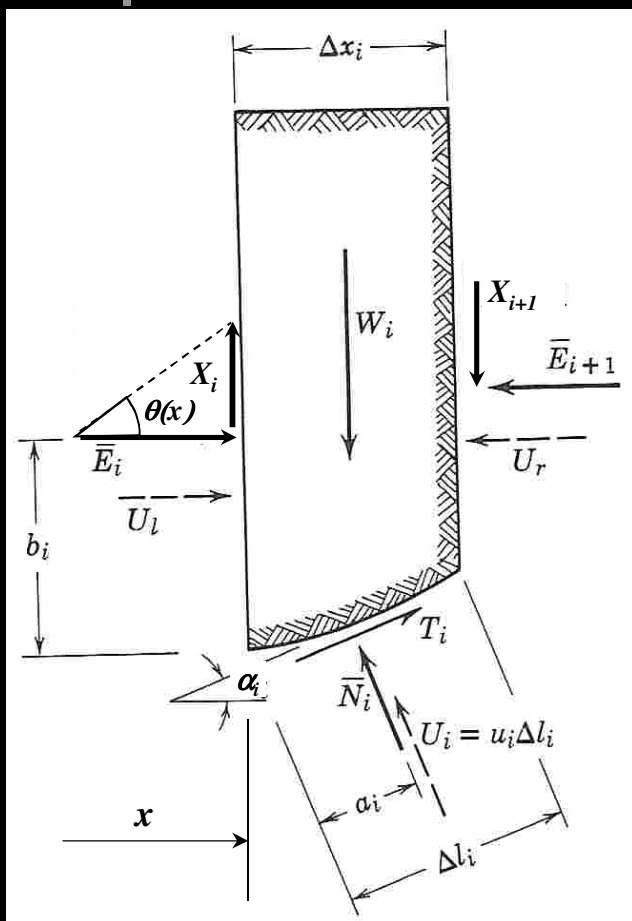
$$F = \frac{\sum \left[ \bar{c}_i \Delta l_i + \frac{W_i - u_i \Delta l_i \cos \alpha_i - \frac{\bar{c}_i}{F} \Delta l_i \sin \alpha_i}{\cos \alpha_i + \frac{\tan \bar{\varphi}_i}{F} \sin \alpha_i} \tan \bar{\varphi}_i \right]}{\sum W_i \sin \alpha_i}$$







