15 de março de 2017

2ª LISTA DE EXERCÍCIOS

Questão 1 – Considere a deformação definida pelo seguinte campo de deslocamentos:

$$\begin{cases} u^1 = a\left(x^2\right)^2 \\ u^2 = 0 \\ u^3 = 0 \end{cases}$$

Onde a é uma constante. Considere o ponto P de coordenadas (0,1,0) na configuração de referência. Calcule a distorção para fibras ortogonais, a partir do ponto P, paralelas aos eixos coordenados x^1 e x^2.

Questão 2 – Dado o tensor das deformações de Green-Lagrange abaixo:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0,01 & 0,003 & 0 \\ 0,003 & 0,002 & 0 \\ 0 & 0 & 0,006 \end{bmatrix}$$

Calcule as deformações e direções principais.

Questão 3 – Considere que parte de um sólido ocupa um cubo infinitesimal – isto é, de aresta igual a dx – na configuração de referência e é submetida à deformação a seguir:

$$\begin{cases} y^1 = \lambda_1 x^1 \\ y^2 = \lambda_2 x^2 \\ y^3 = \lambda_3 x^3 \end{cases}$$

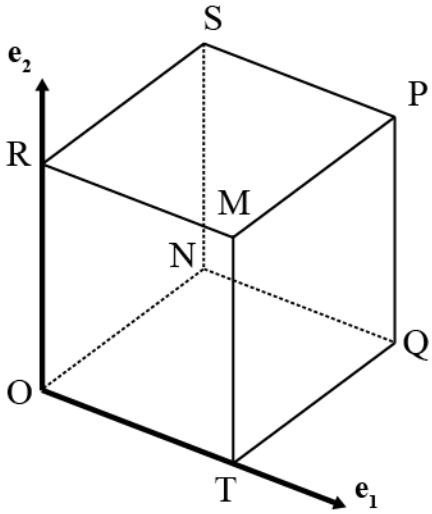
Onde os λ_i são constantes positivas. Deduza relações entre os λ_i para cada uma das situações abaixo:

a) O comprimento da fibra *OP* não varia.

b) O ângulo entre as fibras *OP* e *QR* não varia.

c) A área da superfície *RSQT* não varia.

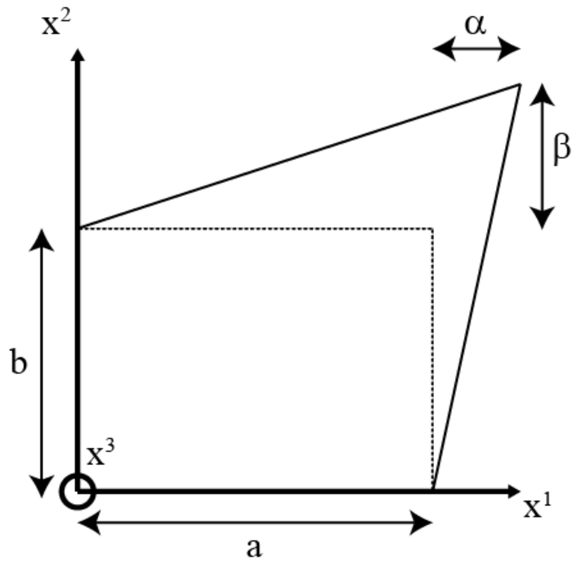
15 de março de 2017



Questão 4 – Considere o campo de deslocamentos com a forma:

$$\begin{cases} u^1\left(x^1,x^2,x^3\right) = E + Fx^1 + Gx^2 + Hx^1x^2 \\ u^2\left(x^1,x^2,x^3\right) = I + Jx^1 + Lx^2 + Mx^1x^2 \\ u^3\left(x^1,x^2,x^3\right) = 0 \end{cases}$$

Onde E, F, G, H, I, J, L e M são constantes. Considere também um bloco retangular, cuja seção genérica do bloco no plano x^1, x^2 na configuração de referência está representada em linha tracejada na figura abaixo, na qual também se representa a projeção da configuração deformada na respectiva seção.



15 de março de 2017

Pedem-se:

a) Particularizar a campo de deslocamentos fornecido de forma que ele represente a deformação descrita anteriormente.

b) Calcular o gradiente de deformação **F**, o tensor de Cauchy-Green **C** e o tensor de Green-Lagrange **E**.

c) Calcular o alongamento quadrático de:

c.1) Fibras que, na configuração de referência, estão sobre CD.