# Inclinação das forças interlamelares: expressão geral



$$\theta(x) = \lambda f(x)$$

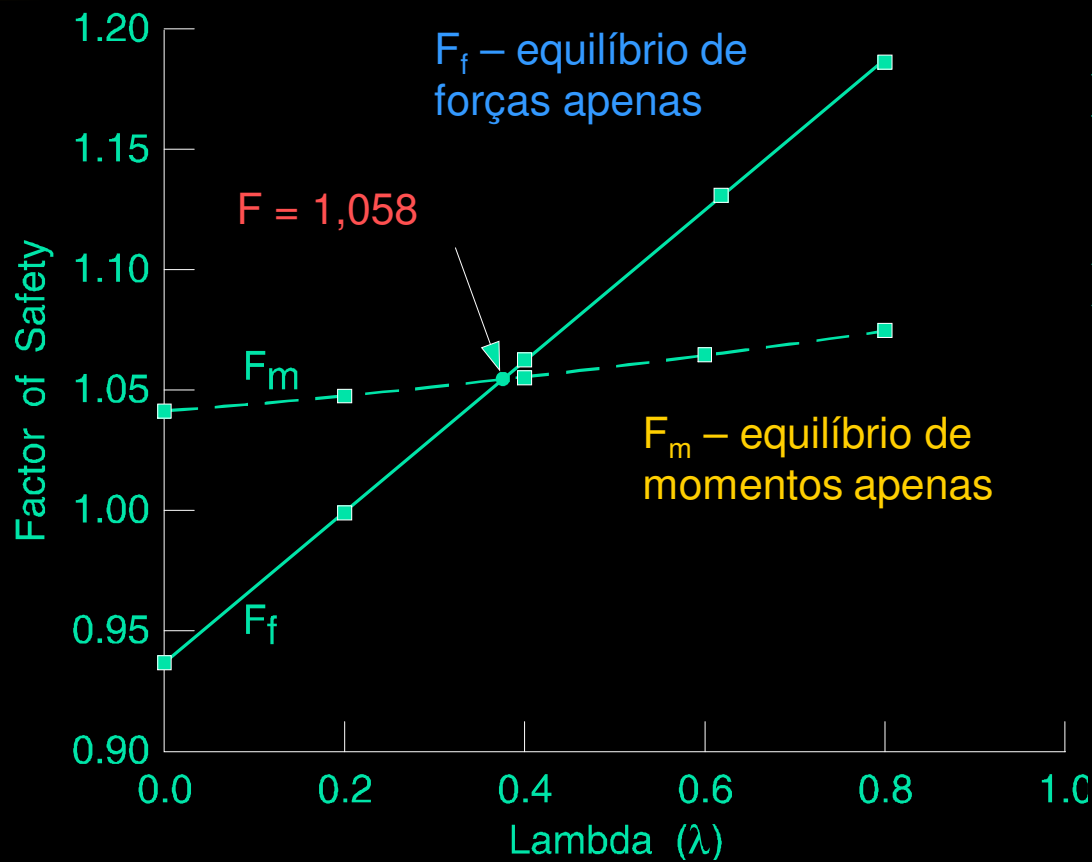
variação de  $\theta$  com  $x$

$x =$  ordenada da interface  $i$

## Simplificações dos processos de lamelas usuais

- **Bishop simplificado:**  $\lambda=0$ ,  $\theta(x)=0$  (componentes verticais das forças inter-lamelares se equilibram)
- **Spencer:**  $f(x)=1$  e  $\lambda$  é incógnita a ser determinada pelo processo (com imposição de equilíbrio completo)
- **Morgenstern e Price:**  $f(x)$  é escolhido e  $\lambda$  é incógnita a ser determinada pelo processo (com imposição de equilíbrio completo)

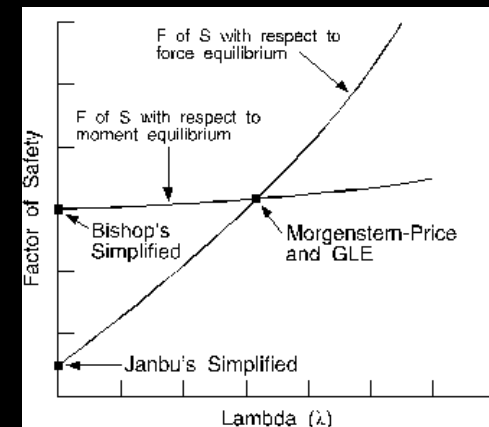
# M&P, Spencer, Bishop simplificado



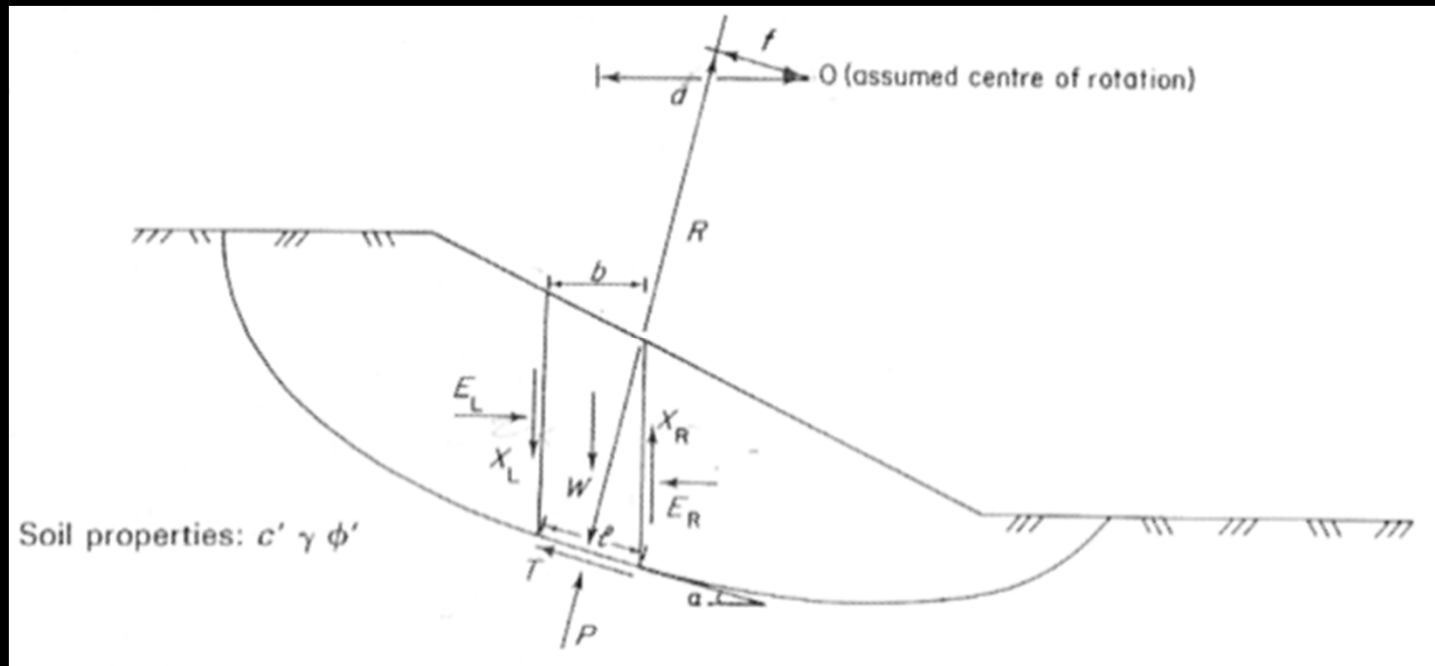
M&P:  $X = E \lambda f(x)$

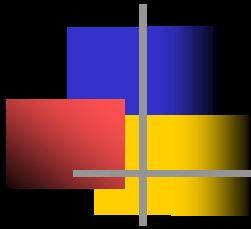
Spencer:  $f(x) = 1$

Bishop simplificado:  
 $\lambda = 0$

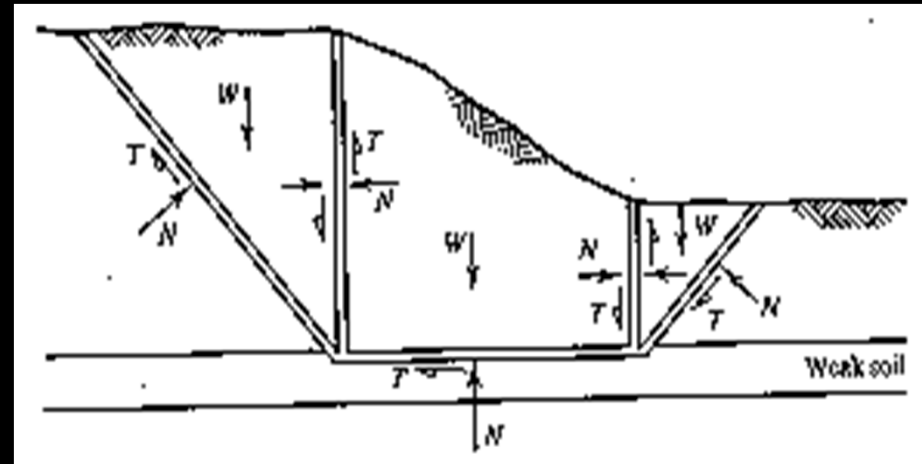


# Processo das lamelas: superfície qualquer

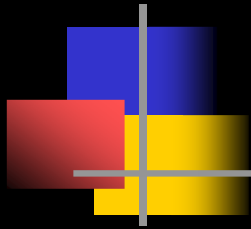




# Processo das cunhas

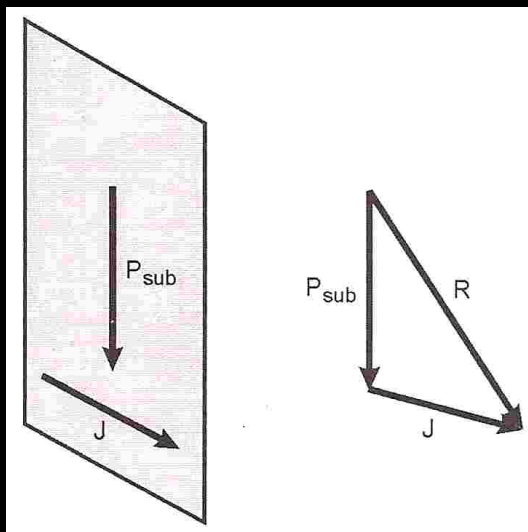


# Consideração da pressão neutra

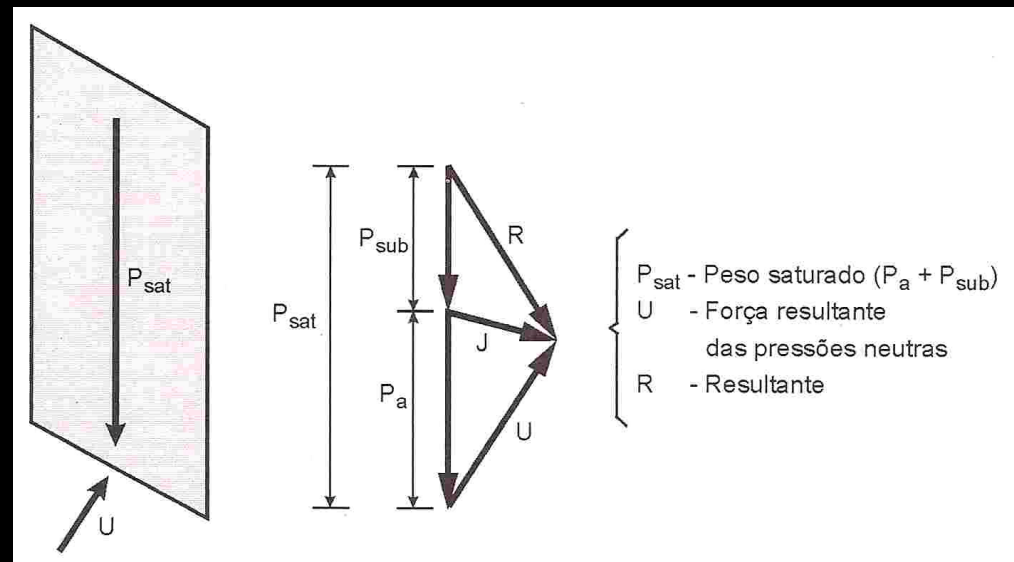


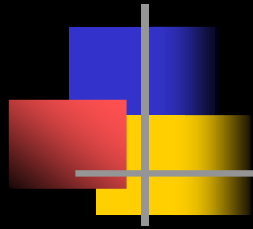
## Duas formulações estaticamente equivalentes

**Peso Submerso +  
Força de Percolação**



**Peso Total + Força Resultante das  
Pressões Neutras em todas as faces**





# Parâmetros de Resistência

---

**Qual a resistência do solo a ser adotada?**

**Qual o ensaio mais adequado para estimar essa resistência?**

**Ensaio triaxiais?**

**CD, CU, UU?**



# Escolha do modelo de resistência

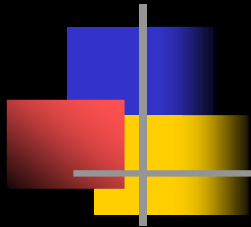
F  
A  
S  
E  
D  
E  
P  
R  
E  
P  
A  
R  
O