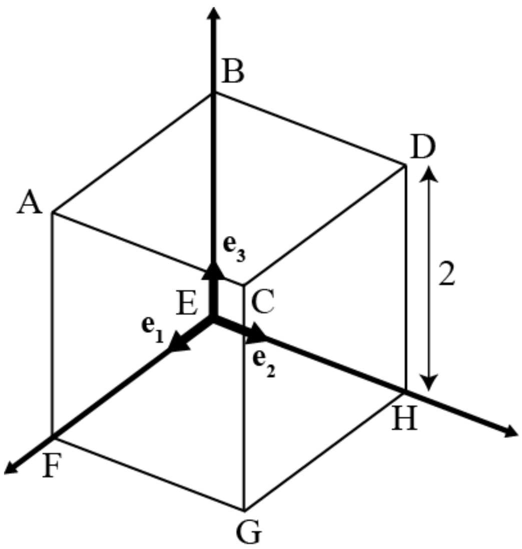
c.2) Fibras que, na configuração de referência, estão sobre BD.

d) Interpretar os resultados.

Obs.: AC e AB coincidem nas configurações de referência e deformada.

Questão 5 – Seja o cubo mostrado na figura abaixo, correspondente à configuração de referência de um sólido deformável. Seja ainda o seguinte campo de deslocamentos:

$$\begin{cases} u^1\left(x^1,x^2,x^3\right)=\dfrac{1}{2}x^3\left(x^1-1\right) \\ u^2\left(x^1,x^2,x^3\right)=6+\dfrac{1}{2}x^3\left(x^2-1\right) \\ u^3\left(x^1,x^2,x^3\right)=\dfrac{x^3}{5} \end{cases}$$



Pedem-se:

a) Esboçar a configuração deformada.

b) Determinar o gradiente de deformação e o tensor de Green-Lagrange.

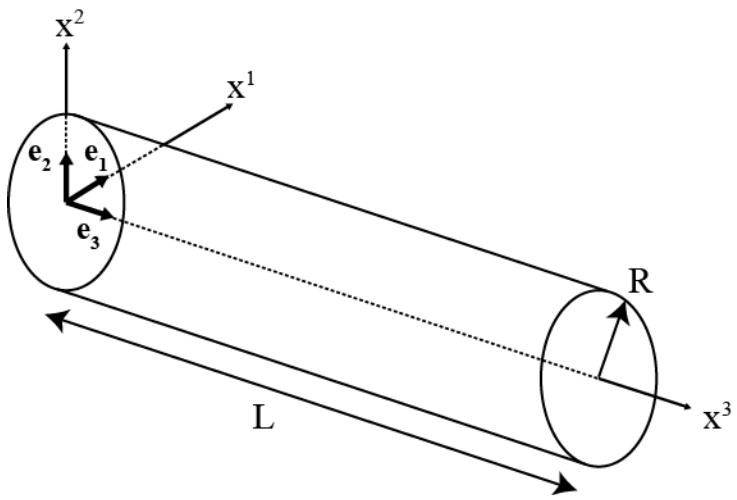
c) Calcular a distorção entre fibras paralelas a $\mathbf{e}_1$ e $\mathbf{e}_2$.

d) Calcular o alongamento quadrático de fibras sobre a aresta AF. Depois, interpretar geometricamente o resultado, ou seja, obter o mesmo resultado a partir de grandezas geométricas.

Questão 6 – Considere o sólido que, na configuração de referência, corresponde ao cilindro mostrado abaixo. Este sólido sofre uma deformação tal que:

i) Cada seção transversal definida pela coordenada x^3 gira como corpo rígido, tendo como vetor-rotação $\theta' x^3 \mathbf{e}_3$, onde θ' é uma constante.

ii) Não há deslocamentos na direção $\mathbf{e}_3$.



Pedem-se:

a) Determinar as equações que caracterizam a deformação descrita.

b) Calcular os alongamentos lineares de fibras infinitesimais no plano das seções transversais e também ortogonais a esse plano.

c) Calcular a distorção entre fibras infinitesimais alinhadas a $\mathbf{e}_1$ e $\mathbf{e}_2$.

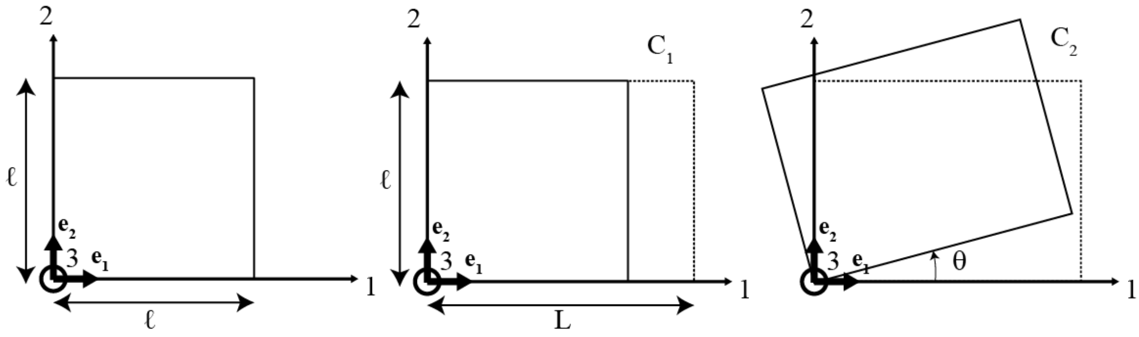
d) Interpretar os resultados obtidos nos itens **b** e **c**.

Questão 7 – Seja uma chapa de espessura unitária na direção 3, conforme mostrado na figura adiante:

Suponha que ocorram as deformações sucessivas a seguir conforme figura:

i) C_1 – Primeiramente, o corpo é “estirado” na direção 1.

ii) C_2 – Em seguida, o mesmo sofre uma rotação de corpo rígido segundo um ângulo θ.



Pedem-se:

a) Calcular as componentes do tensor de Green-Lagrange da configuração inicial para C_1.

b) Calcular o mesmo tensor, desta vez da configuração inicial para C_2.

c) Interpretar os resultados obtidos.

Obs.: Não há deslocamentos na direção 3.

Questão 8 – Considere um sólido que, em sua configuração indeformada, corresponde a um cilindro de raio R e altura L. Considere também um sistema de referência ortonormal – $(O, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ – tal que $\mathbf{e}_3$ tenha a mesma direção do eixo do cilindro, que a base do cilindro esteja no plano determinado por $\mathbf{e}_1$ e $\mathbf{e}_2$ e que o centro desta base coincida com O. Suponha que o cilindro sofra as seguintes deformações:

i) Uma extensão uniforme na direção de seu eixo, tal que sua altura final seja dada por $\ell = \lambda L,\ \lambda > 1$, simultânea a uma contração de sua seção transversal, de forma que seu raio final seja dado por $r = \lambda^{-1/2} R$.

ii) A partir dessa posição, as seções transversais sofrem uma rotação de corpo rígido em relação aos seus centros, dada por $\boldsymbol{\theta} = \theta\left(x^3\right)\mathbf{e}_3 = kx^3\mathbf{e}_3$, onde k é uma constante positiva.

Sendo assim, pedem-se:

a) Determinar $y^i = y^i\left(x^1, x^2, x^3\right)$ que caracteriza a deformação final descrita acima.

b) Calcular o gradiente de deformação **F.**

c) Calcular o determinante de **F** e interpretar o resultado.

Questão 9 – Seja o sólido que, na configuração de referência, corresponde ao cubo de arestas iguais a 2m cada mostrado abaixo. Os eixos são ortogonais às faces do cubo e cortam-nas segundo seus respectivos eixos geométricos. O campo de deslocamentos é definido por:

$$\begin{cases} u^1 = \dfrac{1}{8}\left(3+5x^2\right)x^1 \\ u^2 = 3+2x^2 \\ u^3 = \dfrac{1}{16}\left(3+5x^2\right)x^3 \end{cases}$$

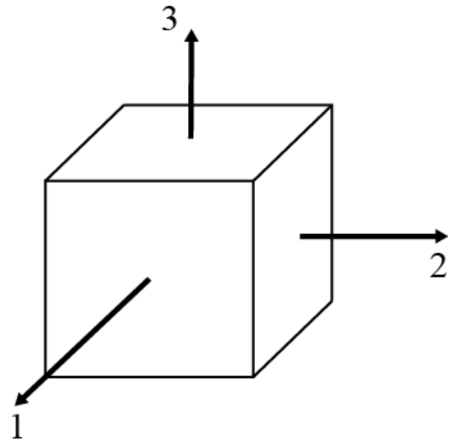
Diante disso, pedem-se:

a) Esboçar a configuração deformada.

b) Calcular o tensor de Cauchy-Green **C**.

c) Calcular o alongamento linear de fibras infinitesimais nas direções de $\mathbf{e_1}$ e $\mathbf{e_3}$ que pertencem à face dada por $x^2 = 1$. Interpretar geometricamente o resultado.

d) Calcular as distorções entre fibras infinitesimais nas direções $\mathbf{e_1}$ e $\mathbf{e_3}$ nas faces dadas por $x^2 = 1$ e $x^2 = -1$. Interpretar geometricamente o resultado.



15 de março de 2017

Questão 10 – Considere o sólido que, na configuração de referência, tem a geometria de uma barra retilínea de seção retangular cujo eixo está alinhado ao eixo 1 do sistema de referência, conforme a figura abaixo, na qual se apresenta o plano $x^3 = 0$. A barra inicialmente retilínea deforma-se de maneira que cada fibra longitudinal torna-se num arco circular. O eixo da barra não sofre estiramento e os planos dados por x^1 se deslocam rigidamente, permanecendo ortogonais ao eixo deformado. Não há deslocamentos na direção 3. Pedem-se:

a) Calcular $y^i = y^i\left(x^1, x^2, x^3\right)$ que caracteriza a deformação mostrada na figura.

b) Calcular o gradiente de deformação **F** e o tensor de Cauchy-Green **C**.

c) Determinar os estiramentos das direções 1 e 2 e interpretar geometricamente o resultado.

d) Determinar a distorção entre as fibras alinhadas com as direções 1 e 2, novamente interpretando geometricamente o resultado obtido.