- Como são as tensões efetivas no terreno antes das novas solicitações (da obra)?
  - Iguais à tensão de pré-adensamento
    - Solo normalmente adensado ( $OCR=1$ )
    - Envoltórias (Mohr-Coulomb) de ensaios CD e CU passam pela origem ( $c'=0$ ;  $c=0$ )
    - Envoltória (Tresca) de ensaios UU ( $s=s_u$ ;  $\phi=0$ )
  - Inferiores à tensão de pré-adensamento (ou pré-compressão)
    - Solo sobre-adensado ( $OCR>1$ )
    - Nenhuma envoltória passa pela origem ( $c'\neq 0$ ;  $c\neq 0$ ;  $s_u\neq 0$ )
    - Atenção: compactação tem o efeito de conferir ao solo uma certa tensão de pré-adensamento

F  
A  
S  
E  
D  
E  
R  
U  
P  
T  
U  
R  
A

- Como será a variação de tensões provocada pela obra?  
Velocidade da solicitação vs. velocidade de drenagem (critério de velocidade:  $c_v$ )
  - Lenta  $\approx$  drenagem plena
    - $OCR=1$ 
      - Envoltória de tensões efetivas (só  $\phi'$ ,  $c'=0$ )
    - $OCR>1$ 
      - Envoltória de tensões efetivas ( $c'$  e  $\phi'$ )
  - Rápida  $\approx$  drenagem restrita
    - Solo saturado: admite-se drenagem nula, a favor da segurança
      - $OCR=1$ 
        - Resistência não drenada associada à tensão de pré-adensamento ( $s_u/\sigma'_a=c^{te}$ ); ou
        - Envoltória de tensões totais (só  $\phi$ ,  $c=0$ ); ou
        - Previsão de sobrepressões neutras + envoltória de tensões efetivas (só  $\phi'$ ,  $c'=0$ )
      - $OCR>1$ 
        - Resistência não drenada associada à tensão de pré-adensamento ( $s_u/\sigma'_a=f(OCR)$ ); ou
        - Previsão de sobrepressões neutras + envoltória de tensões efetivas ( $c'$  e  $\phi'$ )
    - Solo não saturado: drenagem nula ou parcial
      - Envoltória de tensões totais ( $c$  e  $\phi$ , retilínea como aproximação de envoltória curva); ou
      - Envoltória de tensões totais com  $c$  (e  $\phi$ ) variáveis em função da sucção ( $u_a-u_w$ )

# Ensaio triaxiais: nomenclatura



FASE	PREPARO ou ADENSAMENTO		RUPTURA ou CISLHAMENTO		ENSAIO			
	S	(Consolidated)	S	(Drained)	CD	(SS)	Adensado, drenado	Lento (S)
S	(Consolidated)	N	(Undrained)	CU	(SN)	Adensado, não drenado	Adensado-rápido (R)	
N	(Unconsolidated)	N	(Undrained)	UU	(NN)	Não adensado, não drenado	Rápido (Q)	

S = com drenagem

N = sem drenagem

# Ensaio triaxiais: nomenclatura

FASE	DRENAGEM		
PREPARO OU ADENSAMENTO	S ( <i>Consolidated</i> )	S ( <i>Consolidated</i> )	N ( <i>Unconsolidated</i> )
RUPTURA OU CISALHAMENTO	S ( <i>Drained</i> )	N ( <i>Undrained</i> )	N ( <i>Undrained</i> )
<b>ENSAIO</b>	<b>CD</b> (SS) Adensado, drenado Lento (S)	<b>CU</b> (SN) Adensado, não drenado Adensado-rápido (R)	<b>UU</b> (NN) Não adensado, não drenado Rápido (Q)